

Problemi di ottimizzazione 1. Attività

Completa la soluzione del seguente problema sui contenitori

Una ditta produce scatole a base quadrata come quella nella figura a fianco. Una scatola deve avere un volume di 125cm^3 ; in quale caso produce la scatola con la minima quantità di cartone?



A. Dal problema al modello matematico

La scatola ha la forma di un parallelepipedo a base quadrata. La scatola prodotta con la minima quantità di cartone è quella con superficie totale S minima.

1. Indica sulla figura:

- il lato di base che ha lunghezza variabile x
- l'altezza, che ha lunghezza variabile h

2. Spiega perché le seguenti formule esprimono il volume V e la superficie totale S del parallelepipedo in funzione di x ed h .

$$V = x^2h \quad S = 2x^2 + 4xh$$

3. Spiega perché, nel problema assegnato, le variabili V ed h sono legate dalla relazione

$$h = \frac{125}{x^2}$$

4. Spiega perché, nel problema assegnato, la superficie totale y varia al variare di x con la legge

$$y = 2x^2 + \frac{500}{x}$$

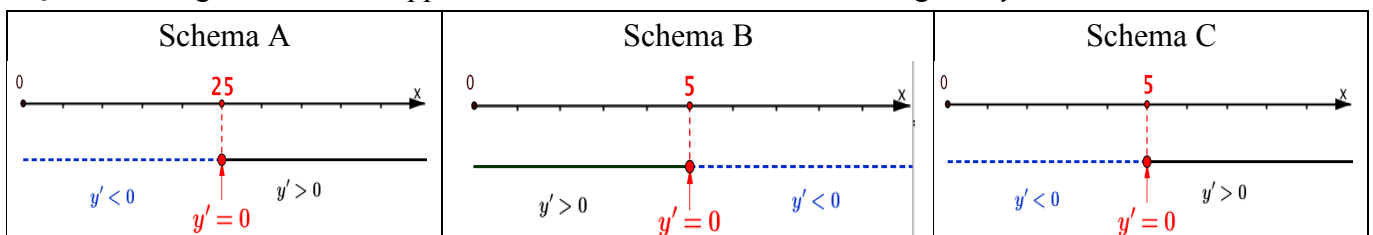
5. Se pensi geometricamente al parallelepipedo, quali valori può assumere x ? _____

Indica il dominio della funzione ottenuta _____

B. Ricerca del minimo assoluto della funzione

6. Spiega perché la derivata della funzione è $y' = 4\left(\frac{x^3 - 125}{x^2}\right)$ con dominio _____

7. Quale fra i seguenti schemi rappresenta correttamente lo studio del segno di y' ?



8. Qual è il lato x che rende minima la superficie totale? _____

9. Quanto vale l'altezza h che rende minima la superficie totale? _____

10. Quanto vale (in cm^2) la superficie minima? _____

C. Generalizzare il problema

La ditta produce scatole con volumi diversi e ha bisogno di costruire, per ogni volume V , la scatola con la minima quantità di cartone. Come risolvi questo problema?