

## Teorema di de l'Hôpital. Attività

**Teorema di de l'Hôpital**

Se due funzioni  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$  soddisfano le seguenti ipotesi:

1. in un intorno di  $a$ , escluso al più  $a$ , sono derivabili e risulta  $g'(x) \neq 0$ ;
2.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  [dove  $a$  è un numero o il simbolo  $\infty$ ]  
oppure  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$
3.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \ell$  [dove  $\ell$  è un numero o il simbolo  $\infty$ ]

Allora risulta

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

I. Associa a ognuno dei seguenti limiti una delle frasi elencate sotto.

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+3x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \ln x}{x-1}$
Limite 1, Frase ....	Limite 2, Frase ....	Limite 3, Frase ....	Limite 4 Frase ....

A. Il limite **non** rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.

B. Il limite rispetta tutte le ipotesi del teorema di de l'Hôpital.

II. Calcola i limiti dati con il procedimento che ritieni più opportuno

.....

.....

.....

.....

III. Calcola, se è possibile, i seguenti limiti con il procedimento che ritieni più opportuno

a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + x^3 - 2}{2x^4 - 3x^2 + x}$  .....

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln x}{x}$  .....

c.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$  .....

IV. Il teorema di de l'Hopital si può applicare anche per risolvere altre forme indeterminate riconducibili con opportuni calcoli ad una delle forme 0/0 oppure  $\infty/\infty$ . Ecco due esempi.

• A partire da  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$  rispondi ai seguenti quesiti:

- In quale forma indeterminata si presenta il limite? .....

- Puoi indicare un procedimento per ricondurre il limite ad uno dei limiti del quesito III? .....

• A partire da  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$  rispondi ai seguenti quesiti:

- In quale forma indeterminata si presenta il limite? .....

- Puoi indicare un procedimento per ricondurre il limite ad uno dei limiti trattati a lezione?.....