

Segno di un quoziente di polinomi

È dato il seguente quoziente di polinomi $Q(x)$:

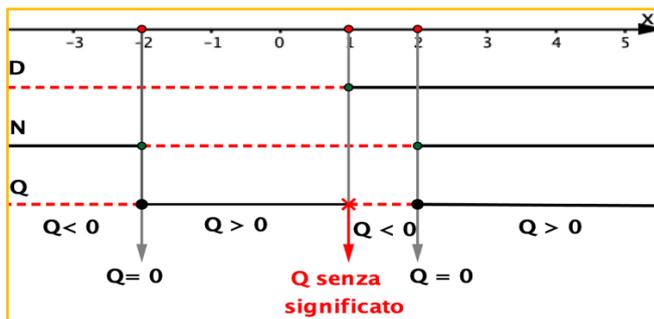
$$Q(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$$

Per studiarne il segno basta ricordare che il segno di un quoziente $Q = \frac{N}{D}$ dipende dal segno del numeratore N e del denominatore D nel modo seguente:

- Q non ha significato, se $D = 0$;
- $Q = 0$, se $N = 0$ e $D \neq 0$;
- $Q > 0$, se N e D hanno lo stesso segno;
- $Q < 0$, se N e D hanno segno opposto.

Ecco i passi da seguire per concludere il procedimento.

1. Studio il segno del binomio di 1° grado $D = x - 1$ ed ottengo lo schema rappresentato in figura 1.
2. Studio il segno del trinomio di 2° grado $N = x^2 - 4$ ed lo schema rappresentato in figura 2.
3. Riunisco gli schemi in un unico schema per determinare il segno del quoziente Q rappresentato qui sotto.



In sintesi trovo:

Q senza significato se $x = 1$

$Q = 0$ se $x = \pm 2$

$Q > 0$ se $-2 < x < 1$ oppure $x > 2$

$Q < 0$ se $x < -2$ oppure $1 < x < 2$

L'esempio delinea un procedimento di carattere generale per studiare il segno di un qualunque quoziente di polinomi $Q = \frac{N}{D}$:

1. studio il segno del numeratore N e del denominatore D ;
2. per determinare il segno del quoziente Q ricordo che:

Q non ha significato, se $D = 0$;

$Q = 0$, se $N = 0$ e $D \neq 0$;

$Q > 0$, se N e D hanno lo stesso segno;

$Q < 0$, se N e D hanno segno opposto.

ATTIVITA'

Studia il segno delle seguenti funzioni che sono quozienti polinomi:

$$y = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^2} \quad y = \frac{x^2 - x}{x + 3} \quad y = \frac{3x}{x^2 - 2x - 3} \quad y = \frac{2x - 4}{3x^2}$$

Fig.1

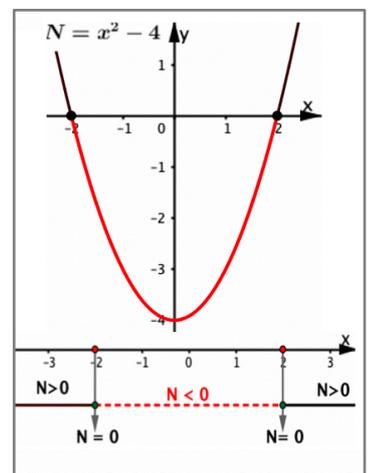
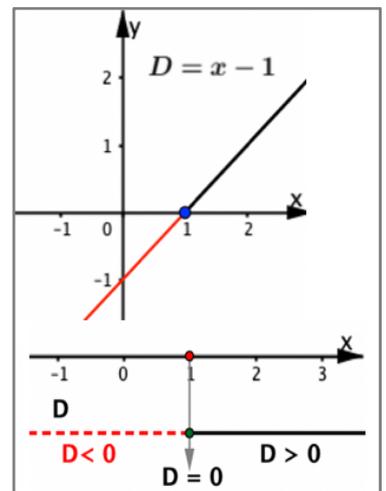


Fig.2