

Polinomi di 2° grado e parabole. Esercizi

I. Grafico di funzioni del tipo $y = ax^2$

Esercizio guidato

Completa procedimento e figura a fianco per tracciare il grafico della funzione assegnata nell'esercizio 1.

1. $y = -\frac{1}{4}x^2$

Vertice $V = \dots\dots\dots$

Asse di simmetria $\dots\dots\dots$

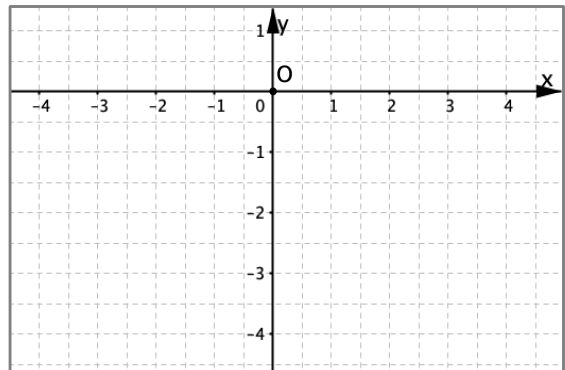
Tabella per trovare due punti A e B ...

$\dots\dots\dots$

x		
$y = -\frac{1}{4}x^2$		

Disegno l'arco OAB $\dots\dots\dots$

Disegno l'arco OA'B' $\dots\dots\dots$



Traccia il grafico delle funzioni assegnate negli esercizi da 2 a 6

2. $y = x^2$

$y = 2x^2$

$y = -2x^2$

3. $y = -x^2$

$y = -\frac{1}{2}x^2$

$y = \frac{1}{2}x^2$

4. $y = x^2$

$y = \frac{3}{2}x^2$

$y = \frac{2}{3}x^2$

5. $y = -x^2$

$y = -\frac{5}{4}x^2$

$y = -\frac{4}{5}x^2$

6. $y = x^2$

$y = \frac{3}{4}x^2$

$y = -\frac{4}{3}x^2$

II. Grafico di funzioni del tipo $y = ax^2 + bx + c$

Esercizio guidato

Quali fra le equazioni assegnate nell'esercizio 7 hanno per grafico una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y? Completa il procedimento per rispondere e motivare la risposta

7. a. $y = -x^3 + 4x$ b. $y = -x^2 + 4x$ c. $x = -y^2 + 4y$ d. $y = \frac{4}{3x^2}$

a. NO perché $-x^3 + 4x$ non è un polinomio di $\dots\dots\dots$

b. SI perché $-x^2 + 4x$ è un polinomio di $\dots\dots\dots$

c. NO perché $x = -y^2 + 4y$ non è una funzione del tipo $\dots\dots\dots$

d. NO perché $\frac{4}{3x^2}$ non è $\dots\dots\dots$

Quali fra le equazioni assegnate negli esercizi 8 e 9 hanno per grafico una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y? Motiva la tua risposta

8. $xy = -2x^2 + 3$ b. $y^2 = -2x^2 + 3$ c. $y = -2x^2 + 3$ d. $y = -2x + 3$

9. $y = \frac{3}{2}x + 6$ b. $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x$ c. $y = \frac{3}{2}x^4 + 6x^2$ d. $x = \frac{3}{2}y^2 + 6y$

Esercizio guidato

Completa procedimento e figura qui sotto per tracciare il grafico della funzione assegnata nell'esercizio 10.

10. $y = -x^2 + 4x$

Equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$ con $b = -2ap$	$y = -x^2 + 4x$						
1. Vertice V e asse di simmetria s	Coordinate p e q del vertice V : $\begin{cases} p = -\frac{b}{2a} \\ q = ap^2 + bp + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -\frac{\dots}{\dots} = \dots \\ q = \dots = \dots \end{cases}$ $V(\dots, \dots)$ Equazione dell'asse di simmetria s : Disegno vertice V e asse di simmetria s .						
2. Tabella per trovare due punti A e B a sinistra del vertice V. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x			y			
x							
y							
3. Disegno l'arco VAB. 4. Disegno l'arco $VA'B'$ simmetrico di VAB rispetto all'asse di simmetria s.							

Esamina le funzioni assegnate negli esercizi da 11 a 16 e risolvi i seguenti quesiti:

- Riconosci quali funzioni hanno per grafico una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y .
- Determina il vertice V e l'asse di simmetria s di ogni parabola.
- Traccia il grafico di ogni parabola.

- | | | | |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---|
| 11. $y = x^2 - 2$ | 12. $y = x^2 - 2x$ | 13. $y = x^2 + 4x + 4$ | 14. $y = x^2 - 4x + 3$ |
| $y = -x^2 + 2$ | $y = -x^2 + 2x$ | $y = -4x^3 + 4x - 1$ | $xy = x^2 + 3x - 2$ |
| $y = -x^2 - 2$ | $y^2 = -x^2 - 2$ | $y = -4x^2 + 4x - 1$ | $y = -4x^2 + 8x - 3$ |
| $y = x - 2$ | $y = -x^2 - 2x$ | $y = -x^2 + 6x - 9$ | $y = -x^2 + 6x - 7$ |
| 15. $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 2$ | $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ | $y = \frac{1}{2}x - 1$ | $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ |
| 16. $y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$ | $y = 3x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ | $y = 3x^2 - \frac{3}{2x} + 1$ | $y = \frac{3}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}$ |

III. Grafico di funzioni del tipo $y = a(x - p)^2 + q$

Esercizio guidato

Completa procedimento e figura qui sotto per tracciare il grafico della funzione assegnata nell'esercizio 17.

17. $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 3$

Equazione del tipo $y = a(x - p)^2 + q$	$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 3$						
1. Vertice V e asse di simmetria s	Coordinate p e q del vertice V : $\begin{cases} -p = \dots \\ +q = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \dots \\ q = \dots \end{cases}$ $V(\dots, \dots)$ Equazione dell'asse di simmetria s : Disegno vertice V e asse di simmetria s .						
2. Tabella per trovare due punti A e B a destra del vertice V. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x			y			
x							
y							
3. Disegno l'arco VAB. 4. Disegno l'arco $VA'B'$ simmetrico di VAB rispetto all'asse di simmetria s.							

Esamina le funzioni assegnate negli esercizi da 18 a 23 e risolvi i seguenti quesiti:

a. Determina il vertice V e l'asse di simmetria s di ogni parabola.

b. Traccia il grafico di ogni parabola.

18. $y = x^2 - 1$

$y = (x - 1)^2$

$y = (x - 1)^2 + 2$

19. $y = -x^2 - 1$

$y = -(x + 1)^2$

$y = -(x - 1)^2 + 3$

20. $y = 4x^2 + 3$

$y = 4(x + 3)^2$

$y = 4(x + 3)^2 + 1$

21. $y = -4x^2 + \frac{1}{2}$

$y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

$y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 3$

22. $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$

$y = \frac{1}{4}(x - 2)^2$

$y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 1$

23. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$

$y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2$

$y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 - 2$

IV. Quesiti vari sul grafico di polinomi di 2° grado

24. Nella tabella I qui sotto trovi 4 parabole e nella tabella II trovi 6 equazioni.

- Scrivi le coordinate del vertice V e l'equazione dell'asse di simmetria s di ogni parabola per completare la tabella I.
- Associa ad ogni equazione la corrispondente curva per completare la tabella II.

Tabella I			
<p>Curva A</p>	<p>Curva B</p>	<p>Curva C</p>	<p>Curva D</p>
Vertice V: _____	Vertice V: _____	Vertice V: _____	Vertice V: _____
Asse s: _____	Asse s: _____	Asse s: _____	Asse s: _____

Tabella II						
Equazione	$y = (x - 1)^2$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = x^2 + 1$	$y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - \frac{1}{2}$	$y = x^2 - 2x + 1$	$y = \frac{1}{2}x^2 - x$
Curva						

25. Trova e correggi gli errori nelle seguenti affermazioni.

<i>Affermazione</i>	<i>Errori</i>
Nella parabola d'equazione $y = 2x^2$ il vertice V(0, 2) è il punto più alto e la concavità è rivolta verso il basso.	
Nella parabola d'equazione $y = 2x^2$ risulta $a = 2 > 1$, perciò la parabola è 'più larga' della parabola $y = x^2$.	
La parabola $y = -3x^2 + 2$ ha il vertice V(-3, 0) e la concavità rivolta verso il basso.	
La parabola $y = 2(x - 3)^2$ ha il vertice V(0, 3) e passa per il punto A(3, 0).	

26. Fra le seguenti affermazioni scegli quelle vere (V) e quelle false (F)

- Il grafico della funzione $y = 3x^2 + 5$ è una parabola V F
- La parabola d'equazione $y = -4 + x^2$ ha la concavità rivolta verso il basso V F
- La parabola d'equazione $y = -4x^2$ ha il vertice O(0,0) V F
- Il grafico della funzione $y = 4x^3 - 1$ è una parabola V F
- Il grafico della funzione $y = x - 4^2$ ha per grafico una parabola V F