

Studio del grafico di un quoziente di polinomi. Attività

Completa il procedimento per tracciare il grafico di $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1}$.

1. Prime caratteristiche del grafico

- Qual è il dominio della funzione? _____
- Qual è il grado della funzione? _____
- La funzione è pari o dispari? _____

2. Determina le equazioni degli eventuali asintoti

Ricerca di asintoto verticale

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} = \dots \Rightarrow \text{asintoto d'equazione } \dots$$

Ricerca di asintoto obliquo d'equazione $y = mx + q$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{x^2 - 2x + 1} = \dots \Rightarrow m = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} - \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} \dots = \dots \Rightarrow q = \dots$$

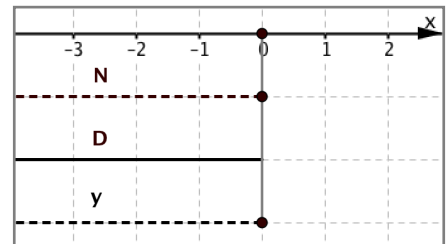
In conclusione, gli asintoti della curva hanno equazioni:

2. Completa lo studio del segno di y , anche nello schema a fianco.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} = \frac{N}{D}$$

N ha il segno di

D = (.....)² è per $x \neq \dots$

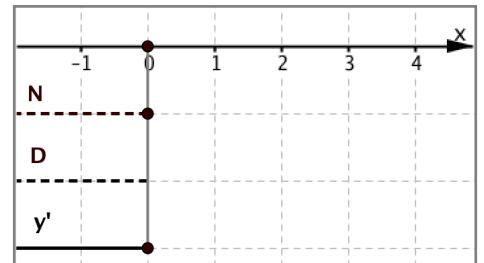


3. Calcola $y' = f'(x)$ e riassumi il segno nello schema a fianco

$$y' = \frac{\dots}{(\dots)^4} = \frac{x^2(\dots)}{(\dots)^3}$$

N ha il segno di e vale 0 per $x = \dots$ o $x = \dots$

D ha il segno di



4. Calcola la derivata $y'' = f''(x)$

$$y'' = \frac{\dots}{(\dots)^6} = \frac{x(\dots)}{(\dots)^4} \Rightarrow y'' \text{ ha il segno di } \dots$$

5. Riassumi in un unico schema (sotto a sinistra) il segno della funzione e delle sue derivate.

6. Elenca qui sotto i punti notevoli; determinane le ordinate e scrivi l'elenco dei punti sotto lo schema riassuntivo.

7. Nel piano cartesiano a destra traccia il grafico della funzione e dei suoi asintoti, a partire da tutte le informazioni ottenute.

