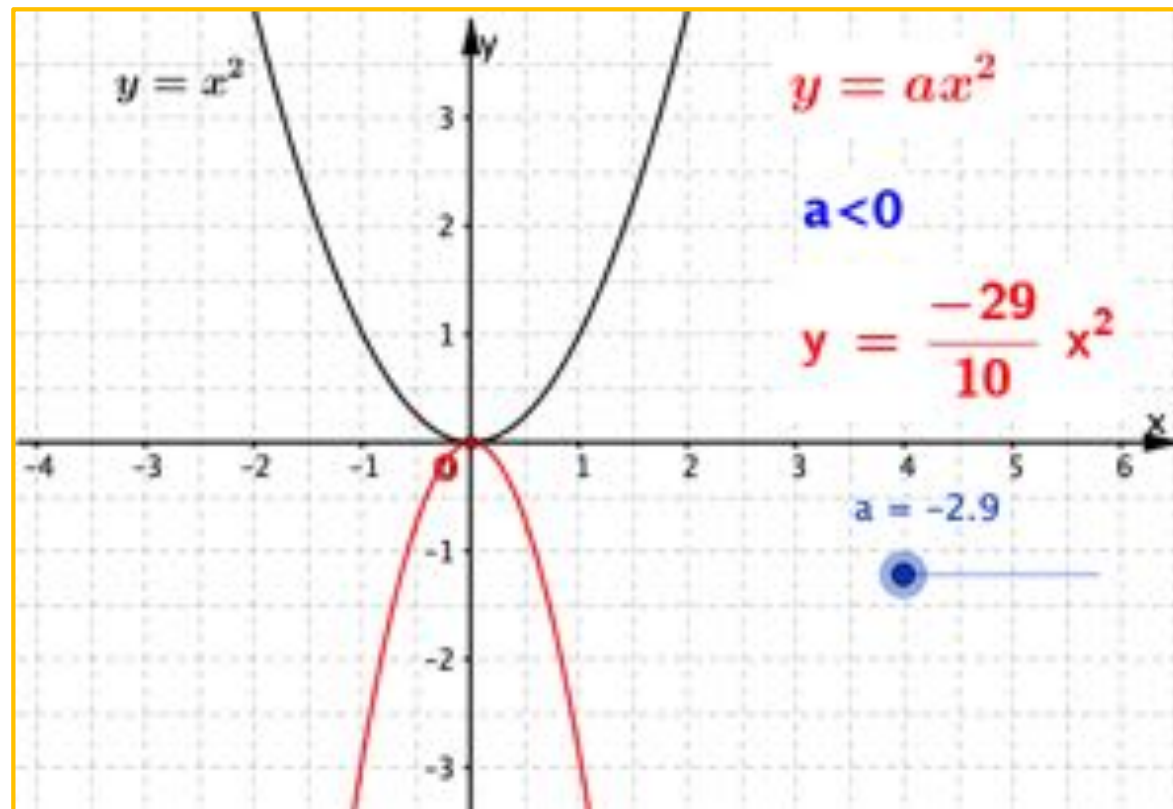


Polinomi di 2⁰ grado e parabole

Il più semplice polinomio di 2° grado

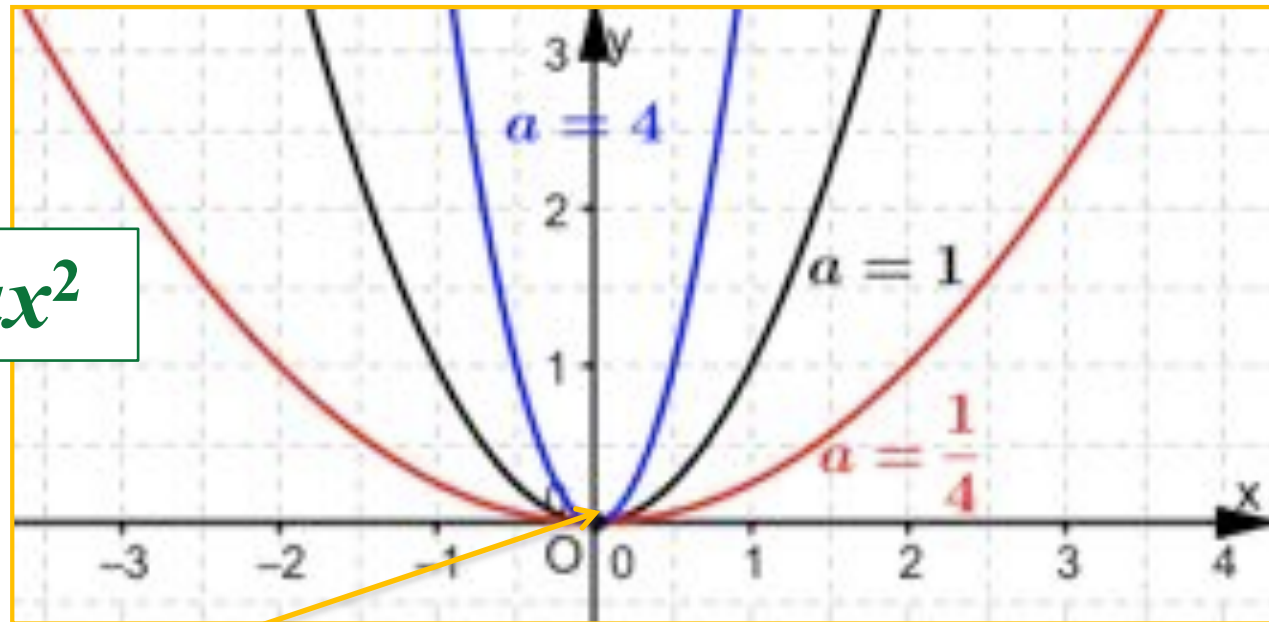
$$y = ax^2$$

Il grafico è una parabola



Se $a > 0$

$$y = ax^2$$



Il vertice O è il punto più basso

Se $0 < a < 1$ la parabola è 'più larga' della curva $y = x^2$.
Se $a > 1$ la parabola è 'più stretta' della curva $y = x^2$.

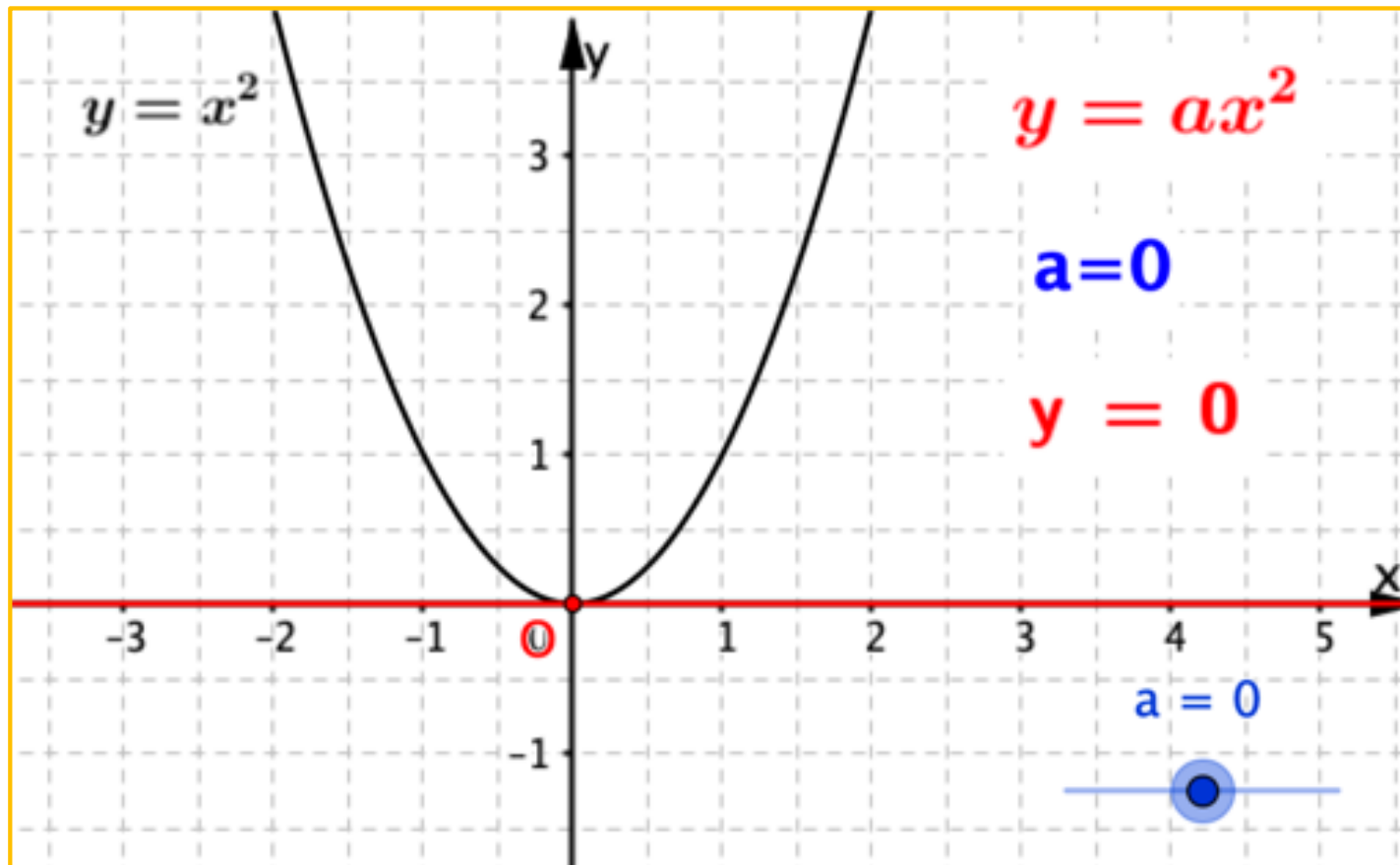
La concavità è rivolta verso l'alto

Concavità verso l'alto



Se $a = 0$

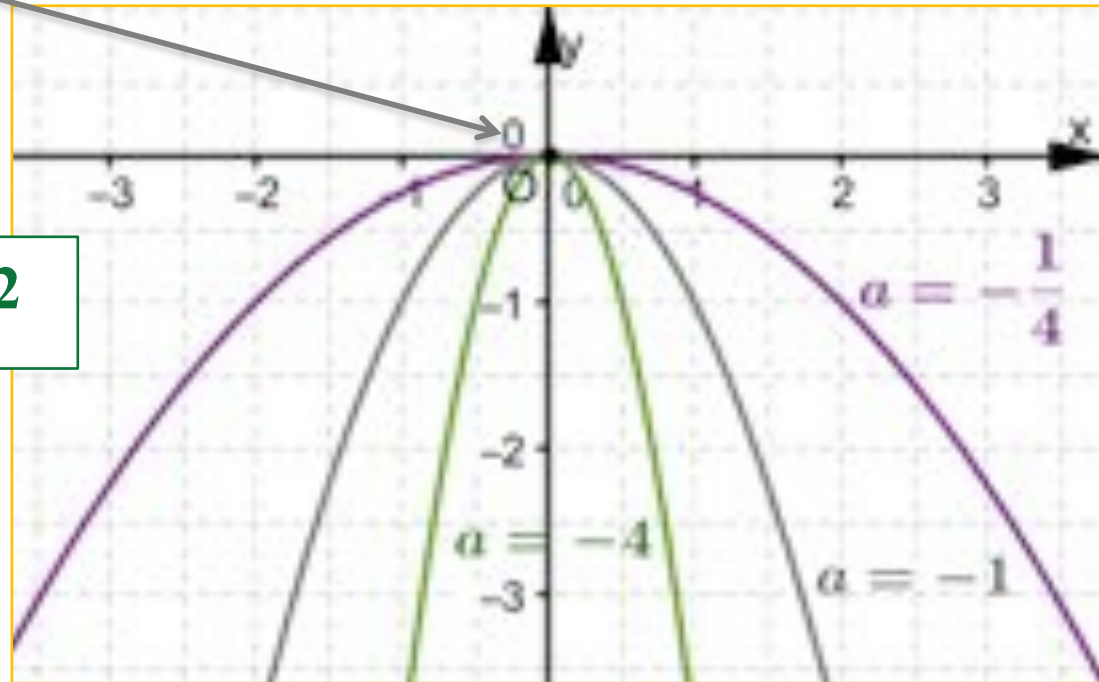
- Funzione $y = 0x^2 \iff y = 0$
- Il grafico coincide con l'asse delle x



Se $a < 0$

Il vertice O è il punto più alto

$$y = ax^2$$



La concavità è rivolta verso il basso

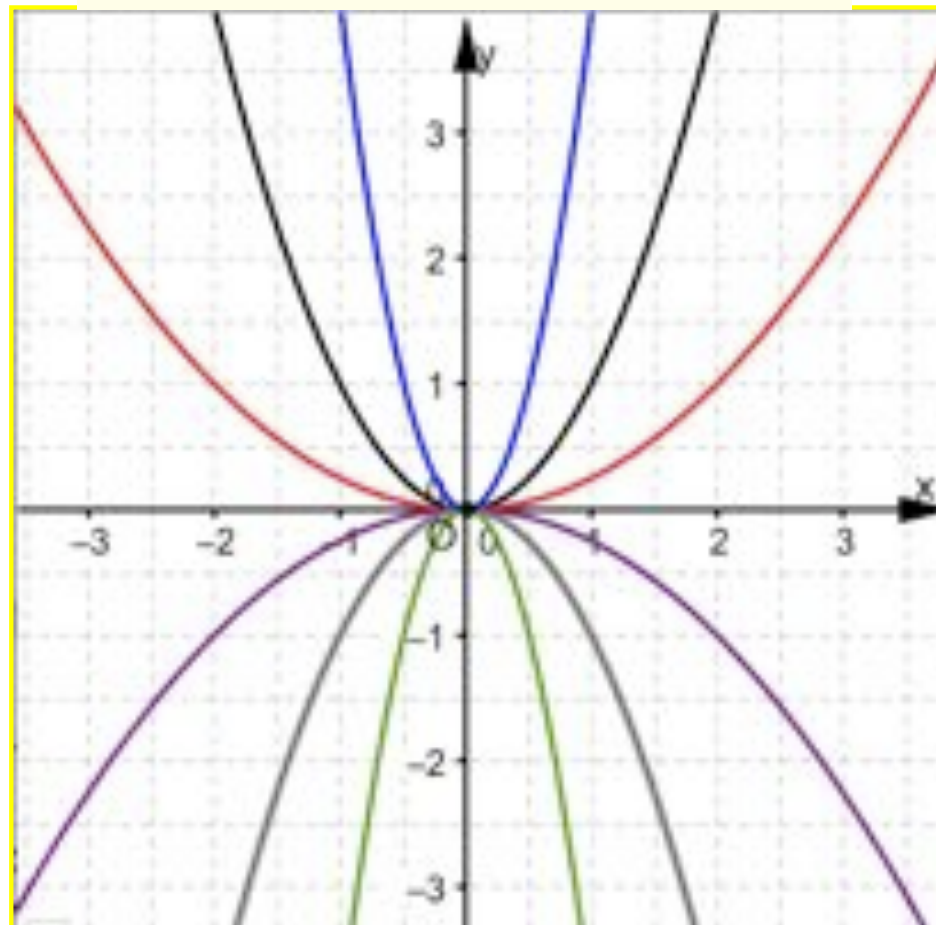
Se $-1 < a < 0$ la parabola è 'più larga' della curva $y = -x^2$
Se $a < -1$ la parabola è 'più stretta' della curva $y = -x^2$

Concavità verso il basso

Proprietà comuni ai grafici di tutte le funzioni $y = ax^2$

Sono tutte parabole

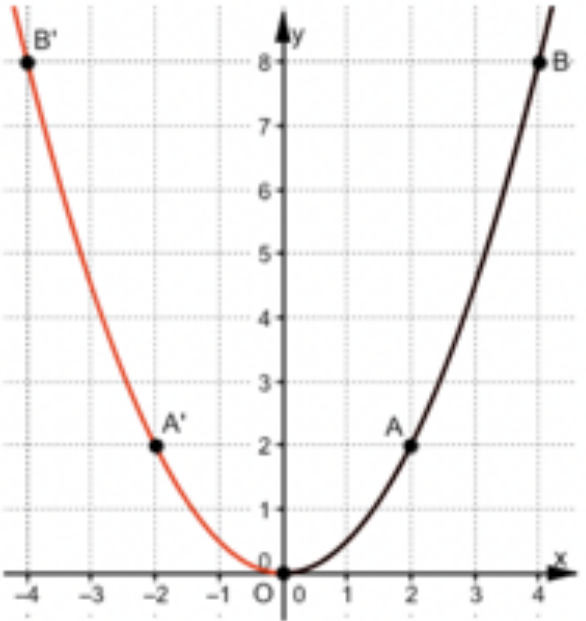
Asse di simmetria
l'asse delle y
d'equazione $x = 0$



Vertice $O(0, 0)$

Grafico di una funzione del tipo $y = ax^2$

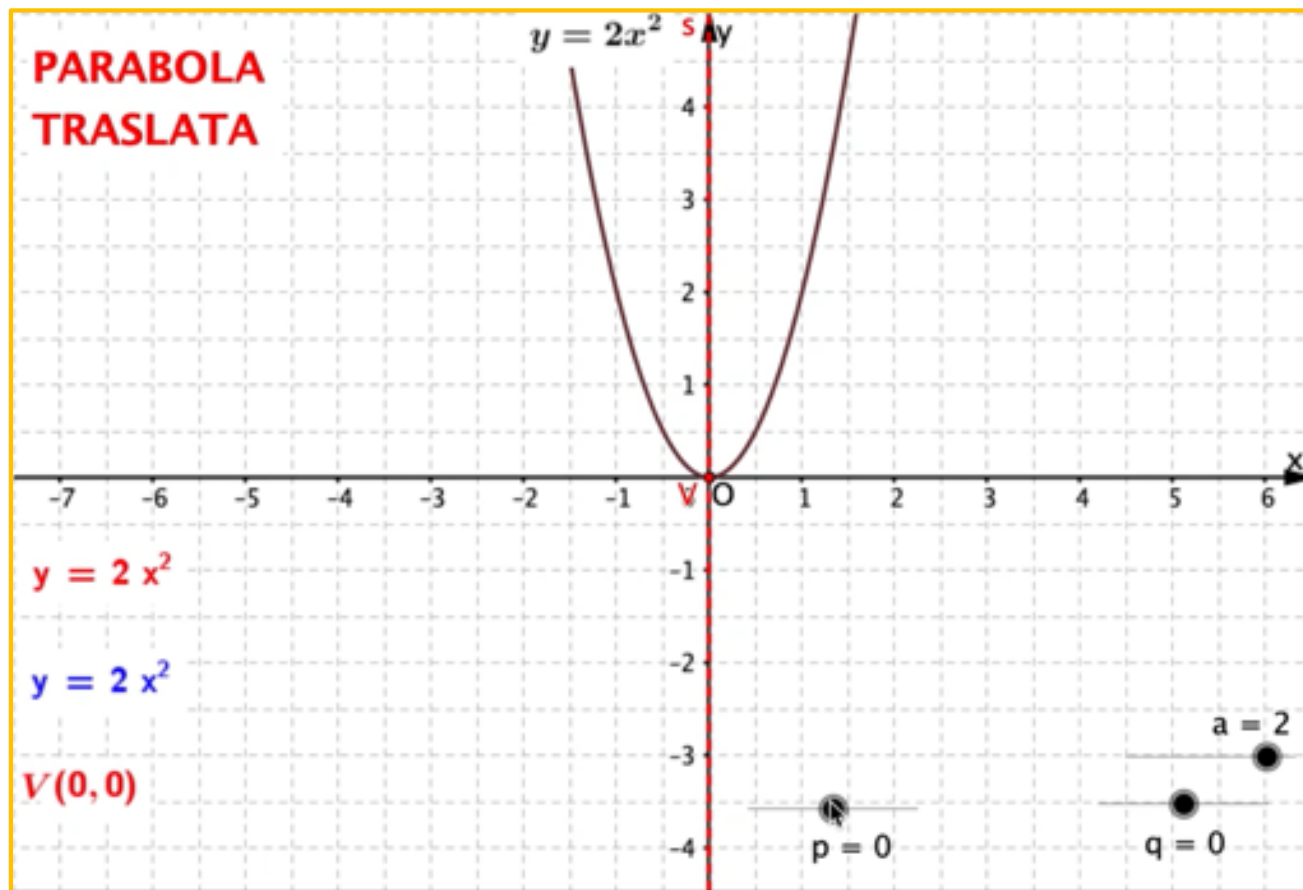
ESEMPIO

Procedimento per tracciare il grafico							
Equazione	$y = \frac{1}{2}x^2$						
1. Vertice e asse di simmetria	Vertice: $O(0; 0)$ Asse di simmetria: <i>asse y</i>						
2. Tabella per trovare due punti A e B a destra dell'asse di simmetria.							
<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>2</th><th>4</th></tr></thead><tbody><tr><td>$y = \frac{1}{2}x^2$</td><td>$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$</td><td>$\frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$</td></tr></tbody></table>	x	2	4	$y = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$	$\frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$	
x	2	4					
$y = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$	$\frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$					
3. Disegno un arco che raccorda O, A e B.							
4. Disegno l'arco OA'B' simmetrico di OAB rispetto all'asse delle y.							

Il polinomio di 2° grado completo

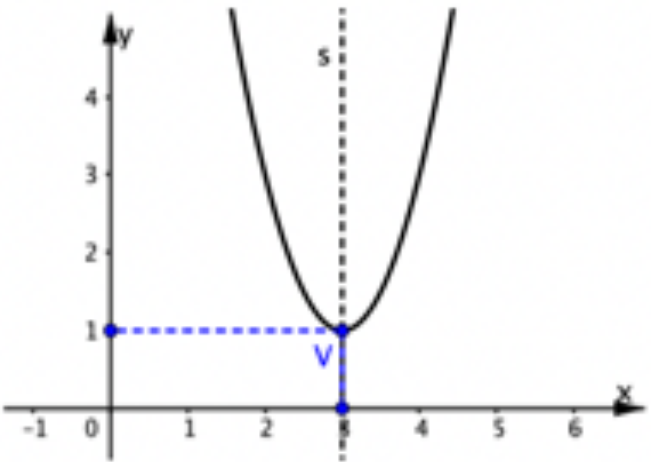
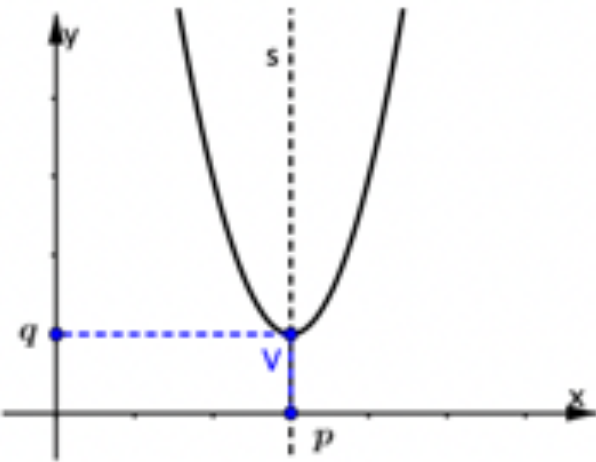
$$y = ax^2 + bx + c$$

Il grafico è una parabola traslata in modo da avere l'asse di simmetria parallelo all'asse delle y .



Video
Parabola2

Come ottengo l'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y?

ESEMPIO NUMERICO Traslo la parabola d'equazione: $y = 2x^2$	IN GENERALE Traslo la parabola d'equazione: $y = ax^2$
<p data-bbox="600 507 743 545">Grafico</p>  <p data-bbox="264 1024 1070 1308">Coordinate del vertice: $V(3; 1)$ Equazione dell'asse di simmetria: $x = 3$ Equazione della parabola: $y = 2(x - 3)^2 + 1$ Nell'equazione ottenuta sviluppo il quadrato, semplifico e ottengo:</p> $y = 2x^2 - 12x + 19$	<p data-bbox="1482 507 1626 545">Grafico</p>  <p data-bbox="1108 1024 1948 1308">Coordinate del vertice: $V(p, q)$ Equazione dell'asse di simmetria: $x = p$ Equazione della parabola: $y = a(x - p)^2 + q$ Nell'equazione ottenuta sviluppo il quadrato, semplifico e ottengo:</p> $y = ax^2 + bx + c, \text{ con } \begin{cases} b = -2ap \\ c = ap^2 + q \end{cases}$

Equazioni e grafico di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y

Una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y è descritta da una delle seguenti equazioni:

$$y = a(x - p)^2 + q$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{con} \quad \begin{cases} b = -2ap \\ c = ap^2 + q \end{cases}$$

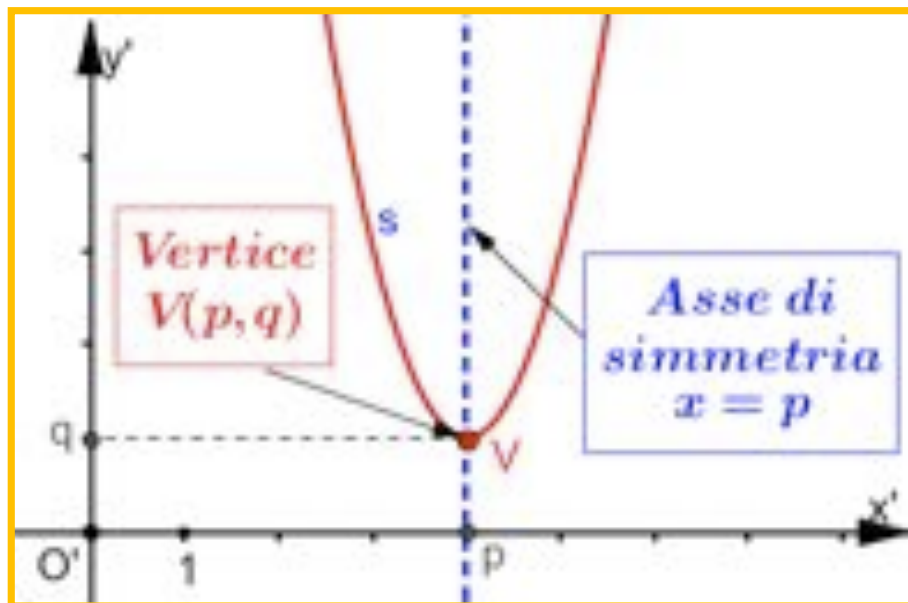


Grafico di funzione del tipo $y = ax^2 + bx + c$

ESEMPIO

Procedimento per tracciare il grafico	
Equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$ con $b = -2ap$	$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$
1. Vertice V e asse di simmetria s	<ul style="list-style-type: none"> Calcolo le coordinate p e q del vertice V: $\begin{cases} p = -\frac{b}{2a} \\ q = ap^2 + bp + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -\frac{4}{1} = -4 \\ q = \frac{1}{2}(-4)^2 + 4(-4) + 6 = -2 \end{cases}$ $V(-4, -2)$ Equazione di asse di simmetria s: $x = -4$. Disegno vertice V e asse di simmetria s.

Grafico di funzione del tipo $y = ax^2 + bx + c$

ESEMPIO

Procedimento per tracciare il grafico	
Equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$ con $b = -2ap$	$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$
1. Vertice V e asse di simmetria s	<ul style="list-style-type: none">• Calcolo le coordinate p e q del vertice V: $\begin{cases} p = -\frac{b}{2a} \\ q = ap^2 + bp + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -\frac{4}{1} = -4 \\ q = \frac{1}{2}(-4)^2 + 4(-4) + 6 = -2 \end{cases}$ $V(-4, -2)$• Equazione di asse di simmetria s: $x = -4$.• Disegno vertice V e asse di simmetria s.
2. Tabella per trovare due punti A e B a destra del vertice V .	
3. Disegno l'arco $V A B$.	

Grafico di funzione del tipo $y = ax^2 + bx + c$

ESEMPIO

Procedimento per tracciare il grafico	
Equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$ con $b = -2ap$	$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$
1. Vertice V e asse di simmetria s	<ul style="list-style-type: none">Calcolo le coordinate p e q del vertice V: $\begin{cases} p = -\frac{b}{2a} \\ q = ap^2 + bp + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -\frac{4}{1} = -4 \\ q = \frac{1}{2}(-4)^2 + 4(-4) + 6 = -2 \end{cases}$ $V(-4, -2)$Equazione di asse di simmetria s: $x = -4$.Disegno vertice V e asse di simmetria s.
2. Tabella per trovare due punti A e B a destra del vertice V .	
3. Disegno l'arco $V A B$.	
4. Disegno l'arco $VA'B'$ simmetrico di VAB rispetto all'asse di simmetria s .	