

Teorema di de l'Hôpital. Esercizi

Sul teorema di de l'Hôpital per calcolare limiti in forma indeterminata del tipo 0/0.

Teorema di de l'Hôpital

Se due funzioni $y = f(x)$ e $y = g(x)$ soddisfano le seguenti ipotesi:

1. in un intorno di a , escluso al più a , sono derivabili e risulta $g'(x) \neq 0$;
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ [dove a è un numero o il simbolo ∞]
3. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \ell$ [dove ℓ è un numero o il simbolo ∞]

Allora risulta

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per spiegare perché **non** puoi applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare i limiti assegnati nell'esercizio 1.

1. a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x}{x-1}$ b. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x - 3}$

a. $f(x) = x^2 + x$ e $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) = \dots$
 $g(x) = x - 1$ e $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \dots$
Non è verificata l'ipotesi

b. $f(x) = \sqrt{x}$ e non posso calcolare $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x}$ perché

Perciò non è verificata l'ipotesi

c. $f(x) = \cos x - 1$ e $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) = \dots$
 $g(x) = x - 3$ e $\lim_{x \rightarrow 0} (x - 3) = \dots$
Non è verificata l'ipotesi

Spiega perché **non** puoi applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare i limiti assegnati negli esercizi 2 e 3

2. a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-x}{\sqrt{x}-1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^3+8}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{\cos x}$

3. a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4}{x-2}$ b. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln x}{x^2-1}$ c. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x}{x}$

4. Risolvi i seguenti quesiti:

I. Associa a ognuno dei seguenti limiti una delle frasi elencate sotto.

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x}$	b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x}$	c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x-2)}{x}$	d. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x}$
Fraser	Fraser	Fraser	Fraser

- A. Il limite **non** rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.
 B. Il limite rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.

II. Calcola i limiti dati con il procedimento che ritieni più opportuno.

5. Risolvi i seguenti quesiti:

I. Associa a ognuno dei seguenti limiti una delle frasi elencate sotto.

a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 3x}$	b. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 9}{x^2 + 3x}$	c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2}$	d. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 1}{\sin x}$
Frase	Frase	Frase	Frase

A. Il limite **non** rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.

B. Il limite rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.

II. Calcola i limiti dati con il procedimento che ritieni più opportuno.

A partire da ogni limite proposto negli esercizi da 6 a 10 risolvi i seguenti quesiti:

a. Applica il teorema di de l'Hôpital per calcolare il limite;

b. Scomponi in fattori i polinomi per calcolare il limite;

c. Confronta i due procedimenti e indica quale procedimento preferisci.

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + x}{x^2 - x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$, $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 - 9}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$

10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 2x}$

Applica il teorema di de l'Hôpital per calcolare i limiti proposti negli esercizi da 11 a 15.

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{3x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^x - 3}{4x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2e^x}{x}$

13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^3}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x + \sin x}$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per calcolare il limite proposto nell'esercizio 16.

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

Applico il teorema di de l'Hôpital e ottengo $\lim_{x \rightarrow 0} \dots \dots \dots$

Il limite è ancora una forma indeterminata del tipo $\dots \dots$ che rispetta le ipotesi del teorema di de l'Hôpital, perciò applico di nuovo il teorema e ottengo: $\lim_{x \rightarrow 0} \dots \dots \dots = \frac{1}{2}$.

Concludo che risulta: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \dots \dots$.

Applica anche più volte il teorema di de l'Hôpital per calcolare i limiti proposti negli esercizi da 17 a 19.

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^3}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \operatorname{sen} x}{x^3}$$

20. Applica il teorema di de l'Hôpital per verificare che, per qualunque numero reale k , sono vere le seguenti uguaglianze.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} kx}{x} = k, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} kx}{x} = k$$

21. Applica il teorema di de l'Hôpital per verificare che, per qualunque coppia di numeri reali a e b , sono vere le seguenti uguaglianze.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} ax}{\operatorname{sen} bx} = \frac{a}{b}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{\operatorname{tg} bx} = \frac{a}{b}$$

22. Applica il teorema di de l'Hôpital per verificare che, per qualunque numero reale β , sono vere le seguenti uguaglianze.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x + \beta) - \operatorname{sen} \beta}{x} = \cos \beta, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + \beta) - \cos \beta}{x} = -\operatorname{sen} \beta$$

23. Applica il teorema di de l'Hôpital per verificare che, per qualunque numero reale β sono vere le seguenti uguaglianze.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} \beta}{x - \beta} = \cos \beta, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos \beta}{x - \beta} = -\operatorname{sen} \beta$$

Sul teorema di de l'Hôpital per calcolare limiti in forma indeterminata del tipo ∞/∞ .

Teorema di de l'Hôpital

Se due funzioni $y = f(x)$ e $y = g(x)$ soddisfano le seguenti ipotesi:

1. in un intorno di a , escluso al più a , sono derivabili e risulta $g'(x) \neq 0$;
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ [dove a è un numero o il simbolo ∞]
3. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \ell$ [dove ℓ è un numero o il simbolo ∞]

Allora risulta

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

A partire da ogni limite proposto negli esercizi da 24 a 26 risolvi i seguenti quesiti:

- a. Applica anche più volte il teorema di de l'Hôpital per calcolare il limite;
- b. Applica il procedimento algebrico richiamato qui sotto per calcolare il limite;
- c. Confronta i due procedimenti e indica quale procedimento preferisci.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n}{b_0 + b_1 x + \dots + b_m x^m} = \begin{cases} 0 & \text{se } n < m \\ \infty & \text{se } n > m \\ \frac{a_n}{b_m} & \text{se } n = m \end{cases}$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2+3}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{x+1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{2x+1}$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-x^2}{5x-3}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{3x^3+x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x+3}$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^4+2x^2+1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+2x^2+1}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+2x^2+1}{x^4}$$

Applica il teorema di de l'Hôpital per calcolare i limiti proposti negli esercizi da 27 a 30

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$$

$$28. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2x}{e^x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x+x}{x^2}$$

$$29. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$30. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln(x^2)}$$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per verificare che è inutile applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare il limite assegnato nell'esercizio 31.

$$31. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{\sqrt{4x^2+1}}$$

Se applico il teorema di de l'Hôpital, calcolo il rapporto delle derivate e ottengo:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\frac{8x}{2\sqrt{4x^2+1}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x} \text{ che è ancora una forma indeterminata del tipo } \infty/\infty.$$

E, se calcolo di nuovo il rapporto delle derivate, ottengo, che è una forma indeterminata analoga a quella di partenza.

32. Verifica che è inutile applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare i seguenti limiti.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+8}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x^4+2}}$$

Esercizio guidato

Completa il procedimento per verificare che **non** puoi applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare il limite assegnato nell'esercizio 33.

$$33. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+\sin x}{x}$$

Non esiste $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$, perciò

34. Verifica che **non** puoi applicare il teorema di de l'Hôpital per calcolare il limite seguente:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos x}{2x - \cos x}$$

Sul teorema di de l'Hôpital per calcolare limiti in forma indeterminata del tipo $0 \cdot \infty$.

Quando si deve calcolare

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) \quad \text{con} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

si ha una forma indeterminata del tipo $0 \cdot \infty$; ma basta tenere presente che

$$f(x) \cdot g(x) = \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} \quad \text{oppure} \quad f(x) \cdot g(x) = \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

per ricondurre il limite assegnato ad una forma del tipo $\frac{0}{0}$ oppure $\frac{\infty}{\infty}$, forme che si possono trattare con i teoremi di de l'Hôpital.

Esercizio guidato

Completa il procedimento per calcolare il limite assegnato nell'esercizio 35.

35. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x$

Scrivo $x \cdot e^x = \frac{x}{e^{-x}}$ e applico il teorema di de l'Hôpital per calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} \quad \text{che è una forma indeterminata del tipo } \infty/\infty.$$

Calcolo il limite del rapporto delle derivate e ottengo: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = \dots\dots$

Concludo che risulta: $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = \dots\dots$

Calcola i limiti assegnati negli esercizi da 36 a 38

36. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^{-x}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

37. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \cdot \ln x$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \cdot \ln x^2$

38. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg}(x) \right]$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\left(x - \frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot \operatorname{tg}(x) \right]$

Sul teorema di de l'Hôpital per calcolare limiti in forma indeterminata del tipo $\infty - \infty$.

Esercizio guidato

Completa il procedimento per calcolare il limite assegnato nell'esercizio 39.

39. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right)$

Ho una forma indeterminata del tipo $\infty - \infty$; eseguo la sottrazione e ottengo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\operatorname{sen} x - x}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{x \operatorname{sen} x}_{\rightarrow 0}} \quad \text{che è una forma indeterminata del tipo } \dots\dots$$

Applico il teorema di de l'Hôpital e calcolo il limite del rapporto delle derivate:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\operatorname{cos} x - 1}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{\operatorname{sen} x + x \operatorname{cos} x}_{\rightarrow 0}} \quad \text{è ancora una forma indeterminata del tipo } \dots\dots$$

Applico una seconda volta il teorema di de l'Hôpital e ottengo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{-\operatorname{sen} x}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{\operatorname{cos} x + \operatorname{cos} x - x \operatorname{sen} x}_{\rightarrow 2}} = \dots\dots$$

Concludo che risulta: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right) = \dots$

A partire da ogni limite assegnato negli esercizi da 40 a 44, risolvi i seguenti quesiti:

a. scrivi il limite in modo da poter applicare il teorema di de l'Hôpital;

b. calcola il risultato del limite.

40. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

41. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

42. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right)$

43. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{2 \ln x} \right)$

44. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{(x-1)^2} \right)$

In generale

Quando si deve calcolare

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] \quad \text{con} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$$

oppure

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] \quad \text{con} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$$

si ha una forma indeterminata del tipo $\infty - \infty$; ma basta scrivere

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x) \cdot g(x)}}$$

per ricondurre ad una forma del tipo $\frac{0}{0}$, forma che si può trattare con il teorema di de l'Hôpital.

Sul teorema di de l'Hôpital per calcolare limiti nelle forme indeterminate del tipo

$0/0, \infty/\infty, 0 \cdot \infty, \infty - \infty$

45. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 8x + 16}$$

A. Il limite **non** si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.

B. Il risultato del limite è 1.

C. Il risultato del limite è $\frac{2x-4}{2x-8}$

D. Il risultato del limite è ∞ .

46. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 8x + 16}$$

A. Il limite **non** si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.

B. Il risultato del limite è 1.

C. Il risultato del limite è $\frac{2x-4}{2x-8}$

D. Il risultato del limite è ∞ .

47. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 8x}$$

- A. Il limite si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.
- B. Il risultato del limite è 0.
- C. Il risultato del limite è ∞ .
- D. Il risultato del limite è $\frac{2x-4}{2x-8}$.

48. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x}{e^{x+3}}$$

- A. Il limite **non** si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.
- B. Il risultato del limite è 0.
- C. Il risultato del limite è $+\infty$.
- D. Il risultato del limite è $\frac{2x-4}{e^{x+3}}$.

49. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x}{e^{x+3}}$$

- A. Il limite si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.
- B. Il risultato del limite è 0.
- C. Il risultato del limite è $+\infty$.
- D. Il risultato del limite è $\frac{2x-4}{e^{x+3}}$.

50. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - 2x}$$

- A. Il risultato del limite è 0.
- B. Il risultato del limite è $\frac{1}{2}$.
- C. Il risultato del limite è $\frac{0}{0}$.
- D. Il limite **non** si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.

51. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - 2x}$$

- A. Il risultato del limite è 0.
- B. Il risultato del limite è $\frac{1}{2}$.
- C. Il risultato del limite è $+\infty$.
- D. Il limite **non** si può calcolare con il teorema di de l'Hôpital.

52. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$$

- A. Il limite **non** è una forma indeterminata.
- B. Il risultato del limite è $+\infty$
- C. Il risultato del limite è $-\frac{1}{2}$.
- D. Per calcolare il limite non posso applicare il teorema di de l'Hôpital.

53. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x - \pi) \cdot \operatorname{tg} x$$

- A. Il limite **non** è una forma indeterminata.
- B. Il risultato del limite è ∞
- C. Il risultato del limite è -1 .
- D. Il risultato del limite è -2 .

54. Scegli l'unica affermazione vera sul seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \ln x)$$

- A. Non posso calcolare il limite.
- B. Il risultato del limite è $-\infty$.
- C. Per calcolare il limite posso applicare il teorema di de l'Hôpital
- D. Il limite è una forma indeterminata del tipo $\infty - \infty$.