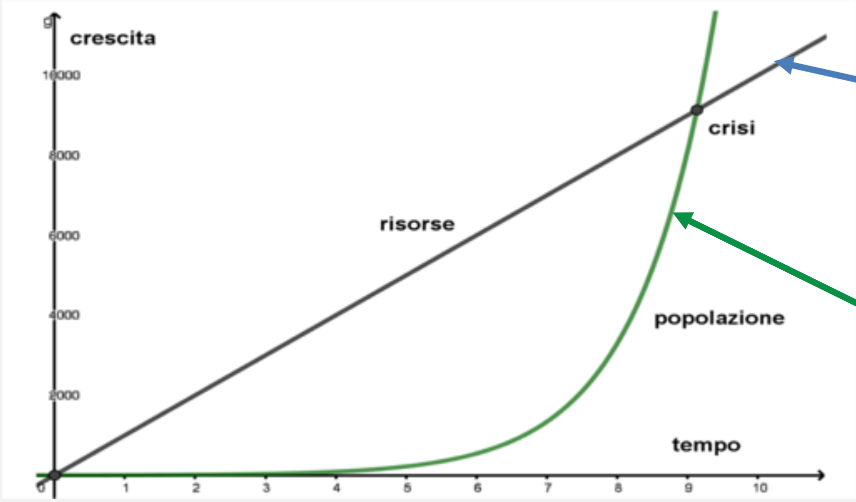
# Derivate e grafici di funzioni

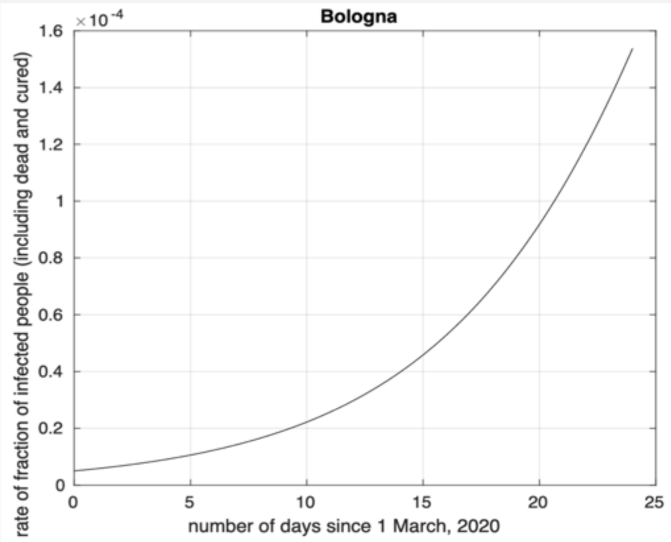
# Grafici di funzioni per ‘vedere’ la crescita di popolazioni, di contagiati, …

**Crescita di una popolazione e delle risorse per vivere secondo Malthus**

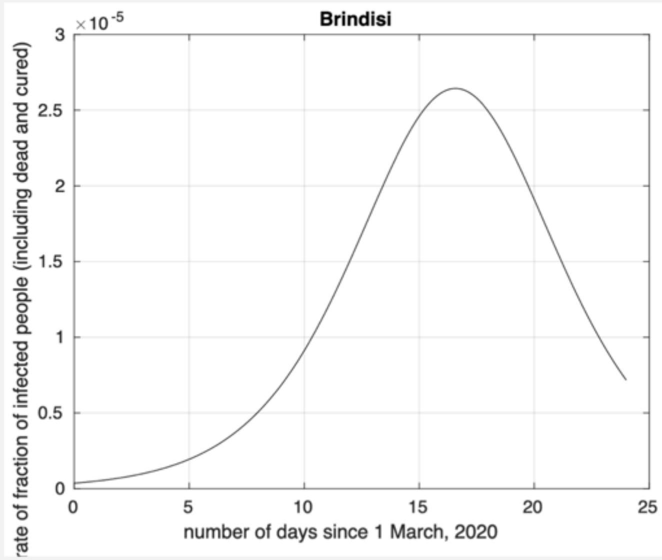



**Retta**
**Crescita lineare**

**Curva esponenziale**
**Crescita esponenziale**

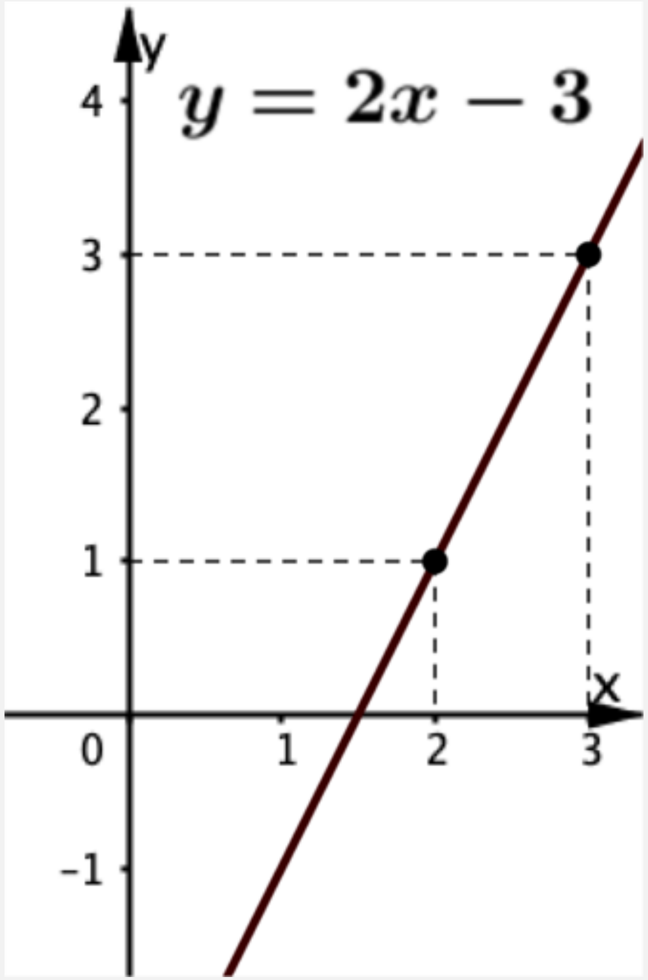


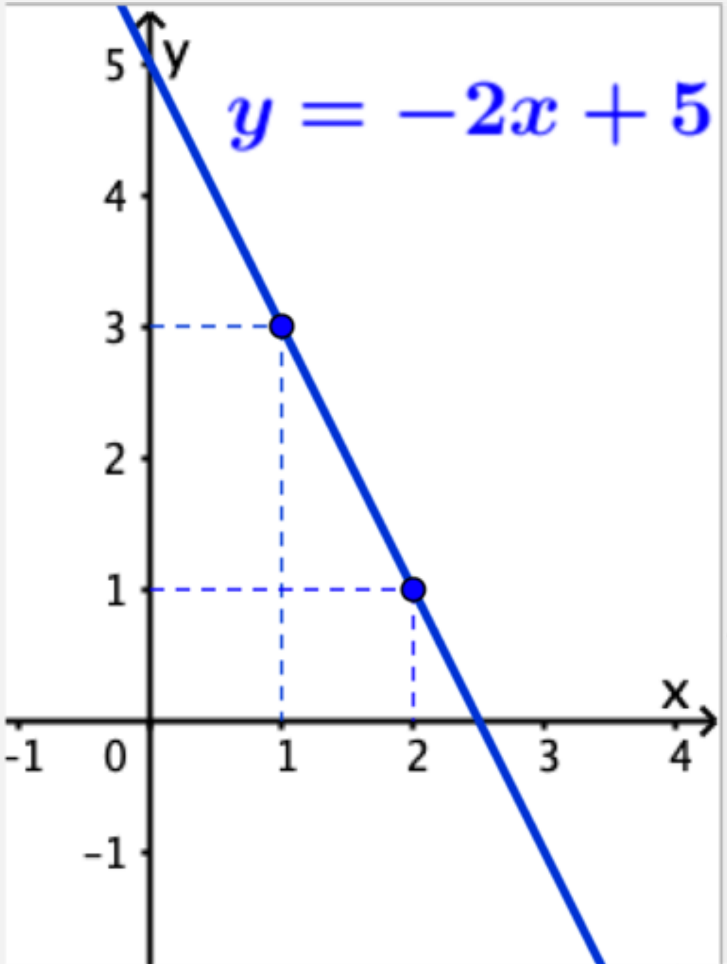

**Crescita dei contagiati durante un’epidemia**



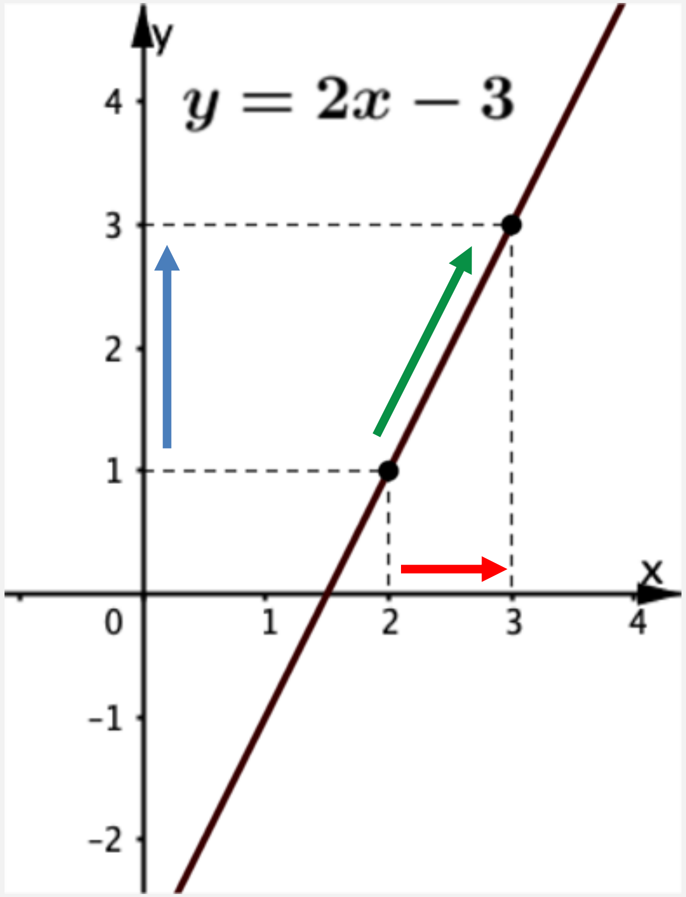
# Funzioni crescenti o decrescenti

## Le più semplici: le rette



# Retta crescente




| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y = 2x - 3$ | $-1$ | 1 | 3 | 5 |

**Tabella**

**Se aumenta x, cresce anche y.**

**Grafico**

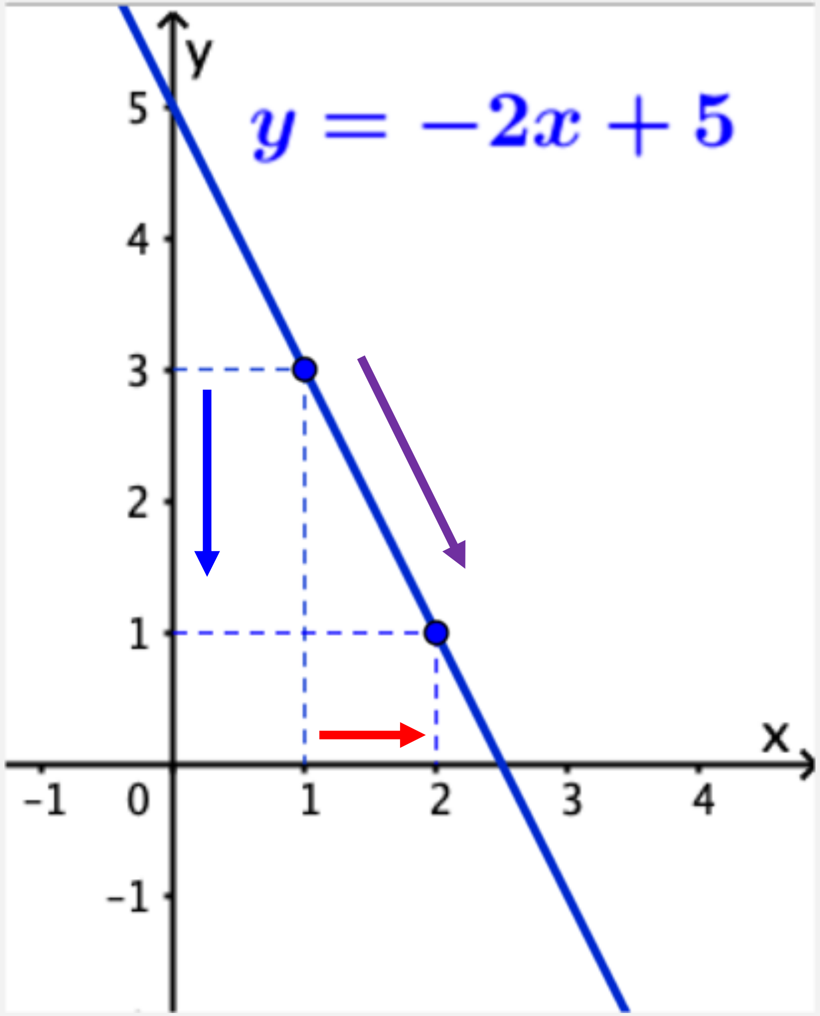
**Se percorro il grafico da O verso destra, 'vado in salita'.**

$$y = 2x - 3$$

**Formula**

**La pendenza è m = 2, positiva**

# Retta decrescente




| $x$ | 0 | 1 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y = -2x + 5$ | 5 | 3 | 1 | $-3$ |

**Tabella**

**Se aumenta x, decresce y.**

$$y = -2x + 5$$

**Grafico**

**Se percorro il grafico da O verso destra, ‘vado in discesa’.**

**Formula**

**La pendenza è m = − 2, negativa**



*Daniela Valenti, 2022*

# Riconoscere funzioni lineari $y = mx + q$ crescenti o decrescenti

***m* positivo**

**funzioni crescenti**

$$y = x - 4$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - 5$$

$$y = \sqrt{2}x - 2$$

$$\vdots$$

***m* negativo**

**funzioni decrescenti**

$$y = -x + 3$$

$$y = -3x + 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

$$y = -\sqrt{2}x + 4$$

$$\vdots$$

**Grafici e tabelle non sono necessari: basta esaminare la formula**

# Riconoscere funzioni crescenti o decrescenti

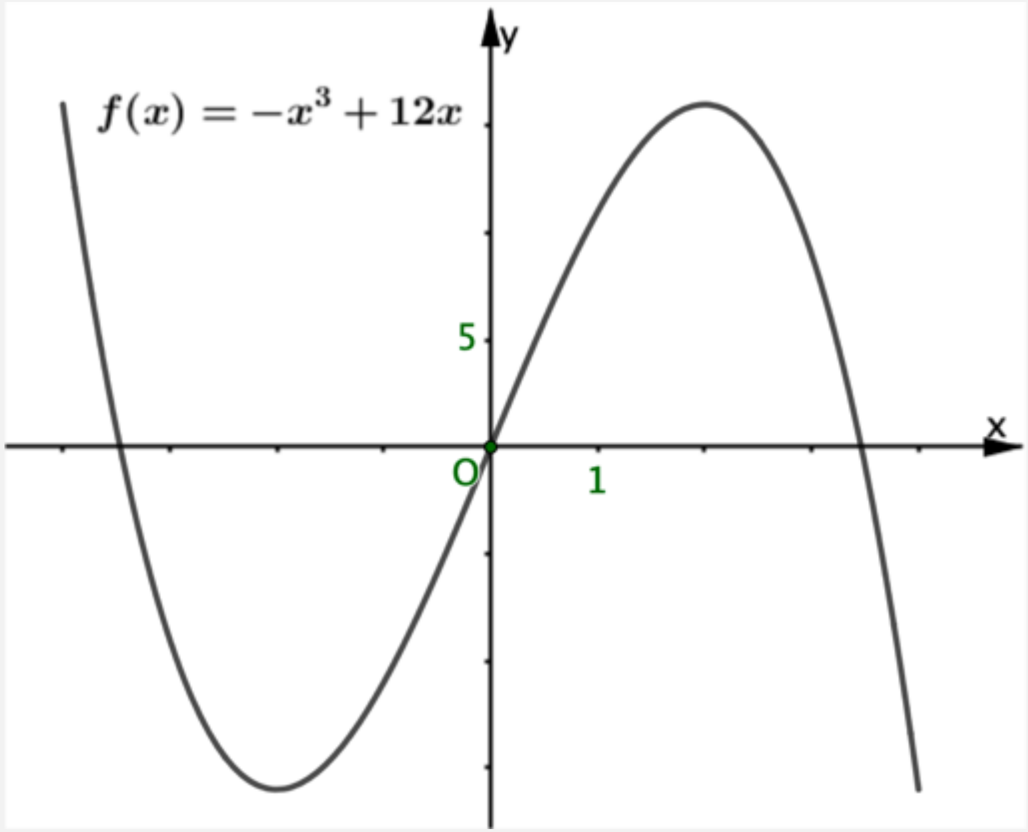
**E se la funzione non è lineare?**

**Ragiono a partire da un esempio**

# Osservo il grafico di una funzione

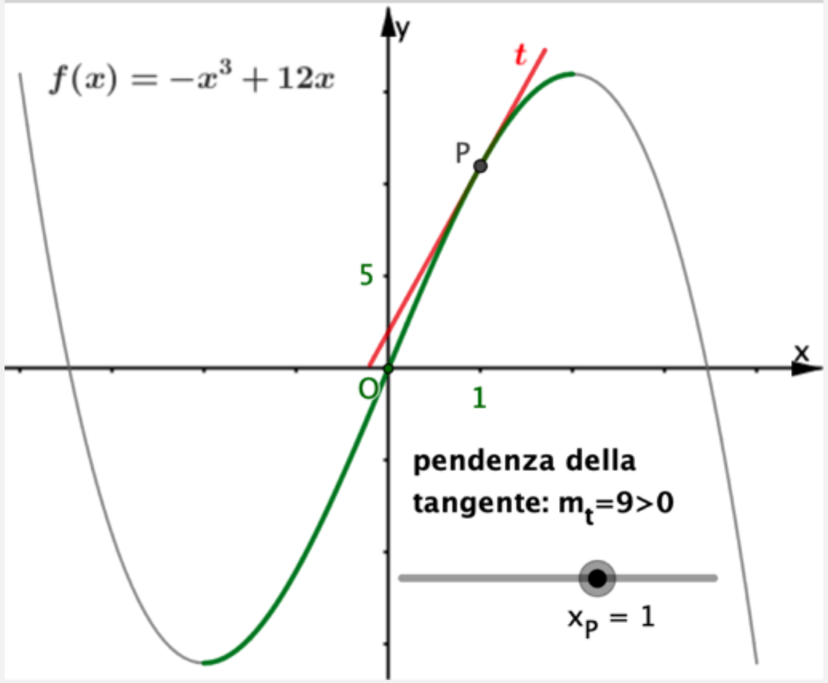
**Osservo un esempio di curva: il grafico della funzione**

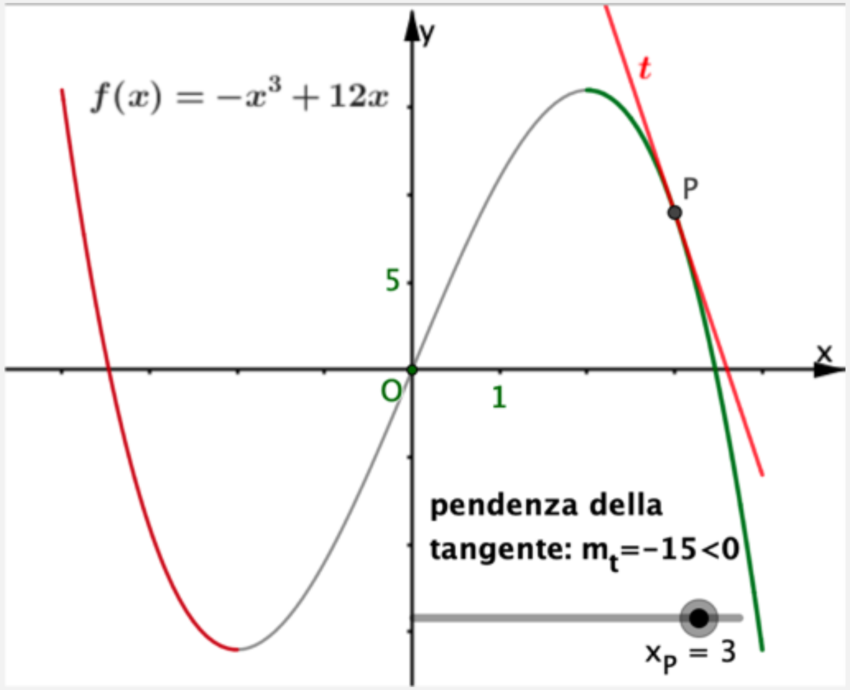
$$f(x) = -x^3 + 12x$$




**Sulla curva posso trovare archi crescenti o decrescenti**

# Osservo il grafico insieme alla retta tangente



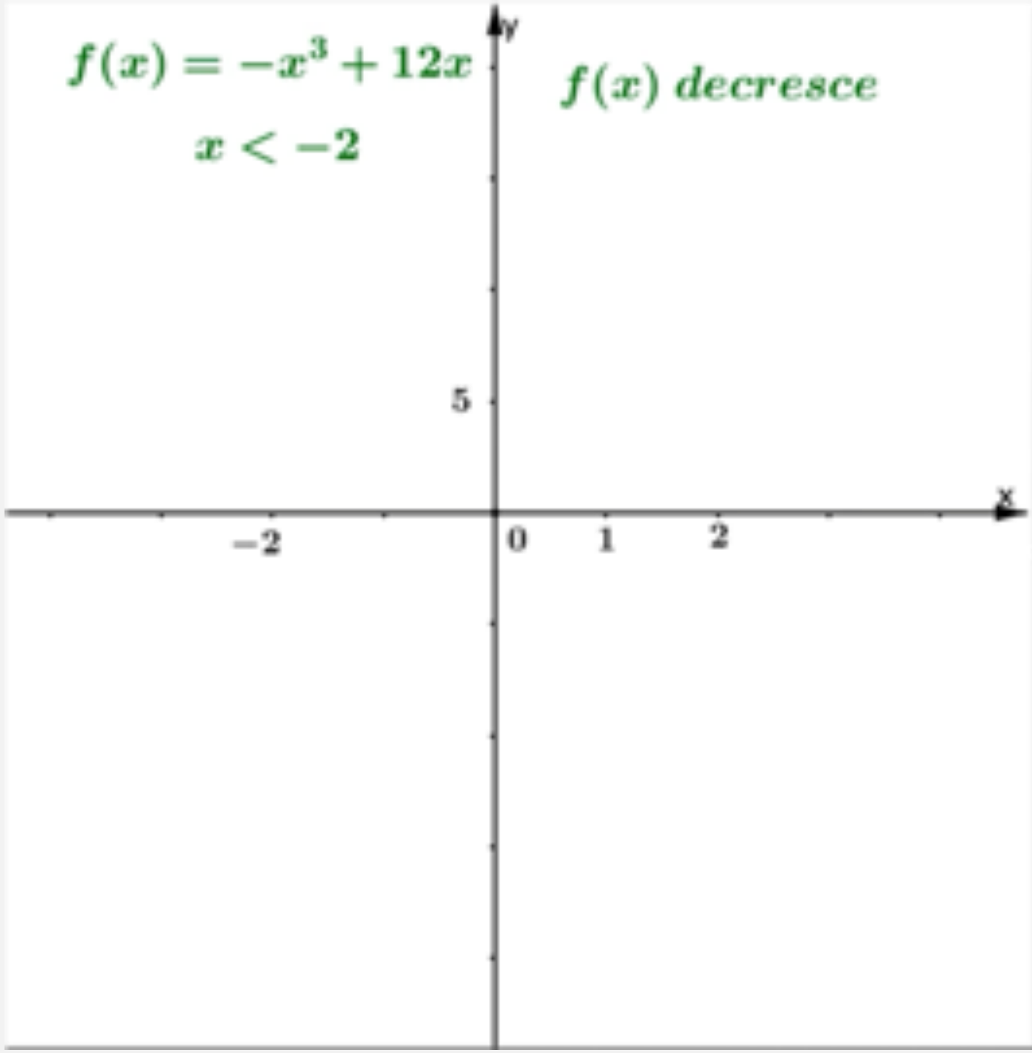



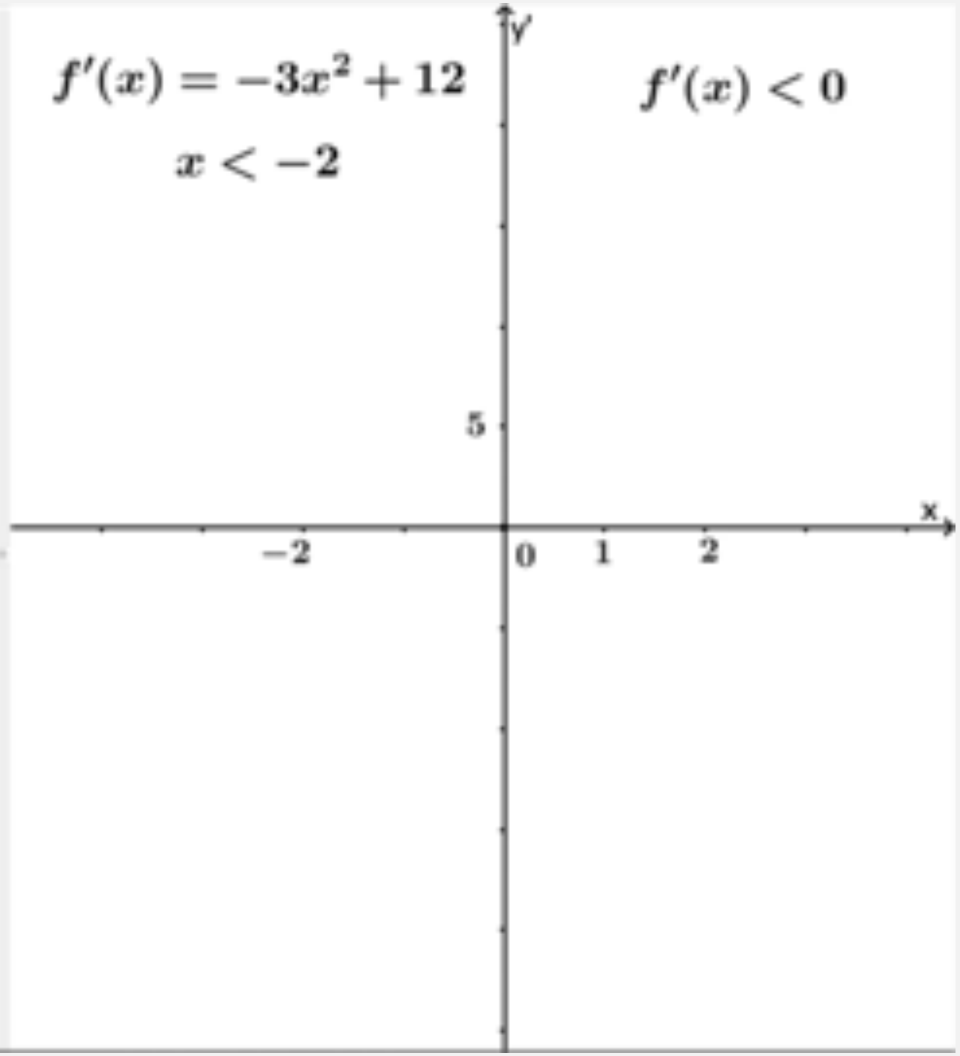

**Se $m_t$ è positiva, P si trova su un arco crescente**

**Se $m_t$ è negativa, P si trova su un arco decrescente.**

**La funzione f(x) è derivabile e la derivata f'(x) dà, per ogni x, la pendenza $m_t$ della tangente al grafico nel punto P.**

# Il segno di f'(x) indica archi crescenti o decrescenti di f(x)

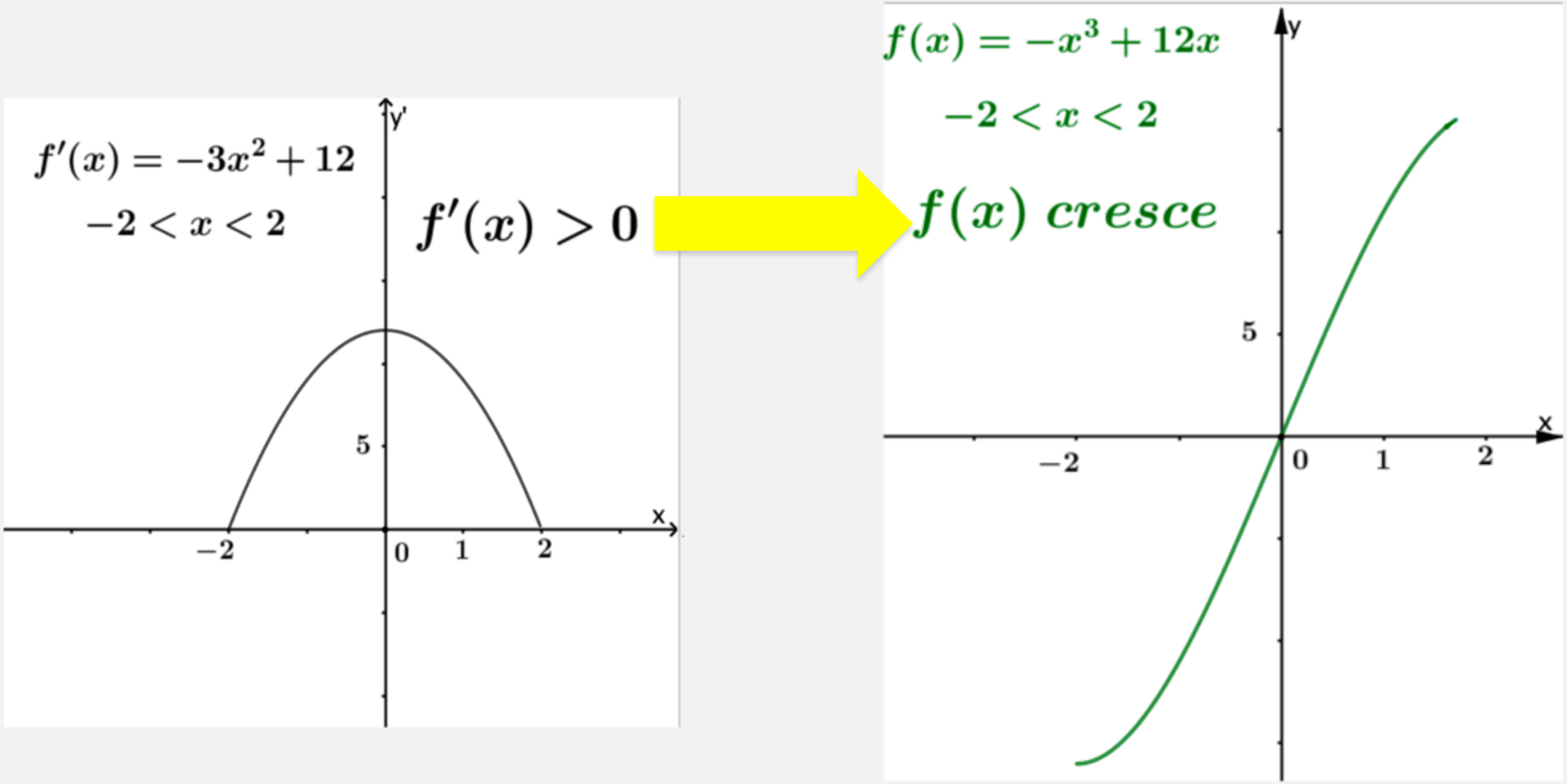



**Video 1**

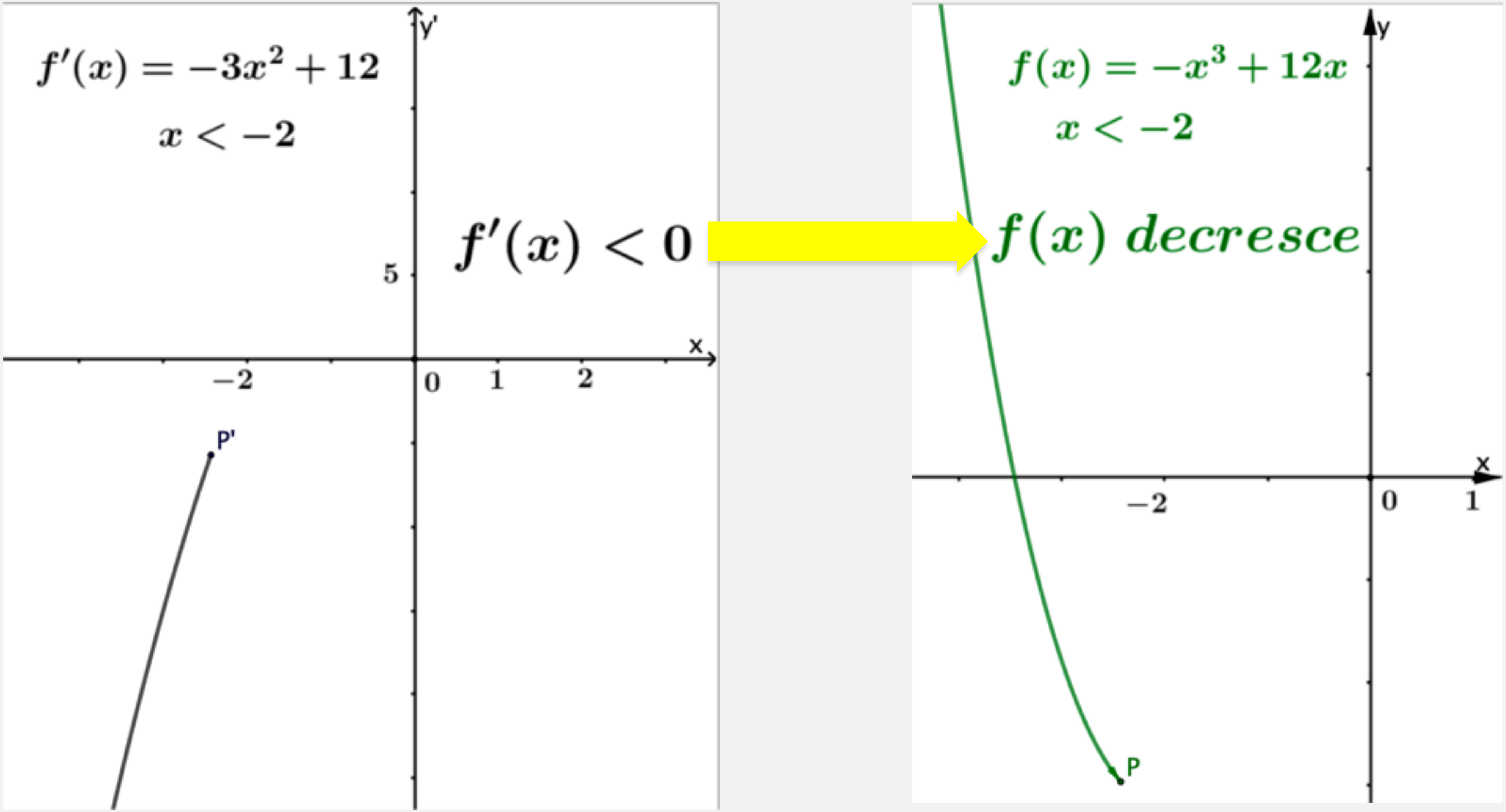
# Segno positivo di f'(x) e crescita di f(x)

## Conclusioni suggerite dal video

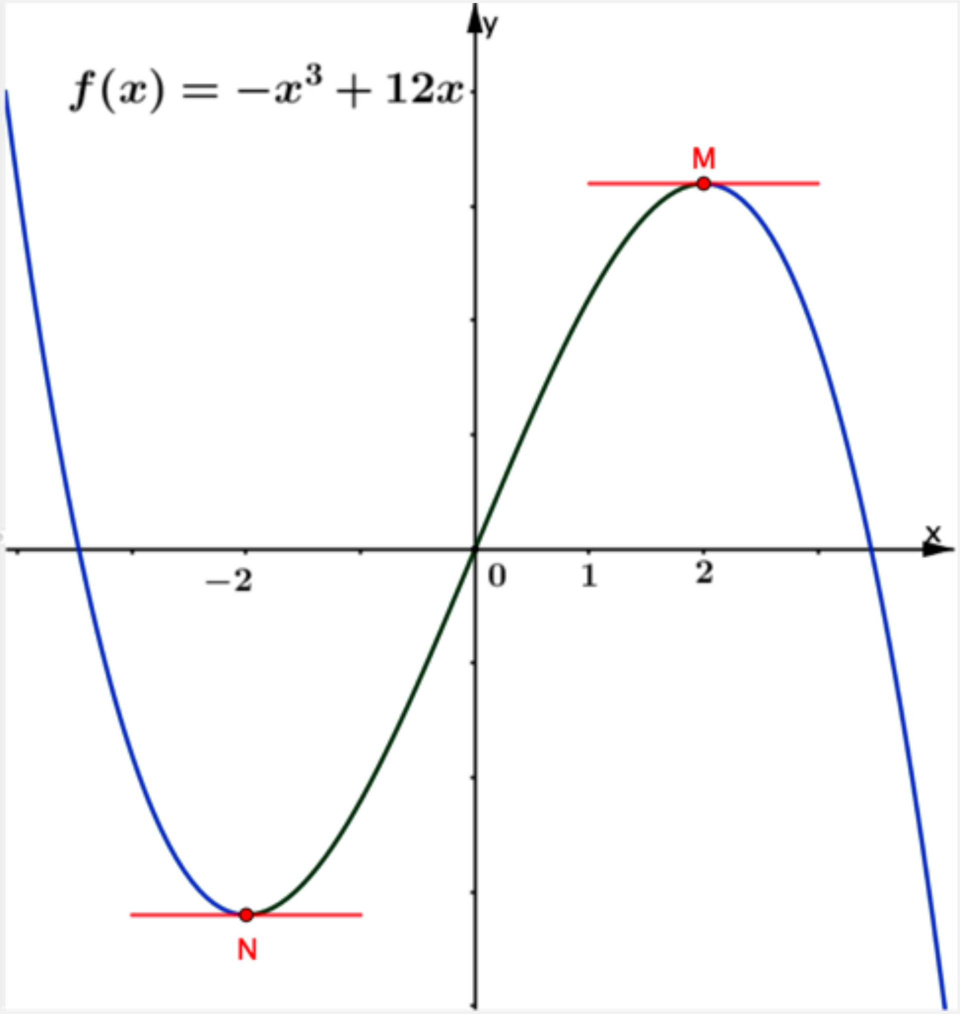


# Segno negativo di f’(x) e decrescita di f(x)

## Conclusioni suggerite dal video

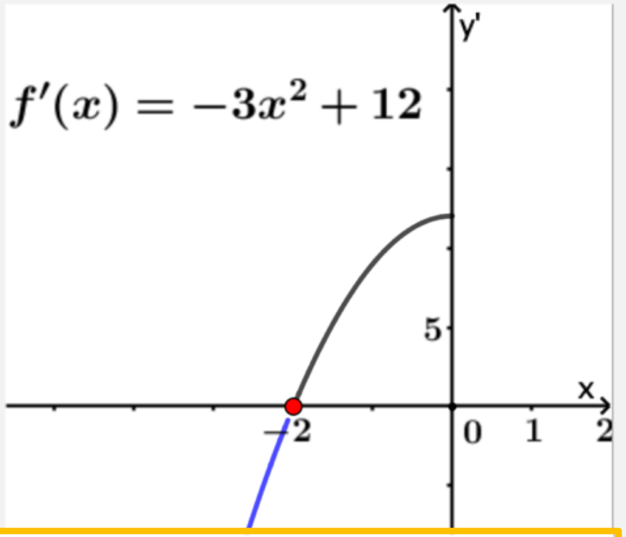


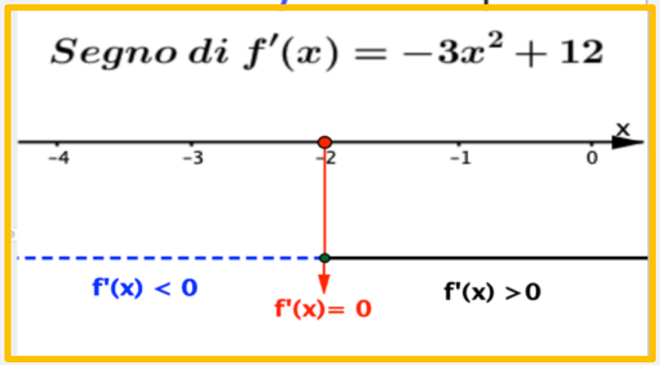
# Due punti notevoli sul grafico di f(x)

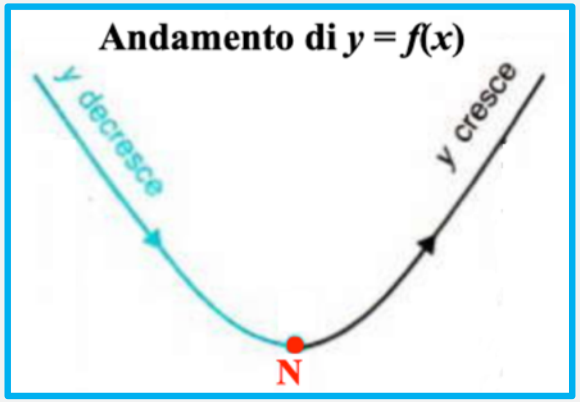


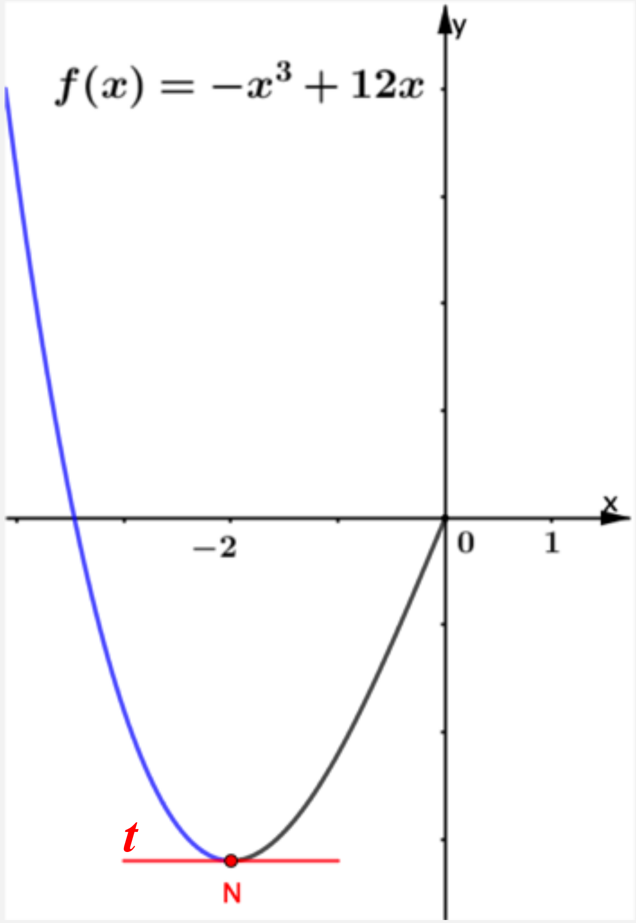

**Esamino i due punti**

# Punto N di minimo relativo



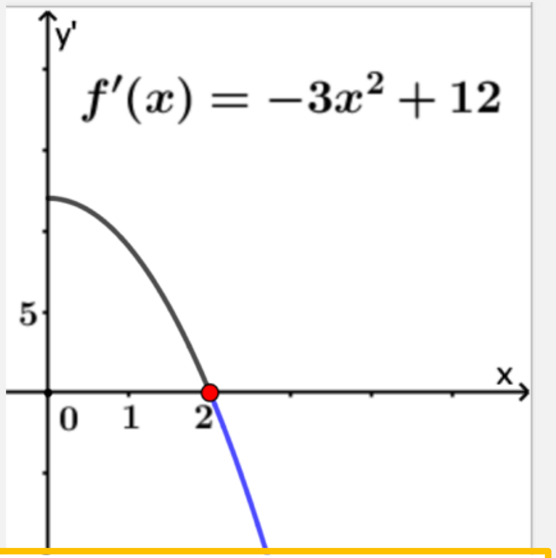



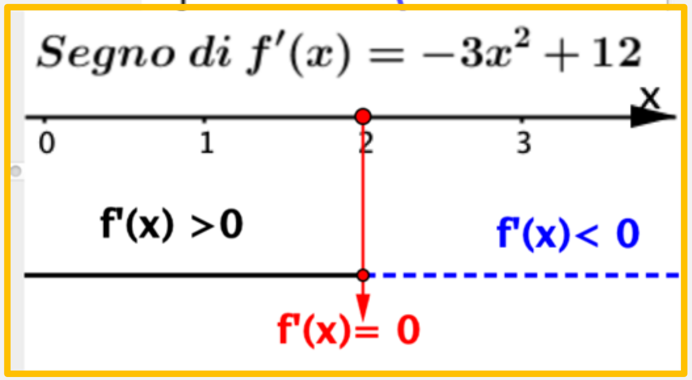



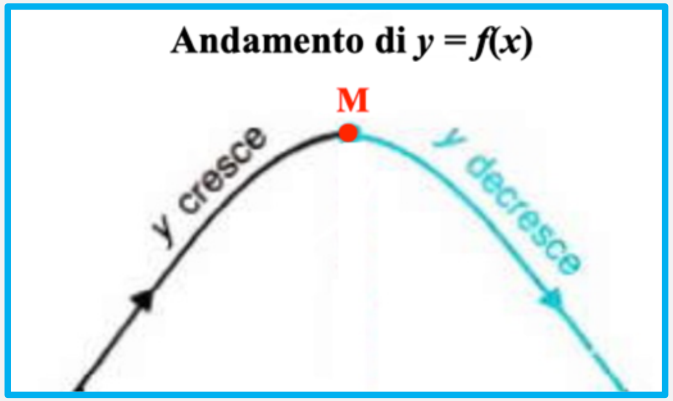

**N è 'il più basso dei punti vicini'**

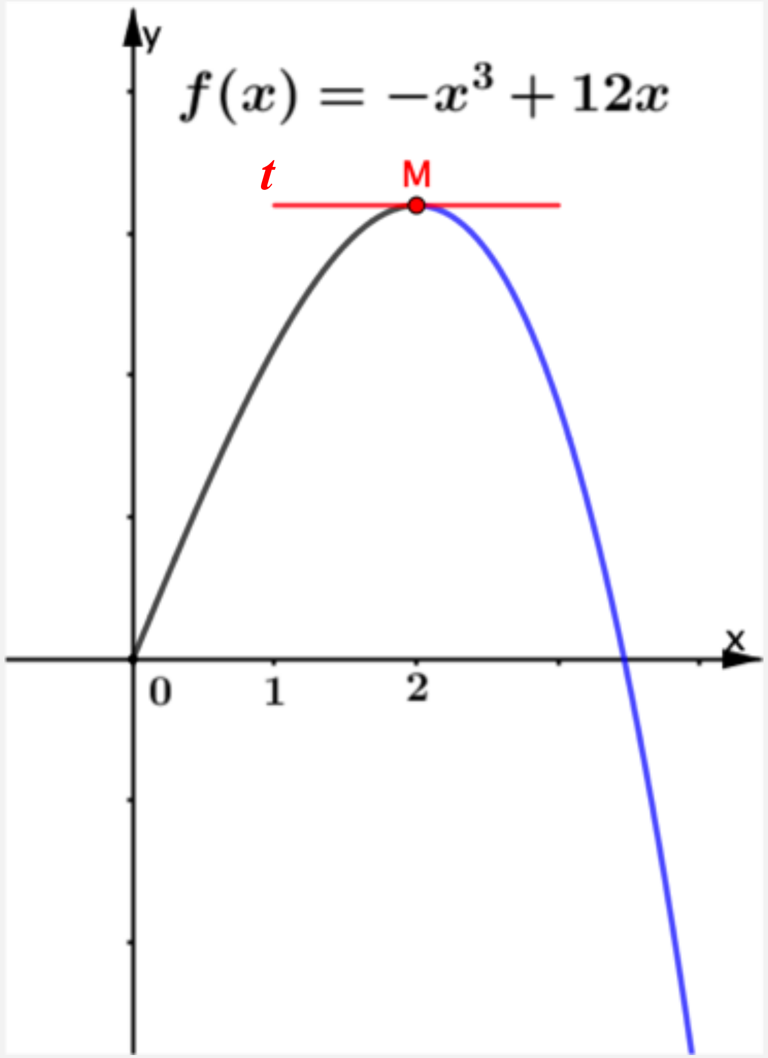
**La tangente t in N ha pendenza $m_t = 0$**

# Punto M di massimo relativo



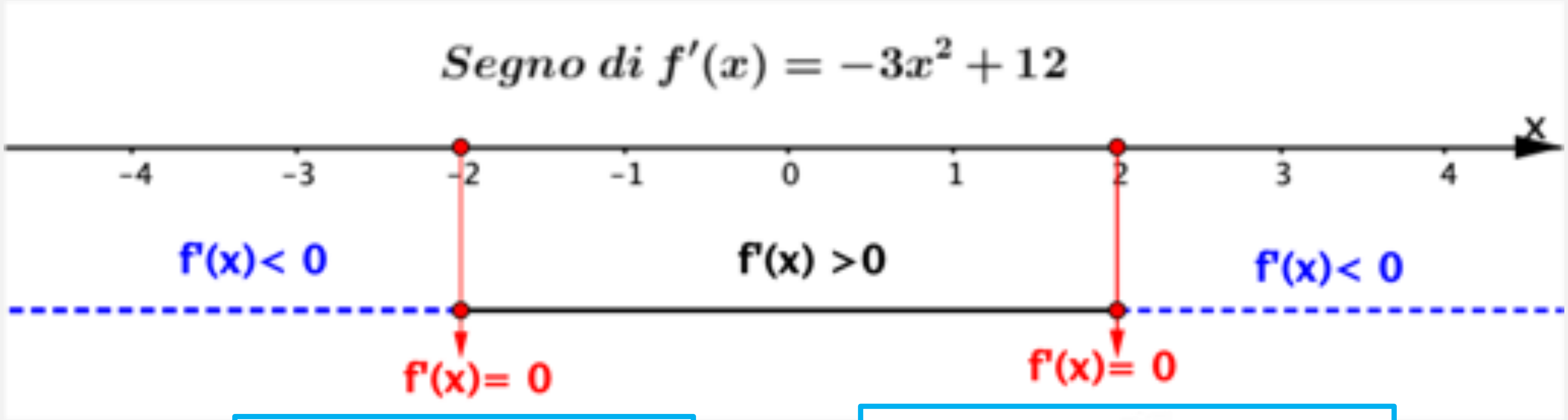



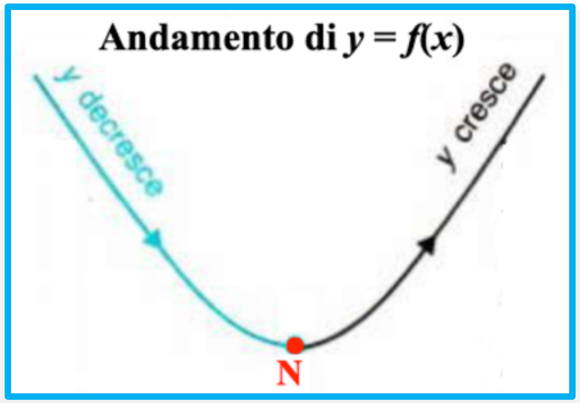



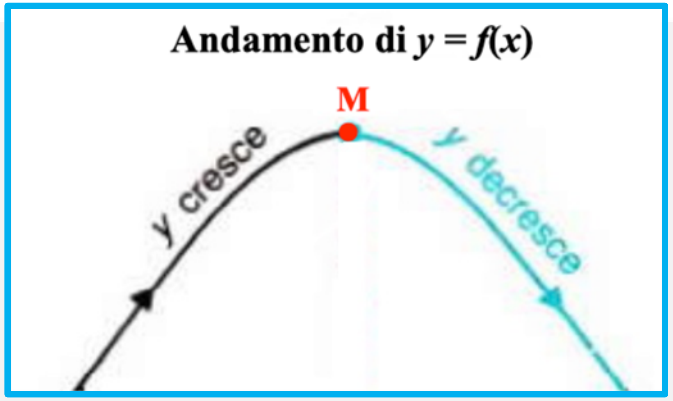

**M è 'il più alto dei punti vicini'**

**La tangente t in M ha pendenza $m_t = 0$**

# Riconoscere archi crescenti o decrescenti nel grafico di una funzione y = f(x)

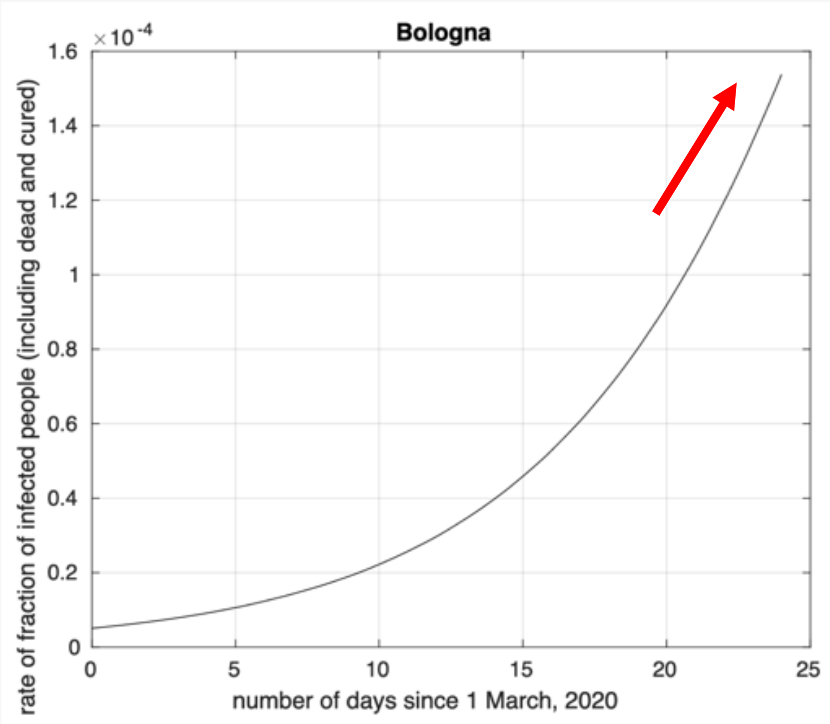


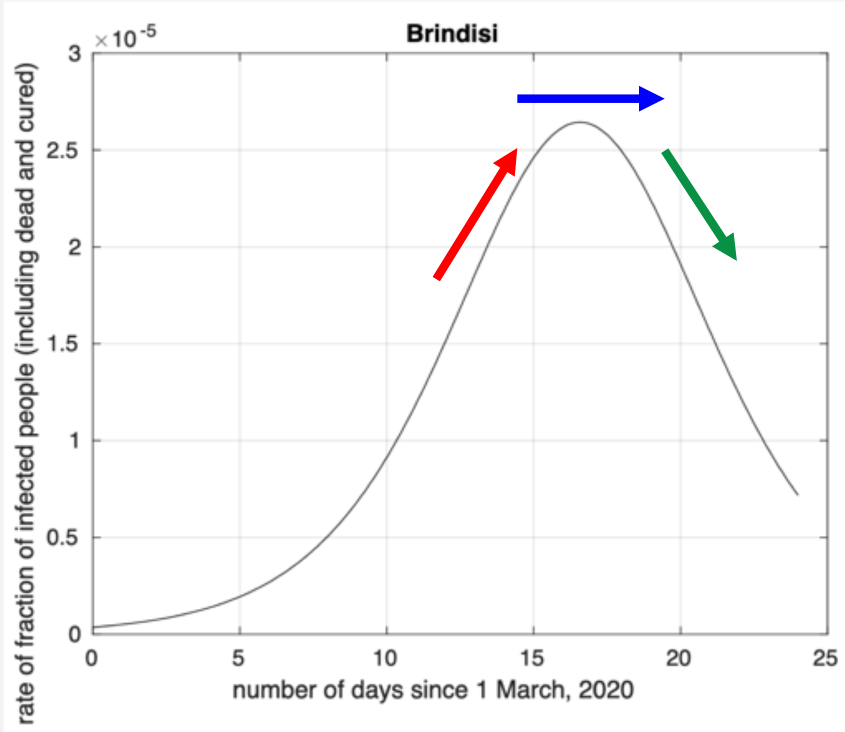




**Il grafico non è necessario: basta esaminare il segno di f'(x)**

# Vari ‘modelli di crescita’



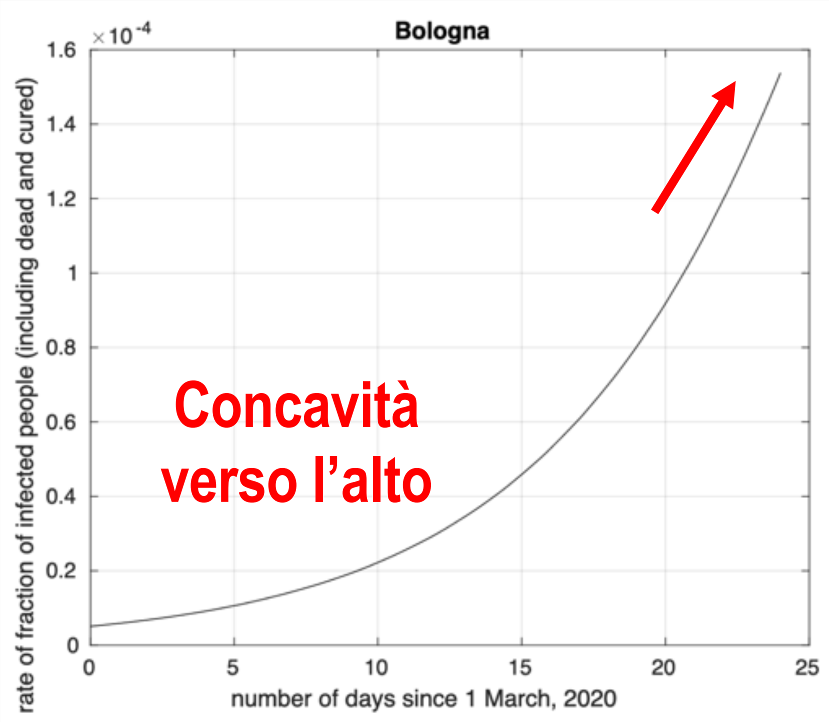



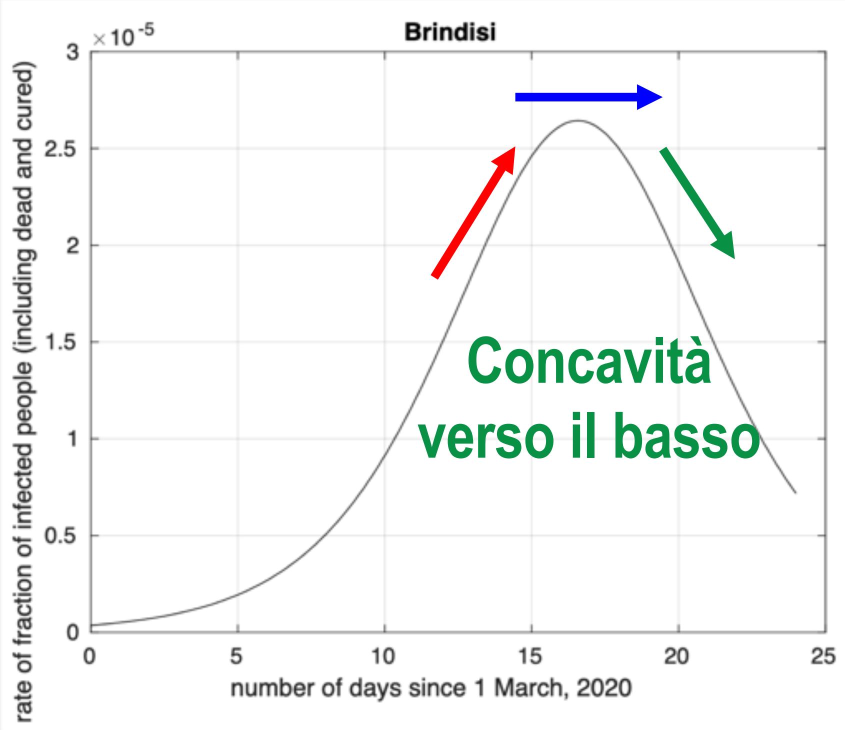

**La crescita è sempre più veloce**

**La crescita si ferma e poi diventa decrescita**

Daniela Valenti, 2022

# Attenzione alla concavità della curva!



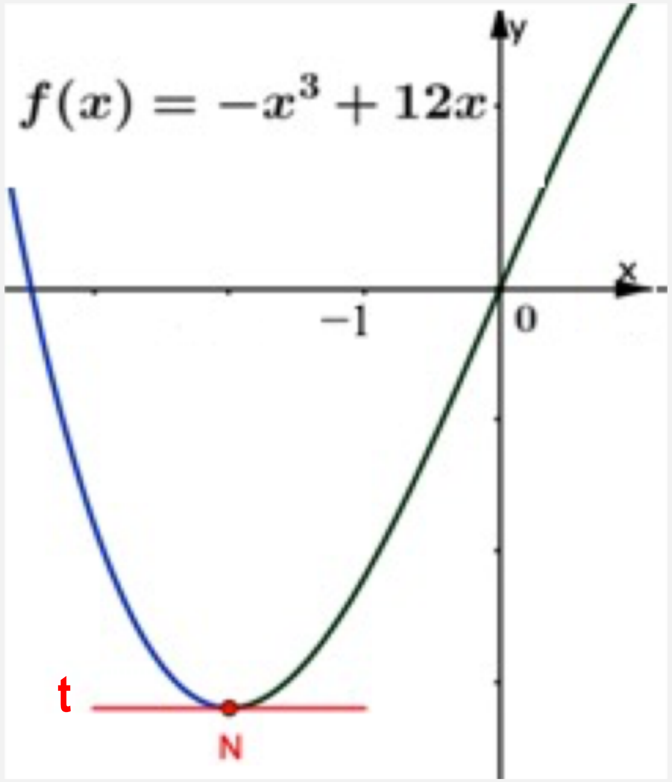

**La crescita è sempre più veloce**

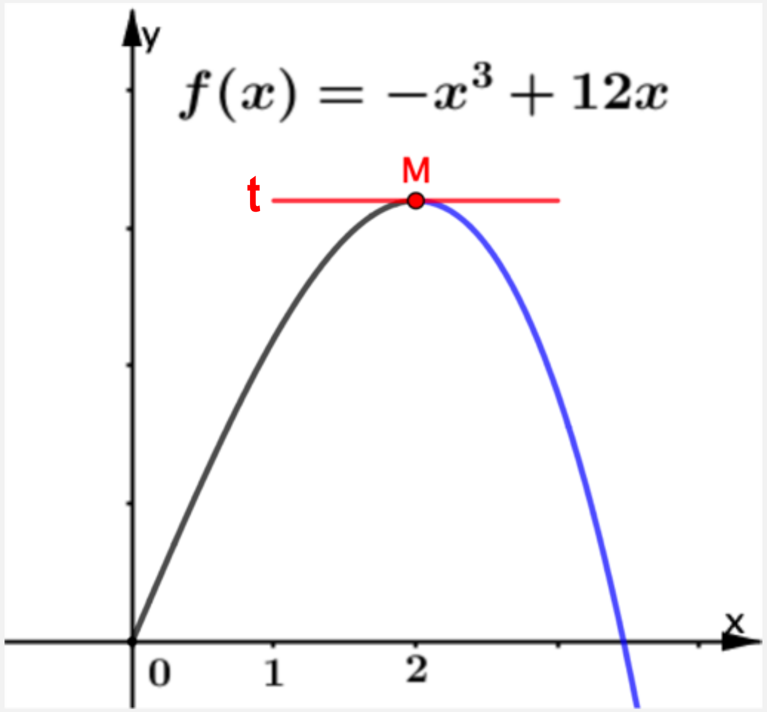
**La crescita si ferma e poi diventa decrescita**

# Concavità di una curva

**La curva è sopra la tangente t: la concavità è verso l'alto.**

**La curva è sotto la tangente t: la concavità è verso il basso.**



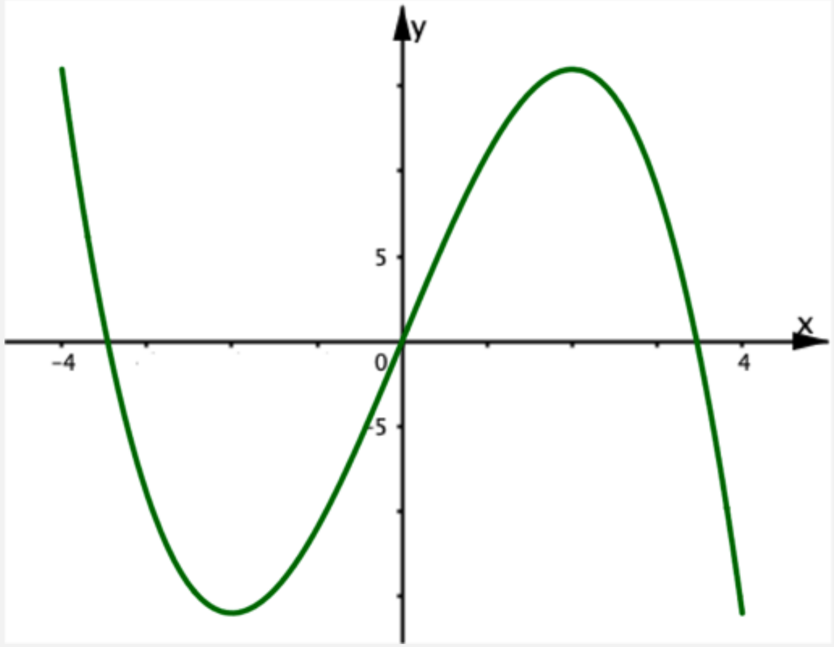
# Concavità di una curva e derivate

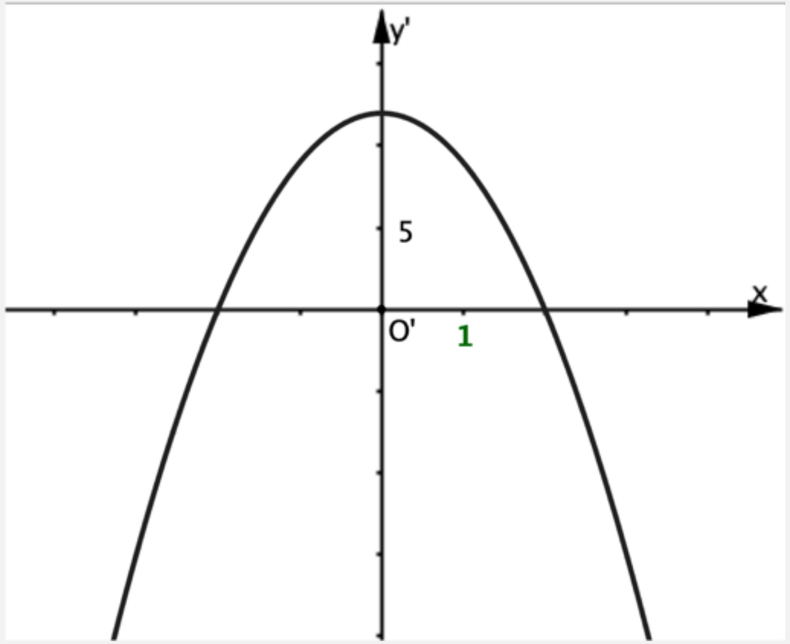
**Anche il verso della concavità del grafico è collegato alla derivata di f(x)?**

**Confrontiamo i grafici di f(x) ed f'(x) a partire dalla funzione $f(x) = -x^3 + 12x$**

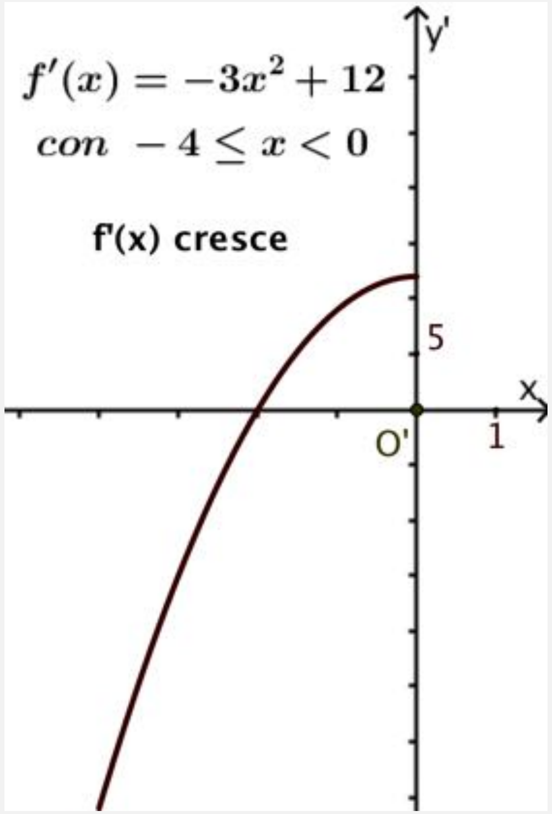
$$f(x) = -x^3 + 12x$$

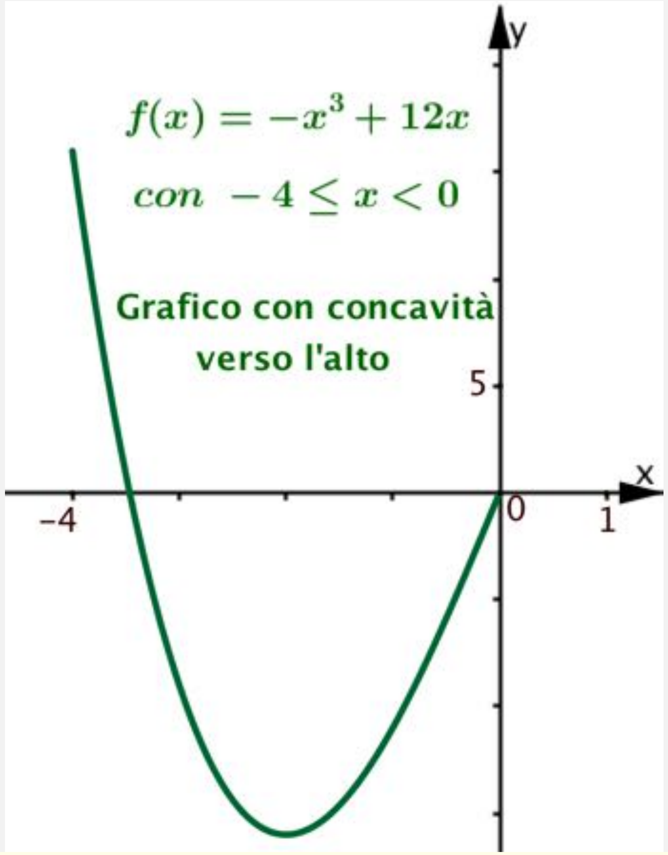
$$f'(x) = -3x^2 + 12$$



# f’(x) cresce

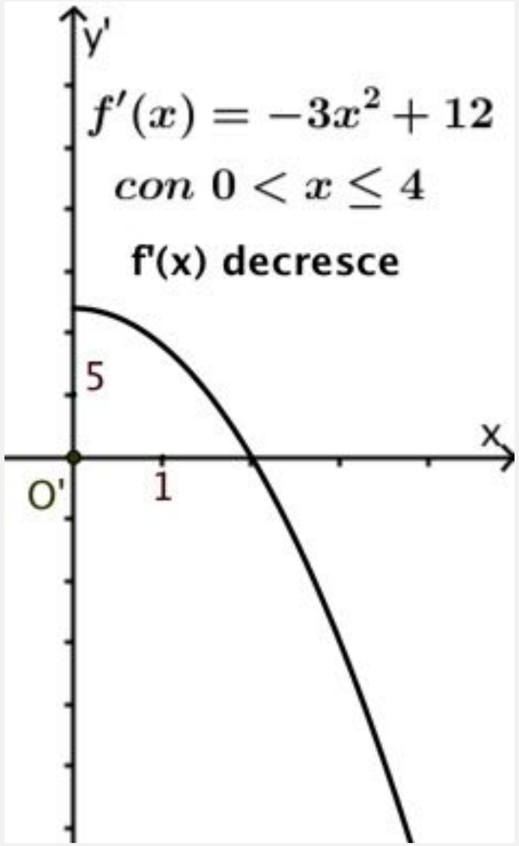


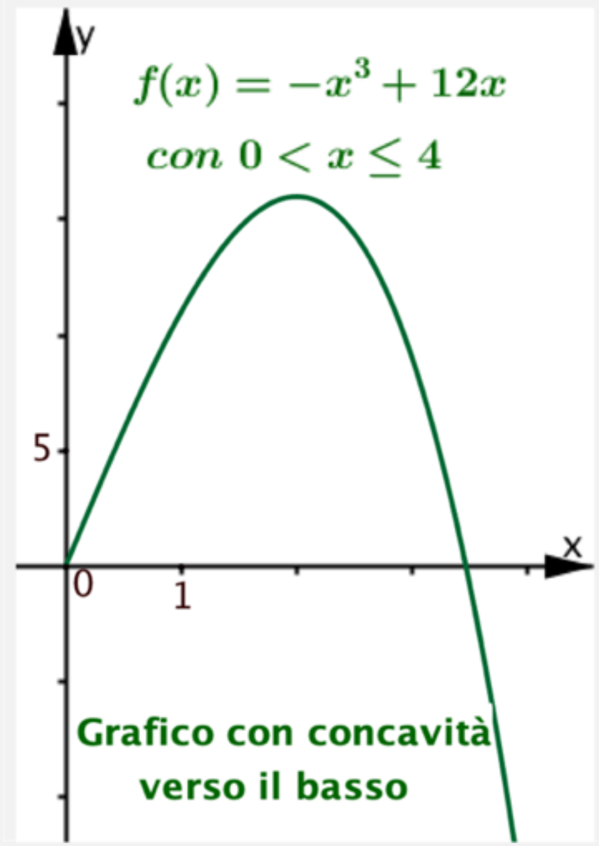




***f’*(*x*) cresce** → **Il grafico di *f* (*x*) rivolge la concavità verso l’alto**

**La crescita di f’(x) è legata al segno della sua derivata**

# f’(x) decresce




***f’*(*x*) decresce** → **Il grafico di *f* (*x*) rivolge la concavità verso il basso**

**La decrescita di f’(x) è legata al segno della sua derivata**

# La derivata della derivata

**Ripeto il procedimento di derivazione e calcolo la derivata della derivata di f(x), indicata con il simbolo f''(x) che si legge 'derivata seconda di x'.**

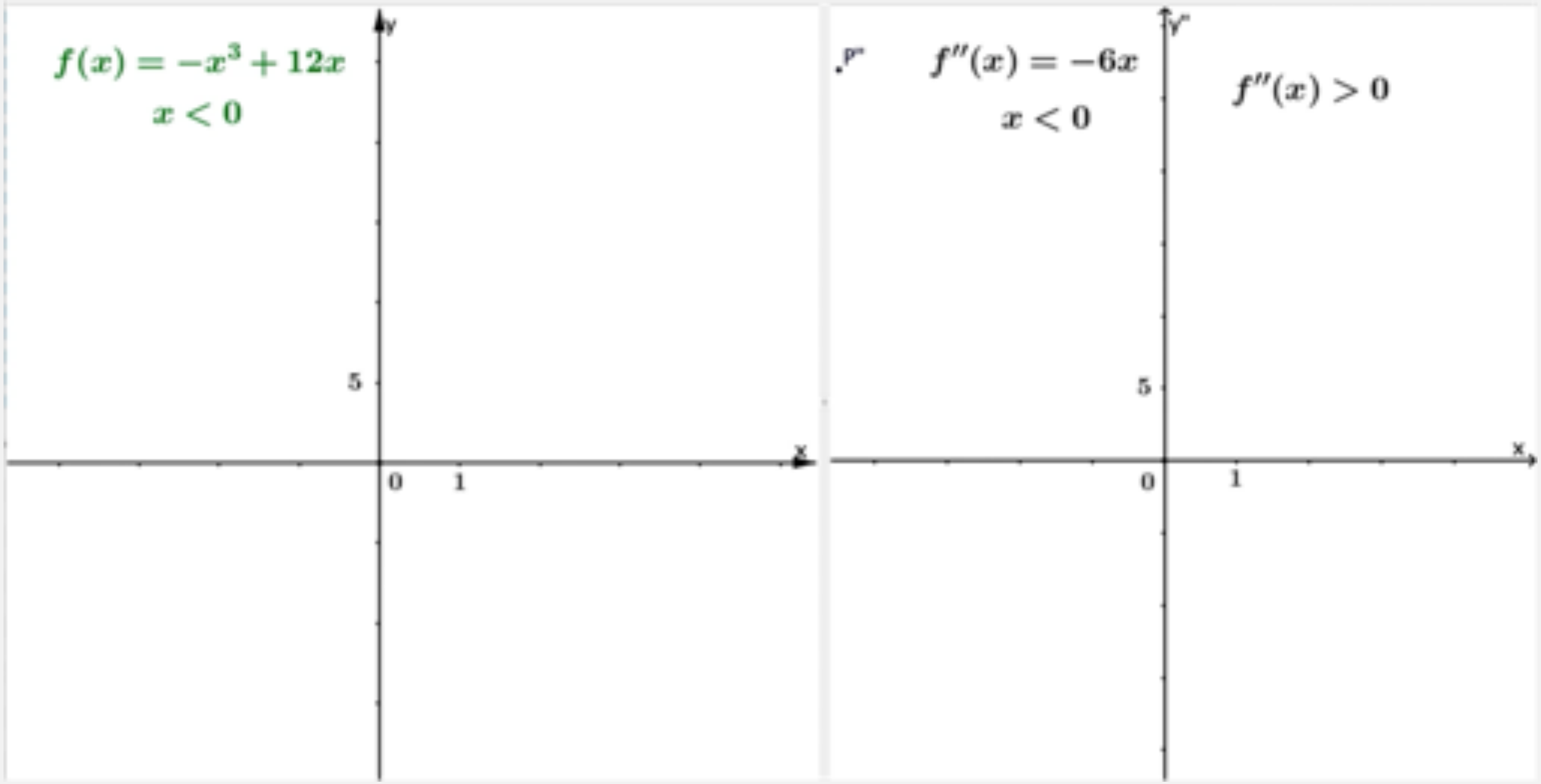
**Funzione:** $f(x) = -x^3 + 12x$

**Derivata:** $f'(x) = -3x^2 + 12$

**Derivata seconda:** $f''(x) = -6x$

# Concavità del grafico di f(x) e segno di f"(x)

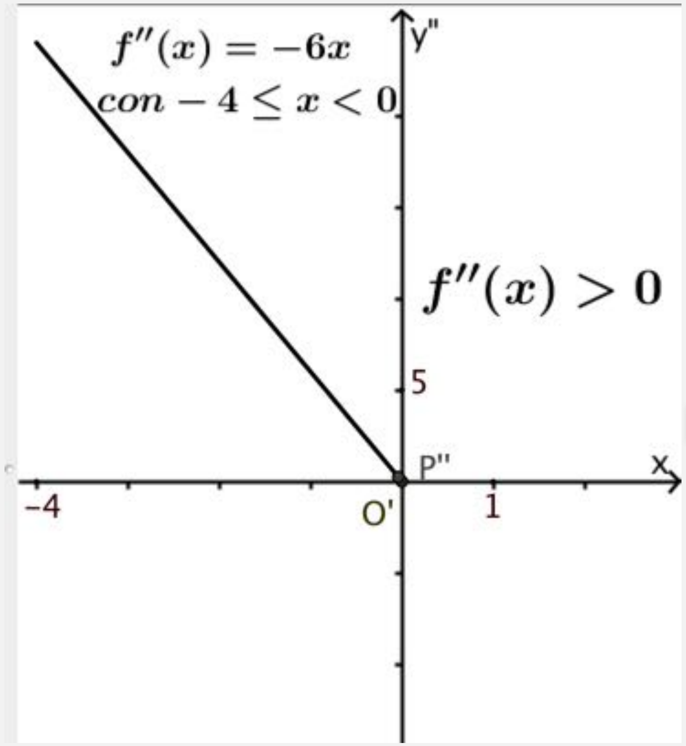
**Un video per collegare la concavità del grafico di una funzione con il segno della derivata seconda.**

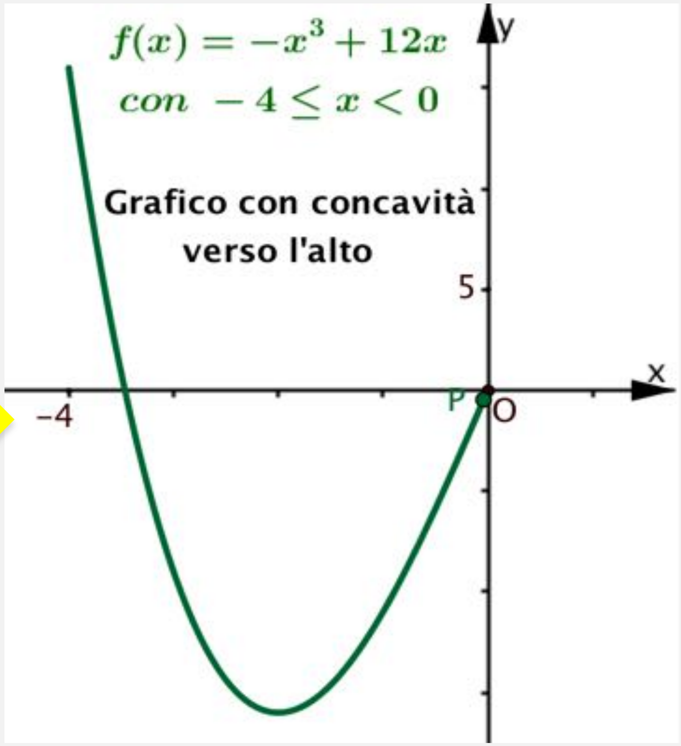



**Video 2**

# Concavità del grafico di f(x) e segno di f"(x)

## Conclusioni suggerite dal video: concavità verso l'alto

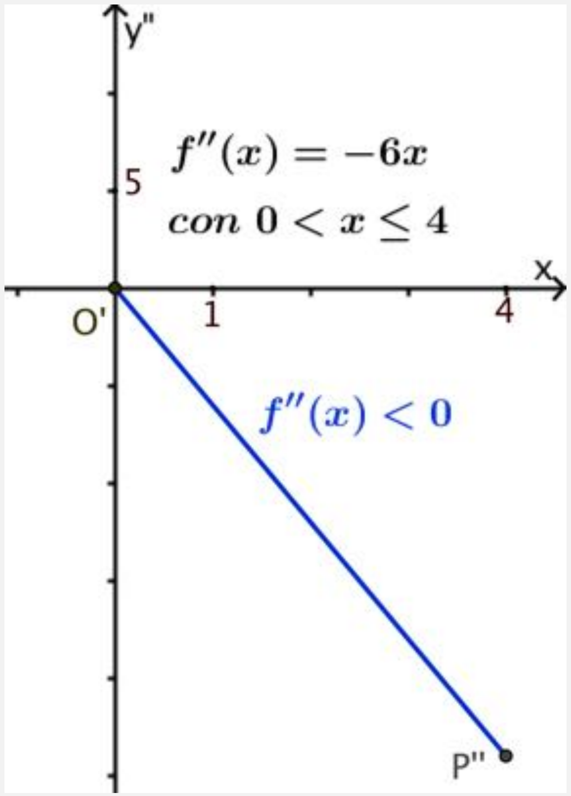


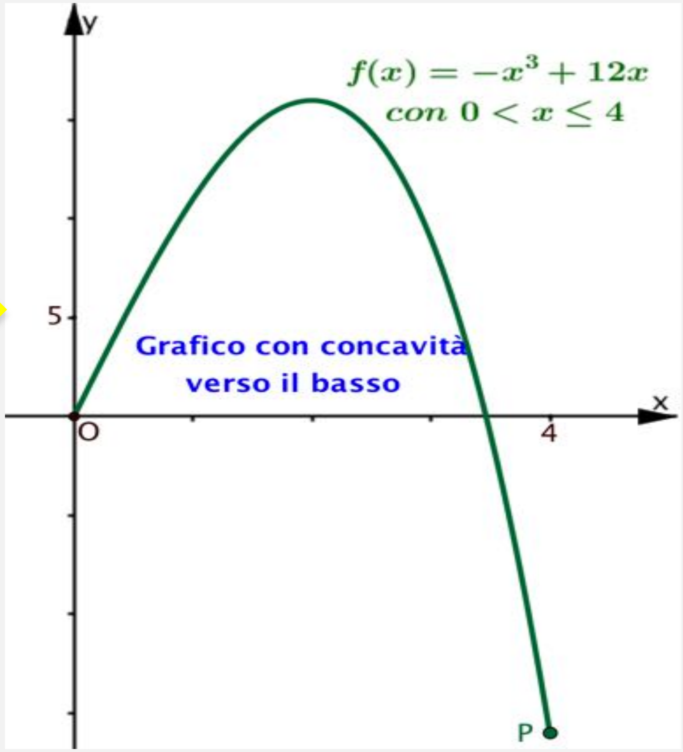




$f''(x) > 0$ → **Il grafico di $f(x)$ rivolge la concavità verso l'alto**

# Concavità del grafico di f(x) e segno di f"(x)

## Conclusioni suggerite dal video : concavità verso il basso

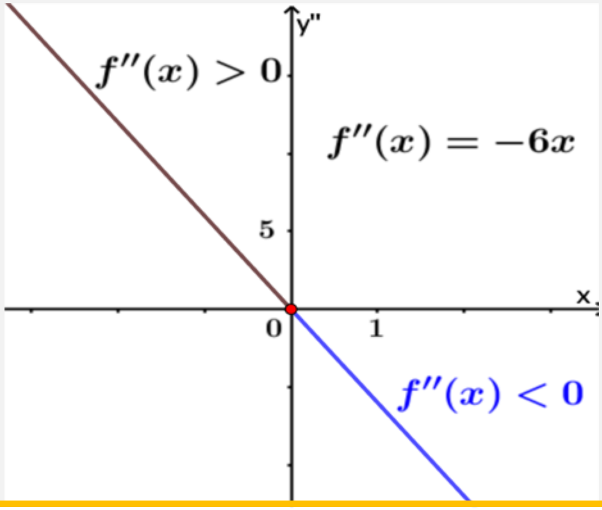


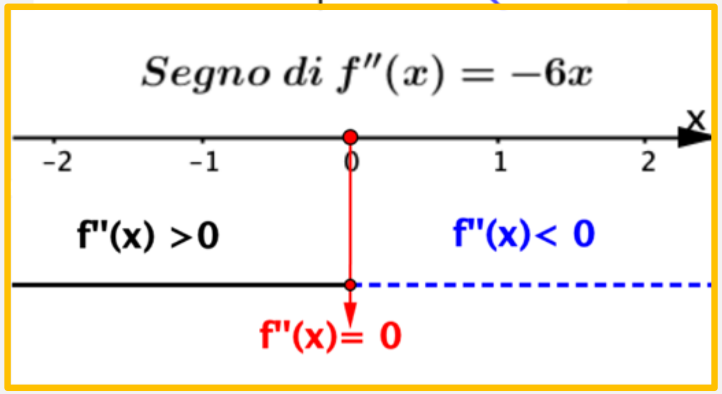




$f''(x) < 0$

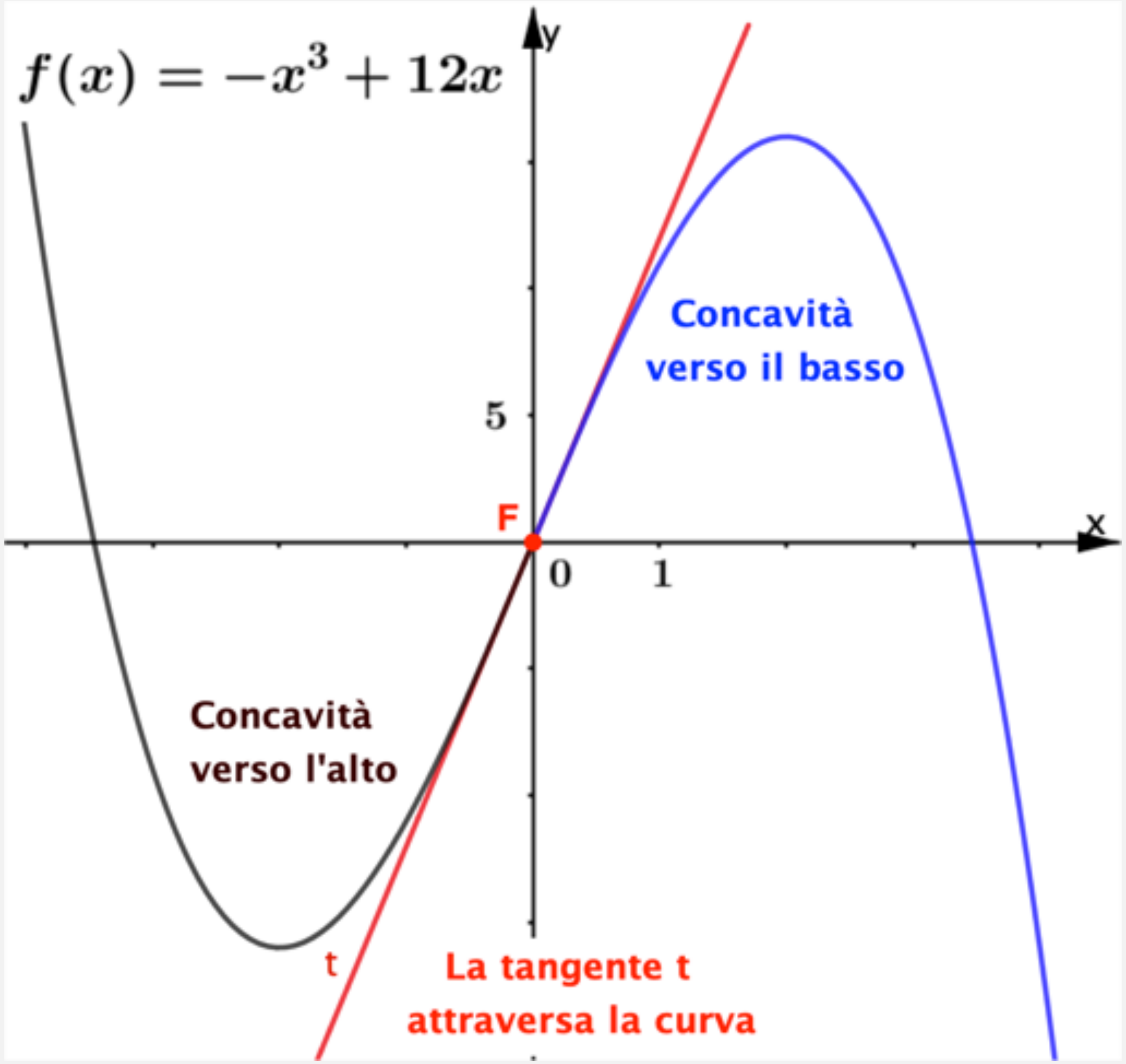
**Il grafico di $f\,(x)$ rivolge la concavità verso il basso**

# Osservo un punto notevole



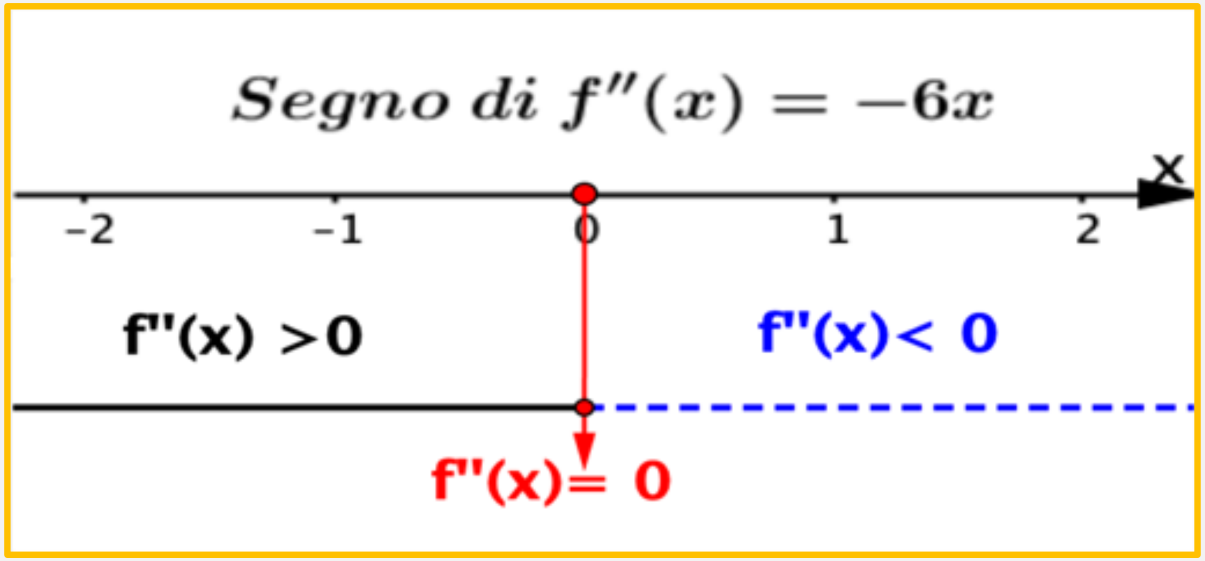








**F punto di flesso**

# Riconoscere archi con concavità verso l’alto o verso il basso nel grafico di una funzione y = f(x)





**Il grafico non è necessario: basta esaminare il segno di f''(x)**