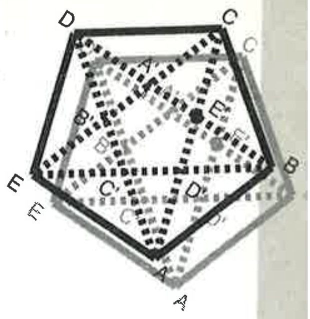


Parabole ed equazioni di 2° grado

Gli esercizi dal n. **1** *al n.* **32** *richiedono di:*
- confrontare e risolvere equazioni di 1° e 2° grado;
- interpretare i risultati ottenuti dal punto di vista grafico.
L'obiettivo fondamentale di questi esercizi è di prevenire la confusione fra equazioni di 1° grado ed equazioni di 2° grado incomplete.

1. Esaminare le seguenti equazioni:

$4x-9=0$ $\qquad$ $4x^2-9=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare quale equazione è di 1° grado e quale è di 2° grado;
b. determinare le soluzioni di ogni equazione;
c. interpretare graficamente le soluzioni ottenute;
d. spiegare perché la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione ha due soluzioni.

2. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$9x-1=0$ $\qquad$ $9x^2-1=0$

3. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$x-9=0$ $\qquad$ $x^2-9=0$

4. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$x-1=0$ $\qquad$ $x^2-1=0$

5. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$3x-1=0$ $\qquad$ $3x^2-1=0$

6. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$x-3=0$ $\qquad$ $x^2-3=0$

7. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$5x-3=0$ $\qquad$ $5x^2-3=0$

8. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$7x-8=0$ $\qquad$ $7x^2-8=0$

9. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{3}{2}x-1=0$ $\qquad$ $\frac{3}{2}x^2-1=0$

10. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}=0$ $\qquad$ $\frac{3}{2}x^2-\frac{2}{3}=0$

11. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x+2=0$ $\qquad$ $-\frac{3}{2}x^2+2=0$

12. Ripetere l'esercizio 1 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{4}{5}x+\frac{5}{4}=0$ $\qquad$ $-\frac{4}{5}x^2+\frac{5}{4}=0$

13. Esaminare le seguenti equazioni:

$16x=0$ $\qquad$ $16x^2=0$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare quale equazione è di 1° grado e quale è di 2° grado;
b. determinare le soluzioni di ogni equazione;
c. interpretare graficamente le soluzioni ottenute;
d. spiegare perché si dice che la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione ha due soluzioni coincidenti.

14. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{1}{4}x=0$ $\qquad$ $\frac{1}{4}x^2=0$

15. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{9}{4}x=0$ $\qquad$ $\frac{9}{4}x^2=0$

16. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$3x=0$ $\qquad$ $3x^2=0$

17. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$\frac{1}{3}x=0$ $\qquad$ $\frac{1}{3}x^2=0$

18. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$-3x=0$ $\qquad$ $-3x^2=0$

19. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{1}{4}x=0$ $\qquad$ $-\frac{1}{4}x^2=0$

20. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{5}{4}x=0$ $\qquad$ $-\frac{5}{4}x^2=0$

21. Esaminare le seguenti equazioni:

$4x+9=0$ $\qquad$ $4x^2+9=0$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare quale equazione è di 1° grado e quale è di 2° grado;
b. determinare le soluzioni di ogni equazione;
c. interpretare graficamente i risultati ottenuti;
d. spiegare perché la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione non ha soluzioni reali.

22. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$9x+1=0$ $\qquad$ $9x^2+1=0$

23. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$x+9=0$ $\qquad$ $x^2+9=0$

24. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$x+1=0$ $\qquad$ $x^2+1=0$

25. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$3x+1=0$ $\qquad$ $3x^2+1=0$

26. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$x+3=0$ $\qquad$ $x^2+3=0$

27. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$5x+3=0$ $\qquad$ $5x^2+3=0$

28. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$7x+8=0$ $\qquad$ $7x^2+8=0$

29. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x-1=0$ $\qquad$ $-\frac{3}{2}x^2-1=0$

30. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}=0$ $\qquad$ $-\frac{3}{2}x^2-\frac{2}{3}=0$

31. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x-2=0$ $\qquad$ $-\frac{3}{2}x^2-2=0$

32. Ripetere l'esercizio 21 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{4}{5}x-\frac{5}{4}=0$ $\qquad$ $-\frac{4}{5}x^2-\frac{5}{4}=0$

Gli esercizi dal n. **33** *al n.* **44** *richiedono di:*
- confrontare e risolvere equazioni di 2° grado;
- interpretare i risultati ottenuti dal punto di vista grafico.
L'obiettivo fondamentale di questi esercizi è di prevenire la confusione fra le equazioni di 2° grado incomplete che hanno due soluzioni reali e quelle che non hanno soluzioni reali.

33. Esaminare le seguenti equazioni:

$4x^2-9=0$ $\qquad$ $4x^2+9=0$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare le soluzioni di ogni equazione;
b. interpretare graficamente le soluzioni ottenute;
c. spiegare perché la prima equazione ha due soluzioni reali, mentre la seconda equazione non ha soluzioni reali.

34. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$9x^2-1=0$ $\qquad$ $9x^2+1=0$

35. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$x^2-9=0$ $\qquad$ $x^2+9=0$

36. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$x^2-1=0$ $\qquad$ $x^2+1=0$

37. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$3x^2-1=0$ $\qquad$ $3x^2+1=0$

38. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$x^2-3=0$ $\qquad$ $x^2+3=0$

39. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$5x^2-3=0$ $\qquad$ $5x^2+3=0$

40. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$7x^2-8=0$ $\qquad$ $7x^2+8=0$

41. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x^2-1=0 \qquad -\frac{3}{2}x^2+1=0$

42. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x^2-\frac{2}{3}=0 \qquad -\frac{3}{2}x^2+\frac{2}{3}=0$

43. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{3}{2}x^2-2=0 \qquad -\frac{3}{2}x^2+2=0$

44. Ripetere l'esercizio 33 a partire dalle seguenti equazioni:

$-\frac{4}{5}x^2-\frac{5}{4}=0 \qquad -\frac{4}{5}x^2+\frac{5}{4}=0$

Sulla formula risolutiva dell'equazione di 2° grado

Riflettere sulla formula risolutiva

Esaminare le parabole assegnate negli esercizi dal n. **45** al n. **64** e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare l'ascissa p e l'ordinata q del vertice V e disegnare la parabola;
b. scrivere l'equazione della parabola nella forma $y=a(x-p)^2+q$;
c. basandosi sul risultato del quesito (b) risolvere l'equazione:

$$a(x-p)^2+q=0$$

d. interpretare graficamente i risultati ottenuti.

45. $y=x^2-4x+3$ **46.** $y=x^2+4x+3$

47. $y=x^2-2x-3$ **48.** $y=x^2+2x-3$

49. $y=x^2-6x$ **50.** $y=x^2+6x$

51. $y=2x^2-7x+3$ **52.** $y=2x^2+7x+3$

53. $y=4x^2-5x+1$ **54.** $y=4x^2+5x+1$

55. $y=x^2-3x+1$ **56.** $y=x^2+3x+1$

57. $y=2x^2-x-1$ **58.** $y=2x^2+x-1$

59. $y=\frac{1}{2}x^2+x$ **60.** $y=-\frac{1}{2}x^2+x$

61. $y=-\frac{3}{4}x^2+3x+3$ **62.** $y=-\frac{3}{4}x^2-3x+3$

63. $y=-\frac{2}{5}x^2+x-5$ **64.** $y=-\frac{2}{5}x^2+x-1$

Applicare la formula risolutiva

Gli esercizi dal n. **65** *al n.* **90** *richiedono di:*
- *individuare i coefficienti di un'equazione di 2° grado;*
- *applicare la formula risolutiva per risolvere equazioni di 2° grado che hanno tutte e due le soluzioni razionali;*
- *verificare che le soluzioni ottenute siano esatte.*

65. Completare la seguente tabella come mostrato nella prima riga:

Equazione	Coefficienti	Formula risolutiva	Soluzioni	Verifica
$3x^2+7x+2=0$	$a=3$; $b=7$; $c=2$	$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot3\cdot2}}{2\cdot3}=$ $=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{6}$	$x_1=\frac{-7-5}{6}=-2$ $x_2=\frac{-7+5}{6}=-\frac{1}{3}$	$3(-2)^2+7(-2)+2=0$ $3\left(-\frac{1}{3}\right)^2+7\left(-\frac{1}{3}\right)+2=0$
$3x^2-7x+2=0$				
$-4x^2+5x-1=0$				
$4x^2-5x+1=0$				

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **66** al n. **90** e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare il valore dei coefficienti a, b, c;
b. risolvere l'equazione valendosi della formula risolutiva;
c. verificare che le soluzioni ottenute siano esatte.

66. $x^2+5x+4=0$ $\qquad -x^2-5x-4=0$

67. $x^2-5x+4=0$ $\qquad -x^2+5x-4=0$

68. $x^2-5x+6=0$ $\qquad -x^2+5x-6=0$

69. $2x^2-5x+3=0$ $\qquad -3x^2+5x-2=0$

70. $x^2-x-12=0$ $\qquad 12x^2+x-1=0$

71. $-2x^2+x+6=0$ $\qquad 6x^2+x-2=0$

72. $4x^2-x-3=0$ $\qquad -3x^2-x+4=0$

73. $x^2+2x-15=0$ $\qquad 15x^2-2x-1=0$

74. $3x^2+2x-5=0$ $\qquad -5x^2-2x+3=0$

75. $x^2+3x-10=0$ $\qquad -10x^2-3x+1=0$

76. $5x^2-3x-2=0$ $\qquad -2x^2+3x+5=0$

77. $8x^2+10x-3=0$ $8x^2-10x+3=0$

78. $-x^2+10x-24=0$ $-24x^2-10x+1=0$

79. $5x^2+17x+6=0$ $-6x^2+17x-5=0$

80. $10x^2-17x+3=0$ $-3x^2-17x-10=0$

81. $5x^2+17x+6=0$ $-6x^2+17x-5=0$

82. $-x^2+\frac{1}{2}x+3=0$ $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}=0$

83. $\frac{4}{3}x^2-\frac{1}{3}x-1=0$ $-\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x+1=0$

84. $\frac{3}{5}x^2+\frac{2}{5}x-1=0$ $-x^2-\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}=0$

85. $\frac{1}{5}x^2+\frac{3}{5}x-2=0$ $-5x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}=0$

86. $\frac{5}{3}x^2-x-\frac{2}{3}=0$ $-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}=0$

87. $2x^2+2{,}5x-0{,}75=0$ $1{,}6x^2-2x+0{,}6=0$

88. $-0{,}5x^2+5x-12=0$ $-6x^2-2{,}5x+0{,}25=0$

89. $x^2+3{,}4x+1{,}2=0$ $-1{,}2x^2+3{,}4x-1=0$

90. $x^2-1{,}7x+0{,}3=0$ $-0{,}3x^2-1{,}7x-1=0$

Collegamento con il primo e il secondo capitolo

Gli esercizi dal n. **91** *al n.* **111** *richiedono di:*
- *applicare la formula risolutiva per risolvere equazioni di 2° grado che hanno soluzioni irrazionali;*
- *dare un valore approssimato delle soluzioni;*
- *distinguere tra soluzioni approssimate e soluzioni esatte.*

91. Esaminare l'equazione:

$$x^2+x-1=0$$

Completare il procedimento indicato qui sotto per risolvere i seguenti quesiti:

a. risolvere l'equazione;
b. verificare che le soluzioni ottenute siano esatte:
c. scrivere il valore approssimato delle soluzioni con una cifra dopo la virgola;
d. sostituire a x le soluzioni approssimate ed esaminare i risultati ottenuti.

***Quesito* (a)**

$$x=\frac{-\ldots\pm\sqrt{\ldots\ldots-\ldots\cdot\ldots\cdot(-1)}}{2\cdot\ldots}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

***Quesito* (b)**

- *soluzione* x_1:

$$\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2+\frac{-1-\sqrt{5}}{2}-1=\frac{1+5+2\sqrt{5}}{4}+\frac{-1-\sqrt{5}}{2}-1=\frac{6+2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-4}{4}=\frac{0}{4}=\mathbf{0}$$

- *soluzione* x_2:

....

***Quesito* (c)**

$x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\cong-1{,}6$ $\qquad\qquad$ $x_2=\dfrac{......+......}{2}\cong0{,}6$

***Quesito* (d)**

- *soluzione* $x_1\cong-1{,}6$: $\qquad$ $(-1{,}6)^2+(-1{,}6)-1=-0{,}04$

- *soluzione* $x_2\cong0{,}6$: $\qquad$ $(......)^2+......-1=......$

Si conclude che le soluzioni esatte dell'equazione sono solo quelle espresse con frazioni e radicali; perciò, quando si sostituisce a x *il valore approssimato di una soluzione, in generale non si ottiene 0.*

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **92** al n. **111** e risolvere i seguenti quesiti:

a. risolvere ogni equazione valendosi della formula risolutiva;
b. verificare che le soluzioni ottenute siano esatte:
c. dare un valore approssimato delle soluzioni;
d. sostituire a x le soluzioni approssimate ed esaminare i risultati ottenuti.

92. $x^2-x-1=0$ $\qquad$ $-x^2+x+1=0$

93. $x^2+2x-1=0$ $\qquad$ $-x^2+2x+1=0$

94. $2x^2-6x+3=0$ $\qquad$ $-3x^2+6x-2=0$

95. $x^2+x-3=0$ $\qquad$ $-3x^2+x+1=0$

96. $x^2+x-3=0$ $\qquad$ $-3x^2+x+1=0$

97. $x^2+4x+2=0$ $\qquad$ $-2x^2+4x-1=0$

98. $x^2+3x+1=0$ $\qquad$ $-x^2+3x-1=0$

99. $x^2-6x+6=0$ $\qquad$ $-6x^2+6x-1=0$

100. $3x^2-9x+5=0$ $\qquad$ $-5x^2+9x-3=0$

101. $13x^2-23x+9=0$ $\qquad$ $-9x^2+23x-13=0$

102. $x^2-11x+25=0$ $\qquad$ $-5x^2+11x-5=0$

103. $\frac{1}{2}x^2+3x+3=0$ $\qquad$ $-\frac{1}{2}x^2+3x-3=0$

104. $\frac{1}{2}x^2+2x+1=0$ $\qquad$ $-\frac{1}{2}x^2-2x-1=0$

105. $\frac{1}{4}x^2+3x+1=0$ $\qquad$ $-\frac{1}{4}x^2+3x-1=0$

106. $\frac{1}{3}x^2+x-3=0$ $\qquad$ $-3x^2-x+\frac{1}{3}=0$

107. $\frac{3}{5}x^2-2x+1=0$ $\qquad$ $-\frac{5}{3}x^2+\frac{10}{3}x-1=0$

108. $\frac{7}{8}x^2+x-\frac{1}{4}=0$ $\qquad$ $-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{7}{8}=0$

109. $\frac{3}{4}x^2+\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}=0$ $\qquad -\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=0$

110. $\frac{4}{5}x^2+x-\frac{1}{2}=0$ $\qquad -\frac{1}{2}x^2-x+\frac{4}{5}=0$

111. $\frac{2}{3}x^2-\frac{5}{3}x+\frac{5}{6}=0$ $\qquad -\frac{5}{6}x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=0$

Sul discriminante dell'equazione di 2° grado

Riconoscere le soluzioni di un'equazione senza risolverla

Gli esercizi dal n. **112** *al n.* **127** *richiedono di valersi del discriminante per stabilire se un'equazione ha soluzioni reali.*

112. Completare la seguente tabella come mostrato nelle prime righe.

Equazione	Coefficienti	Discriminante $\Delta=b^2-4ac$	Tipo di soluzioni
$x^2-6x+8=0$	$a=1$; $b=-6$; $c=8$	$\Delta=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 8=36-32=$ $\mathbf{4>0}$	**2** soluzioni reali e **distinte**
$x^2-6x+9=0$	$a=1$; $b=-6$; $c=9$	$\Delta=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9=36-36=$ $\mathbf{0}$	**2** soluzioni reali e **coincidenti**
$x^2-6x+10=0$	$a=1$; $b=-6$; $c=10$	$\Delta=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 10=36-40=$ $\mathbf{-4<0}$	**nessuna** soluzione reale
$x^2+10x+5=0$			
$x^2+10x+25=0$			
$x^2+10x+30=0$			

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **113** al n. **127** e valersi del discriminante per indicare:

a. l'equazione che ha due soluzioni reali e distinte;
b. l'equazione che ha due soluzioni reali e coincidenti;
c. l'equazione che non ha soluzioni reali.

113. $x^2+8x+15=0$ $\qquad x^2+8x+16=0$ $\qquad x^2+8x+20=0$

114. $x^2-2x+2=0$ $\qquad x^2-2x+1=0$ $\qquad x^2-2x-1=0$

115. $x^2+10x+25=0$ $\qquad x^2+10x+30=0$ $\qquad x^2+10x+20=0$

116. $16x^2-8x+1=0$ $\qquad 16x^2-8x+2=0$ $\qquad 5x^2-8x+2=0$

117. $4x^2+4x+3=0$ $\qquad 4x^2+4x+1=0$ $\qquad 3x^2+4x+1=0$

118. $25x^2-10x+1=0$ $\qquad 5x^2-10x+1=0$ $\qquad 25x^2-10x+4=0$

119. $9x^2-6x+4=0$ $\qquad 9x^2-6x+1=0$ $\qquad x^2-6x+4=0$

120. $4x^2-12x+5=0$ $\qquad 4x^2-12x+9=0$ $\qquad 4x^2-12x+11=0$

121. $16x^2+24x+9=0$ $\qquad 16x^2+24x+13=0$ $\qquad 10x^2+24x+9=0$

122. $\frac{1}{4}x^2-x+1=0$ $\frac{1}{2}x^2-x+1=0$ $\frac{1}{8}x^2-x+1=0$

123. $x^2+x+\frac{1}{4}=0$ $2x^2+x+\frac{1}{4}=0$ $x^2+2x+\frac{1}{4}=0$

124. $4x^2+6x+\frac{9}{4}=0$ $4x^2+6x+\frac{7}{4}=0$ $\frac{5}{2}x^2+6x+\frac{9}{4}=0$

125. $3x^2-2x+\frac{4}{3}=0$ $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ $\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{4}{3}=0$

126. $2{,}5x^2-x+0{,}1=0$ $0{,}5x^2-x+0{,}1=0$ $2{,}5x^2-x+0{,}4=0$

127. $0{,}8x^2-2{,}4x+1=0$ $0{,}8x^2-2{,}4x+1{,}8=0$ $0{,}8x^2-2{,}4x+2{,}2=0$

Le equazioni incomplete

128. Completare la seguente tabella per risolvere le equazioni indicate.

Equazione	Senza formula risolutiva	Con la formula	Soluzioni
$x^2-1=0$	$x^2=1$ da cui $x=\pm 1$	$a=1$; $b=0$; $c=-1$ $\Delta=0^2-4\cdot 1\cdot(-1)=4>0$ $x=\frac{0\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{\pm 2}{2}$	$x_1=-1$; $x_2=1$
$x^2+1=0$	$x^2=-1$	$a=1$; $b=0$; $c=1$ $\Delta=0^2-4\cdot 1\cdot 1=-4<0$	**nessuna** reale
$4x^2=0$	$x^2=0$ da cui $x=0$	$a=4$; $b=0$; $c=0$ $\Delta=0^2-4\cdot 4\cdot 0=0$ $x=$..........................	$x_1=x_2=0$
$x^2-4x=0$	$x(x-4)=0$ ⟨ $x=0$; $x-4=0$ da cui $x=4$	$a=1$; $b=-4$; $c=0$ $\Delta=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 0=16>0$ $x=$..........................	$x_1=0$; $x_2=4$
$-9x^2=0$			
$x^2-9=0$			
$x^2+9=0$			
$x^2+9x=0$			

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **129** al n. **141** e risolvere i seguenti quesiti:

a. stabilire quali equazioni sono incomplete, motivando la scelta;
b. risolvere ogni equazione scegliendo il procedimento più breve;
c. verificare che le soluzioni ottenute siano corrette.

129. $16x^2=0$ $x^2+16=0$ $x^2+16x=0$ $x^2+x+16=0$

130. $4x^2=0$ $4x^2+1=0$ $4x^2+x=0$ $4x^2-4x+1=0$

131. $-4x^2+1=0$ $-4x^2=0$ $-4x^2+x+2=0$ $-4x^2+4x=0$

132.	$x^2-9=0$	$x^2+9=0$	$9x^2+x=0$	$9x^2+x-1=0$
133.	$2x^2=0$	$2x^2+x=0$	$2x^2+x-3=0$	$2x^2+3=0$
134.	$-3x^2+2=0$	$-3x^2+2x=0$	$-3x^2=0$	$-3x^2+x+1=0$
135.	$\frac{1}{4}x^2+1=0$	$\frac{1}{4}x^2+x-1=0$	$\frac{1}{4}x^2+x=0$	$\frac{1}{4}x^2=0$
136.	$-\frac{1}{4}x^2+9=0$	$-\frac{9}{4}x^2=0$	$-\frac{1}{4}x^2+9x=0$	$-\frac{1}{4}x^2+9x-80=0$
137.	$\frac{5}{3}x^2+1=0$	$\frac{5}{3}x^2=0$	$\frac{5}{3}x^2=0$	$\frac{5}{3}x^2+x-\frac{3}{5}=0$
138.	$-\frac{4}{3}x^2-3=0$	$-\frac{4}{3}x^2-3x=0$	$-\frac{4}{3}x^2=0$	$-\frac{4}{3}x^2+x+\frac{3}{4}=0$
139.	$1{,}2x^2-4{,}8=0$	$4{,}8x^2=0$	$1{,}2x^2-4{,}8x=0$	$1{,}2x^2-4{,}8x-0{,}5=0$
140.	$-0{,}5x^2=0$	$-0{,}5x^2+x=0$	$-0{,}5x^2+x+3{,}5=0$	$-0{,}5x^2+0{,}045=0$
141.	$-1{,}8x^2-3{,}6=0$	$3{,}6x^2=0$	$-1{,}8x^2-3{,}6x=0$	$-1{,}8x^2-3{,}6x-1{,}8=0$

Sulla formula ridotta

Gli esercizi dal n. **142** *al n.* **158** *conducono a valersi della formula ridotta per risolvere equazioni di 2° grado che presentano il coefficiente* b *multiplo di 2.*

142. Completare la tabella seguente come mostrato nella prima riga.

Equazione	Coefficienti	Formula ridotta	Soluzioni
$5x^2+14x+8=0$	$a=5$; $b=2\cdot 7$; $c=8$	$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-5\cdot 8}}{5}=\frac{-7\pm 3}{5}$	$x_1=-2$ $x_2=-\frac{4}{5}$
$5x^2-14x+8=0$			
$x^2-16x+64=0$			
$x^2+16x+64=0$			
$4x^2-10x+7=0$			
$7x^2+10x+5=0$			

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **143** al n. **158** e risolvere i seguenti quesiti:

a. risolvere ogni equazione scegliendo il procedimento più breve;
b. verificare che le soluzioni ottenute siano corrette.

143.	$x^2-8x+15=0$	$x^2+8x+15=0$	$x^2+8x=0$	$x^2+8=0$
144.	$7x^2+2x+5=0$	$7x^2-2x=0$	$7x^2-2x+5=0$	$7x^2-2=0$
145.	$3x^2+10=0$	$3x^2+10x=0$	$3x^2+10x-8=0$	$3x^2-10x+8=0$

146.	$4x^2-8x=0$	$4x^2-8x+3=0$	$4x^2-8=0$	$4x^2+8x+5=0$
147.	$9x^2-12x+4=0$	$9x^2=0$	$9x^2+12x+4=0$	$9x^2+12x=0$
148.	$25x^2-50x+21=0$	$25x^2-50x=0$	$25x^2-50=0$	$25x^2+50x+20=0$
149.	$7x^2+60x+108=0$	$7x^2+60x=0$	$7x^2+108=0$	$7x^2-60x+108=0$
150.	$x^2-30x=0$	$x^2-30x+221=0$	$x^2-30=0$	$x^2+30x+221=0$
151.	$3x^2-20x+32=0$	$3x^2-20x=0$	$3x^2+32=0$	$3x^2-20x+32=0$
152.	$27x^2-84x+60=0$	$27x^2+60=0$	$27x^2+84x+60=0$	$27x^2+84=0$
153.	$75x^2+124=0$	$75x^2+124x=0$	$75x^2+124x+51=0$	$75x^2-124x+51=0$
154.	$\frac{1}{2}x^2-2x+2=0$	$\frac{1}{2}x^2+2=0$	$\frac{1}{2}x^2-2x=0$	$\frac{1}{2}x^2+2x+2=0$
155.	$\frac{1}{3}x^2-4x+3=0$	$\frac{1}{3}x^2+3=0$	$\frac{1}{2}x^2-4x=0$	$\frac{1}{2}x^2+4x+3=0$
156.	$3{,}5x^2-6{,}2x+2=0$	$3{,}5x^2-6{,}2x=0$	$3{,}5x^2+6{,}2x+2=0$	$3{,}5x^2+2=0$
157.	$1{,}3x^2+10=0$	$1{,}3x^2+8{,}8x+10=0$	$1{,}3x^2+8{,}8x=0$	$1{,}3x^2-8{,}8x+10=0$
158.	$2{,}5x^2+5x+2{,}1=0$	$2{,}5x^2+5x=0$	$2{,}5x^2+5=0$	$2{,}5x^2-5x+2{,}5=0$

Risolvere equazioni di 2° grado

Collegamento con i capitoli 1 e 2

Gli esercizi dal n. **159** *al n.* **174** *conducono a risolvere equazioni di 2° grado che presentano dei radicali nei coefficienti. I calcoli necessari si svolgeranno tenendo presenti le regole esposte nei capitoli 1 e 2.*

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **159** al n. **174** e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare le equazioni che si possono risolvere valendosi della formula ridotta;
b. risolvere ogni equazione scegliendo il procedimento più breve;
c. verificare che le soluzioni ottenute siano corrette.

159.	$x^2-4\sqrt{2}\,x+6=0$	$x^2-\sqrt{2}\,x-6=0$	$x^2-\sqrt{2}\,x=0$
160.	$x^2+\sqrt{3}\,x+6=0$	$x^2-\sqrt{3}=0$	$x^2+2\sqrt{3}\,x+3=0$
161.	$5x^2-2\sqrt{10}\,x+2=0$	$5x^2-2\sqrt{10}\,x=0$	$5x^2-2\sqrt{10}=0$
162.	$7x^2+2\sqrt{14}\,x+2=0$	$7x^2+2\sqrt{14}=0$	$7x^2+2\sqrt{14}\,x=0$
163.	$4x^2-4\sqrt{3}\,x+3=0$	$4x^2-4\sqrt{3}\,x+6=0$	$4x^2-4\sqrt{3}\,x=0$
164.	$\sqrt{2}\,x^2+3\,x+\sqrt{2}=0$	$\sqrt{2}\,x^2+4\,x+\sqrt{2}=0$	$\sqrt{2}\,x^2+4=0$
165.	$\sqrt{3}\,x^2+3\,x+2\sqrt{3}=0$	$\sqrt{3}\,x^2-4\,x+\sqrt{3}=0$	$\sqrt{3}\,x^2+\sqrt{3}=0$

166.	$\sqrt{5}\,x^2-2\sqrt{3}\,x+\frac{1}{\sqrt{5}}=0$	$\sqrt{5}\,x^2-\frac{1}{\sqrt{5}}=0$	$\sqrt{5}\,x^2=0$
167.	$\sqrt{2}\,x^2-2x=0$	$\sqrt[3]{4}\,x^2-1=0$	$\sqrt[4]{6}\,x^2=0$
168.	$\sqrt{5}\,x^2+5x=0$	$\sqrt[4]{5}\,x^2-1=0$	$-\sqrt[3]{7}\,x^2-1=0$
169.	$x^2-\sqrt{3}(1+\sqrt{2})x+3\sqrt{2}=0$	$x^2+\sqrt{3}(1+\sqrt{2})=0$	$x^2-\sqrt{3}(1+\sqrt{2})x=0$
170.	$x^2-2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x+2\sqrt{6}=0$	$x^2-2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x=0$	$x^2+2(\sqrt{3}+\sqrt{2})=0$
171.	$\sqrt{6}\,x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+1=0$	$\sqrt{6}\,x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x=0$	$\sqrt{6}\,x^2=0$
172.	$\sqrt{2}\,x^2-(2\sqrt{2}+1)x+1=0$	$\sqrt{2}\,x^2-(2\sqrt{2}+1)x=0$	$\sqrt{2}\,x^2-1=0$
173.	$2x^2-(5\sqrt{5}-6)x+2=0$	$2x^2-(5\sqrt{5}-6)=0$	$2x^2-(5\sqrt{5}-6)x=0$
174.	$x^2-(2\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=0$	$x^2-(2\sqrt{3}+1)x=0$	$x^2+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=0$

Collegamenti anche con il primo volume

Gli esercizi dal n. **175** *al n.* **210** *richiedono di:*

- *applicare operazioni fra polinomi, prodotti notevoli e potenze di binomi per svolgere le operazioni indicate (vedere il primo volume, pp. 255-269);*
- *applicare le nozioni sulle equazioni equivalenti (vedere il primo volume, p. 374) per scrivere le equazioni nella forma:*

$$ax^2+bx+c=0$$

- *applicare le nozioni esposte in questo capitolo (paragrafi 1, 2, 3) per risolvere le equazioni così ottenute;*
- *eseguire anche i calcoli con i radicali tenendo presenti le regole esposte nei capitoli primo e secondo di questo volume.*

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **175** al n. **210** e risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le equazioni nella forma:

$$ax^2+bx+c=0$$

b. determinare le soluzioni reali delle equazioni così ottenute, segnalando le equazioni che non hanno soluzioni reali.

175.	$(3-2x)^2-\left(\frac{3}{2}x-4\right)^2=56$	[±6]	**176.**	$x(x-1)+x(x+1)=2$	[±1]
177.	$5(x-2)(x+1)+(x+1)^2=4x^2$	[3; −1,5]	**178.**	$(x-7)(x+7)+(x-7)^2+20=0$	[2; 5]
179.	$(2x-5)^2-(x-4)^2=72$	[−3;7]	**180.**	$(3x-4)^2-(2x-5)^2=3$	[−1,2; 2]
181.	$(x-3)^2+(x-4)^2=x$	[2,5; 5]	**182.**	$(2x-1)^2=3(x-1)(x+1)$	[2]
183.	$(x-2)^3-(x-2)^2(x-3)=0$	[2]	**184.**	$(x-2)^3-(x-2)^2(x-3)=1$	[3; 1]
185.	$x^2(x-1)-x^2(x-5)=0$	[0]	**186.**	$x^2(x-1)-x^2(x-5)=1$	[±0,5]

187. $4(x-1)(x+2)-(x-1)^2=5(x+3)^2$ $[-9; -3]$

188. $(x-1)(x+2)+(x-2)(x+4)+x^2+10=0$ $[0; -1]$

189. $(x^2-2)(x+2)+6x^2=x(x+2)^2$ $[-0{,}5; 2]$

190. $(x^2-1)(x-2)^2=(x-2)^2(x-1)^2$ $[1; 2]$

191. $(2x-1)(x+2)+7=2[3x^2-x(x-3)]$ $[1; -2{,}5]$

192. $2x-\frac{3}{2}=\frac{x}{2}+\frac{x^2-2}{4}$ $[3\pm\sqrt{5}]$

193. $\frac{x(x+2)}{4}-\frac{x(5-x)}{3}=\frac{x^2}{2}$ $[0;14]$

194. $\frac{x^2}{3}+6-6x+\frac{x(x+2)}{2}=\frac{(x-3)x}{3}$ $[2; 6]$

195. $\frac{1}{3}(x-2)+(x-1)(x+1)=\frac{x}{2}(x-1)+\frac{2}{3}x$ $[-2; \frac{5}{3}]$

196. $\frac{(x+1)(x-1)}{6}+\frac{1}{3}[2-(x-1)]=\frac{2}{3}$ $[1]$

197. $\frac{1}{2}(x^2+1)+\frac{5}{12}=\frac{4-x^2}{3}+\frac{6x^2+1}{12}$ $[\pm\frac{\sqrt{6}}{2}]$

198. $\frac{1-3x}{5}+1-x-\frac{1+x^2}{15}=\frac{(2-x)(2+x)}{3}-\frac{1}{5}$ $[0; 6]$

199. $\frac{x^2+3x+2}{10}-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{15}\right)x=\frac{x}{3}\left(\frac{1}{5}+\frac{x}{2}\right)$ $[\pm\sqrt{3}]$

200. $\frac{2}{15}+\frac{3}{5}(2-x)-\frac{(2+x)(2-x)}{3}=\left(1-\frac{x}{15}\right)x$ $[0; 4]$

201. $\frac{5}{12}+\frac{1}{2}(x^2+1)-\frac{6x^2+1}{12}=\frac{4-x^2}{3}$ $[\pm\frac{\sqrt{6}}{2}]$

202. $\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{2}(2x+1)=x+4$ $[1-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

203. $\left(x+2\sqrt{2}\right)^2+\left(x+4\sqrt{2}\right)^2=8$ $[-4\sqrt{2}; -2\sqrt{2}]$

204. $(x-2\sqrt{2})(x-2\sqrt{3})+5=2\sqrt{3}\sqrt{2}$ $[\sqrt{3}+\sqrt{2}]$

205. $\left(x+\sqrt{2}\right)^2+\left(x-\sqrt{5}\right)^2-4=x(x+2\sqrt{2})$ $[\sqrt{5}\pm\sqrt{2}]$

206. $\left(\sqrt{2}\,x+1\right)^2+2x(x-\sqrt{2})-4=x^2$ $[\pm1]$

207. $x(\sqrt{2}+\sqrt{6})-(\sqrt{2}-x)(x-\sqrt{6})=2x^2$ $[\pm\sqrt{2\sqrt{3}}]$

208. $x^2-\sqrt{2}x(\sqrt{6}-2\sqrt{3}+2)+2x(\sqrt{2}+\sqrt{3})=0$ $[0; -2\sqrt{6}]$

209. $6+(2\sqrt{2}+1)x^2=(3\sqrt{2}-6\sqrt{3}x+2x^2)\sqrt{2}$ $[0; -6\sqrt{6}]$

210. $x^2-\left(\sqrt{5}\,x-1\right)\left(\sqrt{5}\,x+1\right)+\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)+3=2x\left(\sqrt{2}-2x\right)$ $[\sqrt{2}\pm1]$

Problemi che conducono a risolvere equazioni di 2° grado

Problemi di geometria

Risolvere i problemi dal n. **211** al n. **250** percorrendo le tappe indicate nel testo e cioè:
I. visualizzare il problema con opportuni disegni;
II. scegliere l'incognita x;
III. precisare le limitazioni dell'incognita;
IV. tradurre il problema in un'equazione che leghi i dati all'incognita;
V. risolvere l'equazione;
VI. controllare che le soluzioni ottenute siano esatte.

Gli esercizi dal n. **211** *al n.* **227** *propongono problemi con le seguenti caratteristiche:*
- *conducono a valersi dei teoremi di Pitagora e di Euclide (vedere capitolo primo, paragrafi 1, 2 e 3, pp. 2-14);*
- *conducono a risolvere equazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

211. Verificare che è rettangolo il triangolo che ha i lati lunghi 3, 4, 5 (cioè tre interi consecutivi: 3, 3+1 e 3+2).
Stabilire in quali casi è rettangolo un triangolo che ha le lunghezze dei lati espresse da tre numeri interi consecutivi.
[*Indicare le lunghezze dei lati con* n, n+1, n+2; *il triangolo è rettangolo se vale il teorema di Pitagora. Si ottiene solo* n=3]

212. Verificare che è rettangolo il triangolo che ha i lati lunghi 5, 12 e 13.
Indicando il numero pari 12 con $2n$, si ha che le lunghezze dei lati sono tre interi dati da $n-1$, $2n$, $2n+1$. Stabilire in quali casi è rettangolo un triangolo che ha le lunghezze dei lati espresse dai tre interi dati da $n-1$, $2n$, $2n+1$.
[*Il triangolo è rettangolo se vale il teorema di Pitagora. Si ottiene solo* n=6]

213. Determinare la lunghezza dei lati a e b di un rettangolo che ha la diagonale lunga 10 e un lato che è i $\frac{3}{4}$ dell'altro. [a=6; b=8]

214. Ciascuno dei lati uguali di un triangolo isoscele è i $\frac{5}{8}$ della base e l'altezza relativa alla base è lunga 6; determinare la lunghezza del lato a e della base b del triangolo. [a=10; b=16]

215. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa c lunga 5, mentre la differenza fra le lunghezze dei cateti a e b vale 1. Determinare la lunghezza dei cateti. [a=4; b=3]

216. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa c lunga 10, mentre la differenza fra le lunghezze dei cateti a e b vale 2. Determinare la lunghezza dei cateti. [a=8; b=6]

217. La diagonale di un quadrato supera di 1 il lato. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la lunghezza del lato del quadrato;
b. determinare la lunghezza d della diagonale del quadrato;
c. verificare che il rapporto fra la diagonale e il lato è $\sqrt{2}$. [(b)$d=2+\sqrt{2}$]

218. In un triangolo rettangolo ABC il cateto AC è lungo 4 ed è lunga 6 la proiezione HB del cateto AB sull'ipotenusa BC; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare la lunghezza x di CH;
b. calcolare i lati BC e AB del triangolo. [(b)BC=8]

219. È dato un rettangolo ABCD, con il lato AB lungo 12 e il lato BC lungo 8. Considerare un punto P sul lato DC e congiungere P con A e con B; risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di P per cui risulta:

$$PA^2+PB^2=AC^2$$

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Indicando con* x *la distanza* DP *si ottengono le soluzioni:* $x_1=4$; $x_2=8$]

220. Dato un quadrato ABCD con il lato lungo 5, considerare un punto P variabile sulla retta AB e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di P per cui la distanza PD è i $\frac{3}{2}$ della distanza PC;

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Si ottengono per la distanza* AP *i valori:* $9\pm\sqrt{11}$]

221. Sui lati di un angolo retto di vertice O sono dati due punti A e B, in modo che risulti OA=9 e OB=8. Considerare un punto C sul segmento OA e un punto D sul segmento OB e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di C e D per cui risulta:

$$AC=CD=DB$$

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[(a) AC=5]

222. Sui lati di un angolo retto di vertice O sono dati due punti A e B, in modo che risulti OA=8 e OB=4. Considerare sulla semiretta OA un punto P e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di P per cui risulta:

$$PB^2=2\cdot PA^2$$

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Scegliendo come incognita* x=OP, *si hanno le soluzioni:* $x_1=4$; $x_2=28$]

223. Disegnare una circonferenza con il raggio lungo 3 e la tangente *t* in un suo punto; disegnare una corda AB parallela a *t* e tracciare da A e da B le perpendicolari a *t*, ottenendo il rettangolo ABCD. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la distanza AD per cui il rettangolo ha la diagonale lunga $3\sqrt{5}$;

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Si ottengono per la distanza* AD *le soluzioni:* $x_1=3$; $x_2=5$]

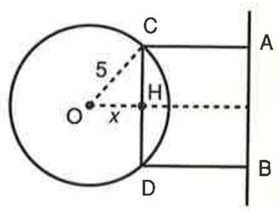
224. In fig. 1 è disegnata una circonferenza con il raggio lungo 5 ed una retta che dista 10 dal centro O della circonferenza; si è quindi disegnato il quadrato ABCD, che ha i vertici A e B sulla retta data e gli altri due sulla circonferenza. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il lato del quadrato;

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Scegliendo l'incognita* OH=x, *si hanno le due soluzioni:* $x_1=0$; $x_2=4$]

Figura 1



225. Disegnare una circonferenza di centro O, con il diametro AB lungo 2; considerare un punto C sul prolungamento di AB dalla parte di B, tracciare da C la tangente CT alla circonferenza e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di C per cui risulta:

$$CT^2+CA^2=12$$

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute. [(a) OC=2]

226. Un punto M varia su una semicirconferenza con il diametro AB lungo 4; da M si traccia la perpendicolare ad AB e si indica con P il piede della perpendicolare. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di M per cui risulta:

$$4 \cdot MP^2 + AP^2 = 16$$

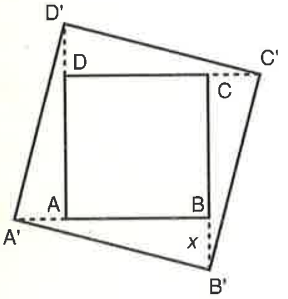
b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Si trovano per la distanza* AP *i valori:* 4; $\frac{4}{3}$]

227. Inscrivere in una semicirconferenza col diametro AB lungo 4 un trapezio isoscele ABCD che abbia il perimetro lungo 10. [BC=AD=2]

Gli esercizi dal n. **228** *al n.* **234** *propongono problemi con le seguenti caratteristiche:*
- *conducono a calcolare l'area di figure piane (vedere il primo volume, pp. 207-212);*
- *conducono a risolvere equazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

Figura 2



228. Un punto M varia sul lato AB lungo 12 di un quadrato ABCD; internamente al quadrato dato si costruisce il quadrato AMNP, che lascia nel quadrato il poligono concavo MBCDPN. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di M per cui il poligono concavo ha l'area quattro volte più grande di quella del rettangolo di lati AM e MB;

b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Si ottengono per la distanza* AM *le soluzioni:* $x_1=4$; $x_2=12$]

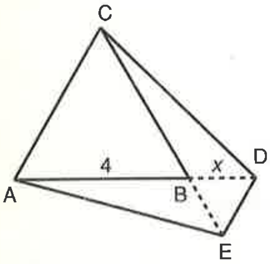
229. In fig. 2 è rappresentato un quadrato ABCD con il lato lungo 20; si è quindi disegnato il quadrato A'B'C'D' prolungando i lati di ABCD di uno stesso segmento nello stesso verso.
Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la lunghezza del segmento in modo che A'B'C'D' abbia l'area cinque volte più grande di quello di ABCD;

b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Scegliendo l'incognita* BB'=x, *si hanno le soluzioni:* $x_1=-40$; $x_2=20$]

Figura 3



230. In fig. 3 è rappresentato un triangolo equilatero ABC con il lato lungo 4; si è quindi disegnato il trapezio ACDE con la seguente costruzione:
- si sono prolungati i lati AB e CB dalla stessa parte di B di uno stesso segmento, ottenendo i punti D ed E;
- si sono congiunti i punti A, C, D, E.

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia i $\frac{25}{16}$ dell'area del triangolo;

b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Scegliendo l'incognita* BD=x, *si hanno le soluzioni:* $x_1=-9$; $x_2=1$]

231. A partire dalla stessa costruzione illustrata in fig. 3, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia quattro volte l'area del triangolo;

b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti;

c. dire quale particolarità presenta il trapezio così ottenuto.

[*Scegliendo l'incognita* BD=x, *si hanno le soluzioni:* $x_1=-12$; $x_2=4$]

232. È dato un triangolo rettangolo ABC che ha un cateto lungo $\sqrt{6}$ cm; su ogni lato del triangolo costruire tre triangoli equilateri che siano esterni ad ABC, ottenendo un esagono. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare gli altri due lati del triangolo sapendo che l'esagono ha area $15\sqrt{3}$;

b. costruire il triangolo così determinato. [(a) $3\sqrt{2}$; $2\sqrt{6}$]

233. Disegnare un rettangolo ABCD, con il lato AB lungo 8 e il lato BC lungo 6; effettuare quindi la seguente costruzione:
- fissare sui lati AB, BC, CD, DA i punti M, N, P, Q in modo che risulti:

  AM=CN=CP=AQ
- congiungere i punti ottenuti, disegnando il quadrilatero MNPQ.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la lunghezza del segmento AM in modo che l'area del quadrilatero sia la quarta parte dell'area del rettangolo;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti;
c. dire quale particolarità presenta il quadrilatero così ottenuto.

[*Scegliendo come incognita* x=AM, *si ottengono le soluzioni:* $x_1=1$; $x_2=6$]

234. Un punto P varia su un segmento AB lungo 2. Si costruisce su AP il triangolo equilatero APQ, su PB (dalla parte opposta rispetto ad AB) il quadrato PBRS e si congiunge A con S ottenendo il poligono concavo AQPBRS rappresentato in fig. 4.
Risolvere i seguenti questi:
a. determinare la posizione di P per cui l'area del poligono vale 4;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Scegliendo come incognita* x = AP, *si ottengono le soluzioni:* $x_1=0$; $x_2=\frac{12}{\sqrt{3}+2}$]

Gli esercizi dal n. **235** *al n.* **242** *conducono a risolvere problemi che presentano le seguenti caratteristiche:*
- *conducono a valersi anche dei teoremi relativi ai poligoni simili (vedere il capitolo terzo di questo volume);*
- *conducono a risolvere equazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

235. In fig. 5 sono rappresentati due rettangoli:
- ABCD con i lati lunghi 12 e 8;
- A'B'C'D'con i lati paralleli ed equidistanti ai lati di ABCD e l'area che vale un terzo di quella di ABCD.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare le dimensioni di A'B'C'D';
b. spiegare perché i due rettangoli non sono simili;
c. dire quanto debbono essere lunghi i lati del rettangolo A"B"C"D", che è simile ad A'B'C'D' e ha l'area che è un terzo di quella di ABCD.

[*Scegliendo l'incognita come indicato in fig. 5, si ottiene:* A'B'=8; B'C'=4]

236. È dato un triangolo equilatero con il lato lungo 6; si fissano sui lati AB, BC, CA i punti M, N, P in modo che risulti AM=BN=CP=x. Risolvere i seguenti quesiti:
a. dimostrare che il triangolo MNP è equilatero;
b. determinare x in modo che l'area di MNP sia la terza parte dell'area di ABC;
c. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti. [(b) $x_1=2$; $x_2=4$]

Figura 4

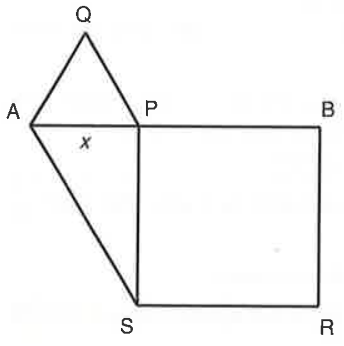
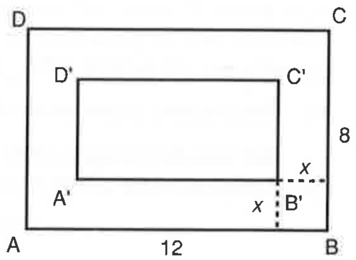


Figura 5



237. Disegnare un triangolo ABC con il lato AB lungo 2 e l'altezza CH lunga 20; si vuole prolungare il lato AB dalla parte di B di un segmento BB' e diminuire l'altezza di un segmento CC'=BB', ottenendo un triangolo AB'C' che ha l'area tripla di ABC. Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire la lunghezza del segmento BB' che risolve il problema;
b. spiegare perché i due triangoli così ottenuti non sono simili;
c. dire quanto debbono essere lunghi il lato AB" e l'altezza C"H del triangolo AB"C" che è simile ad ABC ed ha l'area tripla. [(a) BB'=10 o 8]

238. Su una retta r considerare i due segmenti AB lungo 4 e MN lungo 2; costruire (dalla stessa parte rispetto alla retta r) il triangolo ABC che ha l'altezza CH lunga 3 e il quadrato MNPQ. Tracciare quindi una retta s, parallela a r, che taglia dal triangolo ABC un triangolo A'B'C e dal quadrato un rettangolo M'N'PQ. Risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire la distanza x fra le due rette per avere che la somma del triangolo A'B'C e del rettangolo M'N'PQ sia equivalente al triangolo ABC;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti. [(a) $x=\dfrac{9\pm\sqrt{57}}{2}$]

239. Disegnare un triangolo rettangolo ABC con il cateto AC lungo 6 e il cateto AB lungo 8; considerare sul cateto AC un punto M e da M condurre la perpendicolare MH all'ipotenusa. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la posizione di M per cui risulta:

$MH^2+MA^2=16$

b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[(a) MA=$\dfrac{96\pm20\sqrt{5}}{41}$]

240. In un cerchio disegnare una corda AB, tagliata da una seconda corda CD lunga 14 in due parti: AM lunga 8 e MB lunga 4. Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché sono simili i triangoli AMC e DMB;
b. determinare la lunghezza dei segmenti CM e MD;
c. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[(b) $7\pm\sqrt{17}$]

241. Da un punto A esterno ad un cerchio si conduce una tangente che tocca la circonferenza in B; dallo stesso punto A si conduce pure una secante, che taglia la circonferenza in due punti C e D. Dal disegno si ricavano le seguenti informazioni:
- il segmento AB è lungo 2 cm;
- il segmento CD è lungo 3 cm più del segmento AC.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché sono simili i triangoli ABD e ACB;
b. determinare la lunghezza dei segmenti AC e CD. [(b) AC=1; CD=4]

242. Un punto P varia sul lato AB di un triangolo equilatero col lato lungo 10; tracciare da P la perpendicolare PQ al lato AC e la perpendicolare PR al lato BC e considerare il triangolo QRC. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la posizione di P per cui il triangolo QRC ha l'area che è gli $\dfrac{11}{20}$ dell'area del triangolo dato;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Per la lunghezza di* AP *si ottengono i valori:* $5\pm\sqrt{5}$]

I problemi dal n. **243** *al n.* **250** *richiedono anche di applicare le nozioni relative alla sezione aurea (vedere scheda storica, p. 314 di questo volume) e ai poligoni regolari (vedere anche il primo volume, p. 129).*

243. Disegnare un quadrato e prolungarne i lati da ambedue le parti di uno stesso segmento, in modo che, congiungendo gli estremi ottenuti, si abbia un ottagono regolare. Determinare il lato del quadrato in modo che l'ottagono abbia area 4.

[$\sqrt{2\sqrt{2}-2}$]

244. Considerare il decagono regolare inscritto in un cerchio con il raggio lungo 2. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il lato del decagono;
b. valendosi del lato ottenuto e del teorema della corda (vedi p. 140), esprimere per mezzo di radicali il seno dell'angolo di 18°;
c. calcolare l'area S del poligono.

[(c) $S=5\sqrt{10-2\sqrt{5}}$]

245. In fig. 6 è disegnata una circonferenza di centro O e raggio 1. Nella circonferenza sono disegnati anche due lati consecutivi AB e BC del decagono regolare inscritto e il lato AC del pentagono regolare inscritto; si è quindi congiunto B con O, ottenendo il diametro BD; risolvere i seguenti quesiti:

a. applicare il primo teorema di Euclide al triangolo rettangolo ABD per ricavare la lunghezza di BH;
b. applicare allo stesso triangolo il secondo teorema di Euclide per ricavare la lunghezza di AH e quindi di AC;
c. valersi del lato ottenuto e del teorema della corda (vedi p. 140), per esprimere per mezzo di radicali il seno dell'angolo di 36°.

[(b) AC$=\frac{1}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$]

246. Dopo aver svolto l'esercizio 245, determinare il lato e l'area S del pentagono regolare inscritto in un cerchio il cui raggio è lungo 4.

[$S=10\sqrt{10+2\sqrt{5}}$]

247. È assegnato un segmento AB lungo 1; si vuole costruire il rettangolo ABCD caratterizzato dalla seguente proprietà: togliendo al rettangolo il quadrato di lato BC si ottiene un rettangolo simile a quello dato (fig. 7); verificare che il lato BC è la sezione aurea di AB.

248. È assegnato un segmento AB lungo 1; si vuole costruire il rettangolo ABCD caratterizzato dalla seguente proprietà: aggiungendo al rettangolo il quadrato di lato AB si ottiene un rettangolo simile a quello dato (fig. 8); verificare che il lato BC è la sezione aurea di AB.

249. In fig. 9 è rappresentato un pentagono regolare con il lato lungo 2 e le sue diagonali; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché sono simili i triangoli ABD e ABE';
b. calcolare la lunghezza della diagonale AD.

[(b) AD$=1+\sqrt{5}$]

250. Sempre a partire dal pentagono regolare di fig. 9, risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare la diagonale del pentagono A'B'C'D'E';
b. calcolare il lato del pentagono A'B'C'D'E'.

[(b) E'D'$=1-\sqrt{5}$]

Figura 6

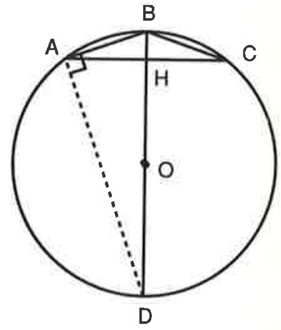


Figura 7

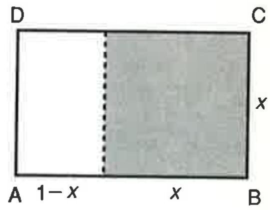


Figura 8

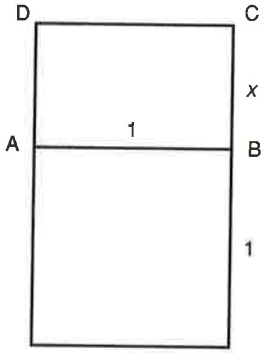
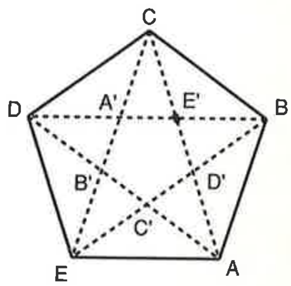


Figura 9



Problemi di geometria analitica

Gli esercizi dal n. **251** *al n.* **260** *propongono problemi con le seguenti caratteristiche:*
a. *richiedono nozioni di geometria analitica (vedere il capitolo quinto) o le trasformazioni (vedere il capitolo sesto);*
b. *conducono a risolvere equazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

251. Disegnare la parabola:

$$y=3x^2+18x+27$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la parabola è tangente all'asse delle x;
b. effettuare una traslazione lungo l'asse delle x a piacere e spiegare perché la parabola ottenuta è ancora tangente all'asse delle x;
c. effettuare una traslazione lungo l'asse delle y verso l'alto a piacere e spiegare perché la parabola ottenuta è esterna all'asse delle x;
d. effettuare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y-9 \end{cases}$$

determinare l'equazione della parabola trasformata e le sue intersezioni con l'asse delle x.

252. Ripetere l'esercizio 251 a partire dalla parabola:

$$y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$$

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y-1 \end{cases}$$

253. Disegnare la parabola:

$$y=-4x^2+8x-4$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la parabola è tangente all'asse delle x;
b. effettuare una traslazione lungo l'asse delle x a piacere e spiegare perché la parabola ottenuta è ancora tangente all'asse delle x;
c. effettuare una traslazione lungo l'asse delle y verso il basso a piacere e spiegare perché la parabola ottenuta è esterna all'asse delle x;
d. effettuare la traslazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+1 \end{cases}$$

determinare l'equazione della parabola trasformata e le sue intersezioni con l'asse delle x.

254. Ripetere l'esercizio 253 a partire dalla parabola:

$$y=-2\sqrt{2}x^2+4x-\sqrt{2}$$

e dalla trasformazione descritta dalle equazioni:

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y+\sqrt{2} \end{cases}$$

255. Disegnare la parabola d'equazione $y=x^2-4x+6$ e le seguenti rette:

$y=1 \qquad y=2 \qquad y=3$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i punti d'intersezione di ciascuna retta con la parabola;
b. stabilire quale retta è secante, quale è tangente e quale è esterna.

256. Ripetere l'esercizio 255 a partire dalla parabola $x=-y^2+4y+2$ e dalle seguenti rette:

$x=6 \qquad x=2 \qquad x=7$

257. Disegnare la parabola $y=-x^2+4x$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A; considerare un punto B variabile sull'arco OA di parabola e costruire il triangolo OAB. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;
b. determinare l'ascissa del punto B in modo che l'area del triangolo valga $S=6$.

[*Tenere presente che l'altezza del triangolo corrisponde all'ordinata di B; si ottengono per l'ascissa di B le soluzioni:* $x_1=1$; $x_2=3$]

258. Disegnare la parabola $x=-y^2+8y$, che interseca l'asse delle y nei punti O e A; considerare un punto B variabile sull'arco OA di parabola e costruire il triangolo OAB. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;
b. determinare l'ordinata del punto B in modo che l'area del triangolo valga $S=60$.

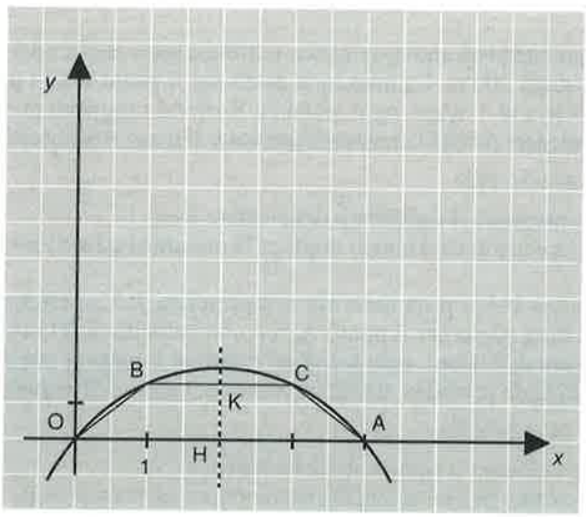
[*Tenere presente che l'altezza del triangolo corrisponde all'ascissa di B; si ottengono per l'ordinata di B le soluzioni:* $y_1=3$; $y_2=5$]

259. In fig. 10 è rappresentata la parabola d'equazione $y=-\frac{1}{4}x^2+x$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A; si è quindi disegnato un trapezio che ha come base maggiore OA e come base minore una corda BC della parabola parallela a OA. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;
b. determinare l'ascissa del punto B in modo che l'area del trapezio valga $S=\frac{9}{4}$.

[*Tenere presente che il trapezio è simmetrico rispetto alla retta KH; si ottengono le soluzioni:* $x_1=1$; $x_2=\frac{7-\sqrt{13}}{2}$]

Figura 10



260. Disegnare la parabola d'equazione $x=-\frac{1}{2}y^2+2y$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A e disegnare un trapezio che ha come base maggiore OA e come base minore una corda BC della parabola parallela a OA. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;

b. determinare l'ordinata del punto B in modo che l'area del trapezio valga $S=\frac{9}{2}$.

[*Tenendo presenti le indicazioni dell'esercizio 259, si ha:* $y_1=1$; $y_2=\frac{7-\sqrt{13}}{2}$]

Problemi di fisica

Gli esercizi dal n. **261** *al* **264** *conducono a risolvere problemi che hanno le seguenti caratteristiche:*
- richiedono nozioni elementari di fisica richiamate anche nel testo, pp. 343-347;
- conducono a risolvere equazioni di 2° grado con coefficienti numerici.

261. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso l'alto di 8 m/sec.; trascurando la resistenza dell'aria risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il corpo si allontana dal punto di lancio seguendo la legge:

$s=-4{,}9t^2+8t$

e precisare il significato delle lettere s e t;

b. calcolare quanto tempo impiega il corpo a ripassare per il punto di lancio.

[(b) $t \cong 0{,}6$ sec.]

262. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso il basso di 10 m/sec.; trascurando la resistenza dell'aria risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il corpo si allontana dal punto di lancio seguendo la legge:

$s=4{,}9t^2+10t$

e precisare il significato delle lettere s e t;

b. calcolare quanto tempo impiega il corpo a percorrere 10 m. [(b) $t \cong 3{,}6$ sec.]

263. Lungo una pista automobilistica rettilinea sono segnati due punti di controllo, A e B, distanti 300 m. La macchina passa per il punto A con una velocità di 15 m/sec e accelera di 3 m/sec. ogni secondo; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la macchina percorre il tratto AB seguendo la legge:

$s=1{,}5t^2+15t$

e precisare il significato delle lettere s e t;

b. calcolare quanto tempo impiega la macchina ad arrivare in B. [(b) $t \cong 27$ sec.]

264. Lungo la stessa pista descritta nell'esercizio 263, si effettua la seguente prova: la macchina passa per il punto A con una velocità di 30 m/sec. e da quel momento decelera di 3 m/sec. ogni secondo; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la macchina percorre il tratto AB seguendo la legge:

$s=-1{,}5t^2+30t$

e precisare il significato delle lettere s e t;

b. spiegare perché la macchina non riesce ad arrivare in B.

Problemi vari

265. Lo spazio di frenata s di un'automobile è legato alla velocità v da una legge del tipo:

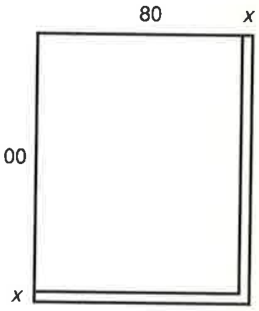
$$s=kv^2$$

Eseguendo una prova di frenata, si trova che un'auto riesce a fermarsi in 8 metri, quando viaggia alla velocità di 40 km/h; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare il valore di k, corrispondente all'auto esaminata;
b. calcolare la velocità a cui procedeva la stessa auto prima di un incidente, sapendo che si è fermata in 24,5 m. [(b) 70 km/h]

266. Da un foglio rettangolare lungo 10 cm e largo 8 cm viene tagliata una striscia di larghezza uniforme da ciascuno dei suoi lati; rimane così un rettangolo di area 24 cm^2. Quanto è larga la striscia tagliata? [2 cm]

267. Su due lati di un terreno rettangolare che ha le dimensioni lunghe 80 m e 100 m si vuole costruire una strada (fig. 11), utilizzando 736 m^2 acquistati da un terreno vicino; quanto sarà larga la strada? [4 m]

Figura 11

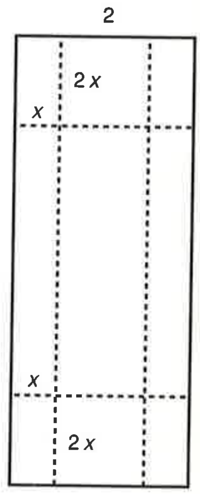


268. Un tipografo deve preparare un cartellone pubblicitario con i seguenti vincoli (fig. 12):
- il tabellone deve avere le dimensioni di 2 m e 5 m;
- deve essere lasciato un margine destro e sinistro uguale;
- deve essere lasciato un margine inferiore e superiore uguale, doppio del margine laterale;
- l'immagine e la parte scritta debbono occupare 3 m^2.

Quali sono i margini da lasciare? [0,5 *e* 1]

269. Determinare due numeri interi positivi consecutivi, sapendo che il loro prodotto vale 462.
[*Si possono indicare i due numeri con* x *e* x+1; *i numeri sono* 21 *e* 22]

Figura 12



270. Determinare tre numeri interi positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati è 110.
[*Si possono indicare i tre numeri con* x–1, x, x+1; *i numeri sono* 5, 6 *e* 7]

271. Determinare cinque numeri interi positivi consecutivi in modo che la somma dei quadrati dei primi tre sia uguale alla somma dei quadrati degli ultimi due.
[*I numeri sono* 10, 11, 12, 13 *e* 14]

272. Determinare tre numeri dispari positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati vale 251.
[*Si possono indicare i tre numeri con* 2x–1, 2x+1, 2x+3; *i numeri sono* 7, 9 *e* 11]

273. Determinare tre numeri pari positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati vale 200.
[*Si possono indicare i tre numeri con* 2x–2, 2x, 2x+2; *i numeri sono* 6, 8 *e* 10]

Sulle relazioni fra soluzioni e coefficienti di un'equazione di 2° grado

Risolvere un'equazione «a vista»

Gli esercizi dal n. **274** *al n.* **287** *richiedono di valersi delle relazioni fra soluzioni e coefficienti di un'equazione di 2° grado per risolvere l'equazione senza valersi della formula risolutiva.*

Esaminare le equazioni proposte negli esercizi dal n. **274** al n. **287** e risolvere i seguenti quesiti:

a. risolvere le equazioni «a vista», valendosi delle relazioni fra soluzioni e coefficienti;
b. verificare che le soluzioni ottenute siano corrette.

274. $x^2-6x+5=0$ $\quad x^2+6x+5=0$

275. $x^2-8x+7=0$ $\quad x^2+8x+7=0$

276. $x^2-14x+13=0$ $\quad x^2+14x+13=0$

277. $x^2-11x+10=0$ $\quad x^2+11x+10=0$

278. $x^2-5x+6=0$ $\quad x^2+5x+6=0$

279. $x^2-7x+6=0$ $\quad x^2+7x+6=0$

280. $x^2-4x+4=0$ $\quad x^2+4x+4=0$

281. $x^2-5x+4=0$ $\quad x^2+5x+4=0$

282. $x^2-7x+10=0$ $\quad x^2+7x+10=0$

283. $x^2-4x-5=0$ $\quad x^2+4x-5=0$

284. $x^2-6x+7=0$ $\quad x^2+6x+7=0$

285. $x^2-x-6=0$ $\quad x^2+x-6=0$

286. $x^2-3x-10=0$ $\quad x^2+3x-10=0$

287. $x^2-x-12=0$ $\quad x^2+x-12=0$

Scrivere un'equazione che ha due soluzioni assegnate

Gli esercizi dal n. **288** *al n.* **300** *chiedono di valersi delle relazioni fra coefficienti e soluzioni di un'equazione di 2° grado per scrivere un'equazione che abbia due soluzioni assegnate.*

Scrivere le equazioni di 2° grado che hanno le seguenti caratteristiche:
- hanno il coefficiente a=1;
- hanno le due soluzioni reali assegnate negli esercizi dal n. **288** al n. **300**.

288. $x_1=0,\ x_2=2;$ $\quad x_1=-2,\ x_2=0;$ $\quad x_1=x_2=0$

289. $x_1=-2,\ x_2=2;$ $\quad x_1=x_2=2;$ $\quad x_1=x_2=-2$

290. $x_1=-1,\ x_2=2;$ $\quad x_1=-2,\ x_2=1;$ $\quad x_1=x_2=2$

291. $x_1=1,\ x_2=9;$ $\quad x_1=-1,\ x_2=9;$ $\quad x_1=-9\ \ x_2=-1$

292. $x_1=\frac{1}{4},\ x_2=4;$ $\quad x_1=-4,\ x_2=\frac{1}{4};$ $\quad x_1=-4\ \ x_2=-\frac{1}{4}$

293. $x_1=0,\ x_2=\frac{3}{2};$ $\quad x_1=-\frac{3}{2},\ x_2=\frac{3}{2};$ $\quad x_1=x_2=-\frac{3}{2}$

294. $x_1=\frac{4}{5},\ x_2=\frac{5}{4};$ $\quad x_1=-\frac{4}{5},\ x_2=\frac{5}{4};$ $\quad x_1=-\frac{5}{4}\ \ x_2=-\frac{4}{5}$

295. $x_1=0,\quad x_2=\sqrt{5};\qquad x_1=-\sqrt{5},\quad x_2=\sqrt{5};\qquad x_1=x_2=-\sqrt{5}$

296. $x_1=\sqrt{2},\quad x_2=\sqrt{8};\qquad x_1=-\sqrt{8},\quad x_2=\sqrt{2};\qquad x_1=x_2=-\sqrt{8}$

297. $x_1=\frac{1}{\sqrt{3}},\quad x_2=\sqrt{3};\qquad x_1=-\sqrt{3},\quad x_2=\sqrt{3};\qquad x_1=-\sqrt{3},\quad x_2=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

298. $x_1=\frac{1}{\sqrt{3}},\quad x_2=\frac{1}{\sqrt{2}};\qquad x_1=-\sqrt{3},\quad x_2=\sqrt{2};\qquad x_1=-\frac{1}{\sqrt{2}},\quad x_2=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

299. $x_1=1+\sqrt{2},\quad x_2=1+\sqrt{2};\qquad x_1=x_2=1+\sqrt{2};\qquad x_1=x_2=1-\sqrt{2}$

300. $x_1=2+\sqrt{5},\quad x_2=2-\sqrt{5};\qquad x_1=x_2=2+\sqrt{5};\qquad x_1=x_2=2-\sqrt{5}$

Sulla scomposizione in fattori di un trinomio di 2° grado

301. Completare la seguente tabella come è indicato nelle prime righe:

Trinomio	Δ dell'equazione	Soluzioni reali	Scomposizione
$3x^2+x+2$	$\Delta=1-24=-23<0$	nessuna	no
$3x^2-6x+3$	$\Delta=36-36=0$	$x_1=x_2=1$	$3(x-1)^2$
$2x^2-3x-5$	$\Delta=9+40=49>0$	$x_1=-1 \quad x_2=\frac{5}{2}$	$2(x+1)\left(x-\frac{5}{2}\right)$
$-2x^2+3x+5$			
$-2x^2+3x-5$			
$-2x^2+8x-8$			

Esaminare i trinomi dati negli esercizi dal n. **302** al n. **316** e risolvere i seguenti quesiti:

a. stabilire se il trinomio ha radici reali, esaminando il discriminante della corrispondente equazione;
b. nel caso in cui il trinomio ha le radici reali, determinarle;
c. valersi delle radici ottenute per scomporre il trinomio in fattori.

302. $4x^2-3x-1 \qquad 4x^2-4x+1 \qquad 4x^2-4x+3$

303. $2x^2+7x+3 \qquad 2x^2+8x+8 \qquad 2x^2+7x+8$

304. $9x^2-6x+1 \qquad 4x^2-6x-4 \qquad 9x^2-6x+2$

305. $4x^2+20x+27 \qquad 4x^2+20x+25 \qquad 4x^2+20x+9$

306. $2x^2+5x-3 \qquad 4x^2+10x-6 \qquad -2x^2-5x+3$

307. $16x^2-8x+1 \qquad 2x^2-x+\frac{1}{8} \qquad -x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{16}$

308. $12x^2-25x+12 \qquad -12x^2+25x-12 \qquad -6x^2+2{,}5x-6$

309.	$x^2+20x+100$	$100x^2+20x+1$	$10x^2+2x+0,1$
310.	$x^2+\sqrt{5}x-10$	$5x^2-\sqrt{5}x-2$	$10x^2+\sqrt{5}x+1$
311.	$4x^2-4\sqrt{6}x+5$	$-4x^2+4\sqrt{6}x-5$	$2x^2-2\sqrt{6}x+\frac{5}{2}$
312.	$x^2-\sqrt{2}x-4$	$x^2-2\sqrt{2}x+2$	x^2-2
313.	$4x^2-4\sqrt{3}x+3$	$4x^2-12$	$4x^2-4\sqrt{3}x-1$
314.	$2x^2+3\sqrt{3}x-3$	$\frac{2}{3}x^2+\sqrt{3}x-1$	$-x^2-\frac{3}{2}\sqrt{3}x+\frac{3}{2}$
315.	$2x^2-(\sqrt{6}-2\sqrt{3})x-3\sqrt{2}$	$2x^2+3\sqrt{2}$	$-2x^2+(\sqrt{6}-2\sqrt{3})x+3\sqrt{2}$
316.	$x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}$	$x^2+(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\sqrt{6}$	x^2-6

Sul segno delle soluzioni reali di un'equazione di 2° grado

317. Completare la seguente tabella come è indicato nelle prime righe:

Equazione	Δ	Variazioni nel segno dei coefficienti	Segno delle soluzioni
$x^2-13x+36=0$	$\Delta=13^2-4\cdot36=25>0$	due	due positive
$x^2+13x+36=0$	$\Delta=25>0$	nessuna	due negative
$x^2+13x+45=0$	$\Delta=13^2-4\cdot45=-11<0$	non si esaminano	no
$-5x^2+11x-2=0$			
$-5x^2-11x-2=0$			
$-5x^2+11x-10=0$			
$-5x^2+10x-5=0$			

Esaminare le equazioni date negli esercizi dal n. **318** al n. **329** e risolvere i seguenti quesiti:

a. stabilire se l'equazione ha soluzioni reali, esaminandone il discriminante;
b. nel caso in cui l'equazione ha le radici reali, determinarne il segno.

318.	$5x^2-6x+1=0$	$5x^2+6x+1=0$	**319.**	$-7x^2+8x-1=0$	$-7x^2-8x-1=0$
320.	$-13x^2-14x-1=0$	$-13x^2+14x-1=0$	**321.**	$5x^2-11x+2=0$	$2x^2+11x+5=0$
322.	$3x^2-5x+8=0$	$3x^2-5x+2=0$	**323.**	$-3x^2-7x-2=0$	$-3x^2+7x-5=0$
324.	$-4x^2+4x-1=0$	$4x^2+4x+1=0$	**325.**	$2x^2-5x+2=0$	$2x^2+5x-2=0$
326.	$5x^2-7x+2=0$	$-5x^2-7x-2=0$	**327.**	$5x^2-4x-1=0$	$-5x^2+4x+1=0$
322.	$7x^2-6x+1=0$	$7x^2+6x-1=0$	**329.**	$2x^2-x-3=0$	$-2x^2+x+3=0$

Sul segno di un trinomio di 2° grado

Studiare il segno di un trinomio di 2° grado

Gli esercizi dal n. **330** *al n.* **346** *conducono a studiare il segno di trinomi di 2° grado. Per risolvere questi esercizi basta ricordare le conclusioni raggiunte nel paragrafo 6; tuttavia lo svolgimento degli esercizi risulta più efficace se viene accompagnato dal grafico delle parabole che visualizzano ciascun trinomio.*

Studiare il segno dei trinomi assegnati negli esercizi dal n. **330** al n. **346** e interpretare dal punto di vista grafico i risultati ottenuti.

330.	$y=x^2-4$	$y=x^2+4$	$y=4x^2$	$y=x^2+4x$
331.	$y=2x^2$	$y=2+x^2$	$y=-2x^2$	$y=-2+x^2$
332.	$y=-3x^2$	$y=-3x^2+6$	$y=-3x^2+6x$	$y=-3x^2-6$
333.	$y=4x^2-1$	$y=1-4x^2$	$y=x^2-\frac{1}{4}$	$y=-\frac{1}{4}x^2$
334.	$y=x^2-2x$	$y=x^2-2x+1$	$y=x^2-2x+2$	$y=x^2+2$
335.	$y=-4x^2+4x$	$y=-4x^2+4x-2$	$y=-4x^2-1$	$y=-4x^2+4x-1$
336.	$y=-x^2$	$y=-x^2+2x-1$	$y=-x^2+6x-9$	$y=-x^2-9$
337.	$y=x^2+5x+4$	$y=x^2-5x+4$	$y=-x^2+5x-4$	$y=-x^2+5x$
338.	$y=x^2-8x+16$	$y=-x^2+8x-16$	$y=-x^2-8x-16$	$y=-x^2+8$
339.	$y=5x^2+x+1$	$y=-5x^2-x-1$	$y=-5x^2-x$	$y=-5x^2$
340.	$y=x^2+x-3$	$y=x^2+x-20$	$y=-x^2-x+20$	$y=-x^2+20$
341.	$y=2x^2-2\sqrt{2}x+1$	$y=2x^2-2\sqrt{2}x$	$y=2x^2-2\sqrt{2}$	$y=2x^2+2\sqrt{2}$
342.	$y=-3x^2+2\sqrt{3}x-1$	$y=-3x^2+2\sqrt{3}$	$y=-3x^2+2\sqrt{3}x$	$y=2\sqrt{3}x^2$
343.	$y=x^2-6\sqrt{2}x+16$	$y=x^2+16$	$y=x^2-6\sqrt{2}x$	$y=x^2-6\sqrt{2}$
344.	$y=-4x^2+4\sqrt{5}$	$y=-4x^2+4\sqrt{5}x$	$y=-4x^2+4\sqrt{5}x-1$	$y=-4\sqrt{5}x^2$
345.	$y=x^2-\sqrt{7}x$	$y=\sqrt{7}x^2$	$y=x^2-\sqrt{7}x-14$	$y=x^2-\sqrt{7}$
346.	$y=-x^2+4\sqrt{3}$	$y=-4\sqrt{3}x^2$	$y=-x^2+4\sqrt{3}x$	$y=-x^2+4\sqrt{3}x-12$

Riflettere sul segno di un trinomio di 2° grado

Gli esercizi dal n. **347** *al* **354** *conducono a riflettere sul modo di scrivere i risultati dello studio del segno di un trinomio.*

347. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=x^2+4$ non ha radici reali, perciò non è possibile studiarne il segno.

b. Il trinomio $y=x^2-8x+16$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=4$, perciò risulta:

$y>0$ per $x>4$

c. Il trinomio $y=x^2-8x-9$ ha le radici $x_1=-1$ e $x_2=9$, perciò risulta:

$y>0$ per $9<x<-1$

348. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=x^2-4$ non ha radici reali, perciò è sempre positivo.

b. Il trinomio $y=x^2-4$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=2$, perciò risulta:

$y>0$ per $x>2$

c. Il trinomio $y=x^2-4$ ha le radici $x_1=-2$ e $x_2=2$, perciò risulta:

$y<0$ per $2<x<-2$

349. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=4x^2$ non ha radici reali, perciò non è possibile studiarne il segno.

b. Il trinomio $y=4x^2$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=2$, perciò risulta:

$y>0$ per $x>2$

c. Il trinomio $y=4x^2$ ha le radici $x_1=-\frac{1}{2}$ e $x_2=\frac{1}{2}$, perciò risulta:

$y<0$ per $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

350. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=x^2-2$ non ha radici reali, perciò è sempre positivo.

b. Il trinomio $y=x^2-2$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=\sqrt{2}$, perciò risulta:

$y>0$ per $x\neq\sqrt{2}$

c. Il trinomio $y=x^2-2$ ha le radici $x_1=-\sqrt{2}$ e $x_2=\sqrt{2}$, perciò risulta:

$y>0$ per $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$

351. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=-x^2+2x$ non ha radici reali, perciò è sempre negativo.

b. Il trinomio $y=-x^2+2x$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=2$ perciò risulta:

$y<0$ per $x\neq 2$

c. Il trinomio $y=-x^2+2x$ ha le radici $x_1=0$ e $x_2=-2$, perciò risulta:

$y>0$ per $-2<x<0$

352. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=-2x^2$ non ha radici reali, perciò è sempre negativo.

b. Il trinomio $y=-2x^2$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=\frac{1}{2}$, perciò risulta:

$y<0$ per $x\neq\frac{1}{2}$

c. Il trinomio $y=-2x^2$ ha le radici $x_1=-\sqrt{2}$ e $x_2=\sqrt{2}$, perciò risulta:

$y>0$ per $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$

353. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=-4x^2+1$ non ha radici reali, perciò è sempre negativo.

b. Il trinomio $y=-4x^2+1$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=-\frac{1}{2}$, perciò risulta:

$y<0$ per $x\neq-\frac{1}{2}$

c. Il trinomio $y=-4x^2+1$ ha le radici $x_1=-2$ e $x_2=2$, perciò risulta:

$y>0$ per $-2<x<2$

354. Spiegare perché tutte le affermazioni seguenti sono errate e correggere gli errori:

a. Il trinomio $y=4x+1$ non ha radici reali, perciò è sempre positivo.

b. Il trinomio $y=4x+1$ ha le radici coincidenti $x_1=x_2=-\frac{1}{4}$, perciò risulta:

$y>0$ per $x\neq\frac{1}{4}$

c. Il trinomio $y=4x+1$ ha le radici $x_1=-\frac{1}{2}$ e $x_2=\frac{1}{2}$, perciò risulta:

$y>0$ per $x<-\frac{1}{2}$ o $x>\frac{1}{2}$

355. È dato il seguente trinomio che ha due radici reali:

$y=2x^2-7x+3$

Completare la seguente tabella per stabilire quali fra i seguenti numeri si trova all'interno dell'intervallo delle radici: 4, 2, 1, 0.

Trinomio	**Segno di *a***	**Numero**	**Corrispondente valore di *y***	**Conclusione**
$y=3x^2-7x+2$	$a=3>0$	4	$3\cdot4^2-7\cdot4+2=22>0$	y ha lo stesso segno di a perciò 4 non è all'interno dell'intervallo delle radici
$y=3x^2-7x+2$		2		
$y=3x^2-7x+2$		1		
$y=3x^2-7x+2$		0		

356. È dato il seguente trinomio:

$y=2x^2-7x+3$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. stabilire se il trinomio ha radici reali, esaminando il discriminante della corrispondente equazione;

b. se il trinomio ha radici reali, stabilire, senza risolvere l'equazione, quali fra i seguenti numeri si trova all'interno dell'intervallo delle radici: 0, 1, 2, 4.

357. Ripetere l'esercizio 356 a partire dal trinomio e dai numeri seguenti:

$y=-x^2+7x-6$ $\qquad -3,\ 0,\ 2,\ 5$

358. Ripetere l'esercizio 356 a partire dal trinomio e dai numeri seguenti:

$y=3x^2-2x-1$ $\qquad -2,\ 0,\ 1,\ 4$

359. Ripetere l'esercizio 356 a partire dal trinomio e dai numeri seguenti:

$y=-x^2+2x-3$ $\qquad -4,\ -1,\ 0,\ 2$

360. Ripetere l'esercizio 356 a partire dal trinomio e dai numeri seguenti:

$y=x^2-2\sqrt{2}x-6$ $\qquad -2,\ 0,\ 1,\ \sqrt{2}\ ,\ 2\sqrt{6}$

361. Ripetere l'esercizio 356 a partire dal trinomio e dai numeri seguenti:

$y=-4x^2+4\sqrt{3}x+1$ $\qquad 0,\ 1,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \sqrt{3},\ 2\sqrt{3}$

Sulle disequazioni di 2° grado

Risolvere disequazioni di 2° grado

Gli esercizi dal n. **362** *al n.* **420** *richiedono di risolvere disequazioni di 2° grado, seguendo il procedimento indicato nel paragrafo 7.*

362. Risolvere la seguente disequazione:

$x^2-7x+10<0$

completando il procedimento indicato qui sotto.

I. Si calcola il discriminante Δ della corrispondente equazione, ottenendo:

$\Delta=$..............$=9>0$

Si conclude che il trinomio ha le radici ....

II. Si determinano le radici del trinomio, date da:

$x=\dfrac{7\pm\text{..........}}{\text{..........}}$

Si ottengono quindi le radici $x_1=2$ e $x_2=5$.

III. Si studia il segno del trinomio, tenendo presente che risulta:

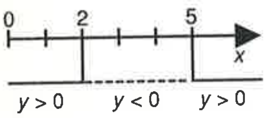
$a=$...........>0

Si sintetizzano i risultati in uno schema come quello di fig. 13.

IV. Si conclude che tutte le soluzioni della disequazione data formano l'intervallo:

$2<x<5$

Figura 13



363. Basarsi sul procedimento seguito nell'esercizio 362 per risolvere la disequazione:

$x^2-7x+10<0$

364. Ripetere il procedimento indicato nell'esercizio 362 per risolvere le disequazioni:

$-x^2+7x-10<0$ $\qquad -x^2+7x-10>0$

365. Spiegare perché le seguenti disequazioni non hanno soluzioni:

$x^2-4x+4<0$ $\qquad x^2-x+5<0$

366. Spiegare perché le seguenti disequazioni non hanno soluzioni:

$-9x^2+6x-1>0$ $\qquad -2x^2+x-5>0$

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **367** al n. **420** e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare tutte le soluzioni di ogni disequazione e rappresentarle sulla retta;
b. sostituire a x una soluzione e verificare se si ottiene una disuguaglianza vera.

367. $x^2-8x+15>0$ $\qquad x^2-8x+15<0$ $\qquad x^2-8x+16>0$ $\qquad x^2-8x+16<0$

368.	$-x^2+8x-15>0$	$-x^2+8x-15<0$	$-x^2+8x-16>0$	$-x^2+8x-16<0$
369.	$x^2+8>0$	$x^2+8<0$	$x^2+8x+15>0$	$x^2+8x+15<0$
370.	$-x^2-8>0$	$-x^2-8<0$	$-x^2-8x-15>0$	$x^2-8x-15<0$
371.	$7x^2+2x+5<0$	$7x^2+2x+5>0$	$7x^2-2x<0$	$7x^2-2x>0$
372.	$-7x^2-2x-5<0$	$-7x^2-2x-5>0$	$-7x^2+2x<0$	$-7x^2+2x>0$
373.	$7x^2-2x+5>0$	$7x^2-2x+5<0$	$7x^2-2>0$	$7x^2-2<0$
374.	$-7x^2+2x-5>0$	$-7x^2+2x-5<0$	$-7x^2+2>0$	$-7x^2+2<0$
375.	$3x^2+10x<0$	$3x^2+10x>0$	$3x^2+10x-8<0$	$3x^2+10x-8>0$
376.	$-3x^2-10x<0$	$-3x^2-10x>0$	$-3x^2-10x+8<0$	$-3x^2-10x+8>0$
377.	$3x^2+10>0$	$3x^2+10<0$	$3x^2-10x+8>0$	$3x^2-10x+8<0$
378.	$-3x^2-10>0$	$-3x^2-10<0$	$-3x^2+10x-8>0$	$-3x^2+10x-8<0$
379.	$4x^2-8x<0$	$4x^2-8x>0$	$4x^2-8<0$	$4x^2-8>0$
380.	$-4x^2+8x<0$	$-4x^2+8x>0$	$-4x^2+8<0$	$-4x^2+8>0$
381.	$4x^2-8x+3>0$	$4x^2-8x+3<0$	$4x^2+8x+5>0$	$4x^2+8x+5<0$
382.	$-4x^2+8x-3>0$	$-4x^2+8x-3<0$	$-4x^2-8x-5>0$	$-4x^2-8x-5<0$
383.	$9x^2-12x+4<0$	$9x^2-12x+4>0$	$9x^2<0$	$9x^2>0$
384.	$-9x^2+12x-4<0$	$-9x^2+12x-4>0$	$-9x^2<0$	$-9x^2>0$
385.	$9x^2+12x+4>0$	$9x^2+12x+4<0$	$9x^2+12x>0$	$9x^2+12x<0$
386.	$-9x^2-12x-4>0$	$-9x^2-12x-4<0$	$-9x^2-12x>0$	$-9x^2-12x<0$
387.	$\frac{1}{2}x^2-2x+2<0$	$\frac{1}{2}x^2-2x+2>0$	$\frac{1}{2}x^2+2<0$	$\frac{1}{2}x^2+2>0$
388.	$-\frac{1}{2}x^2+2x-2<0$	$-\frac{1}{2}x^2+2x-2>0$	$-\frac{1}{2}x^2-2<0$	$-\frac{1}{2}x^2-2>0$
389.	$\frac{1}{2}x^2-2x>0$	$\frac{1}{2}x^2-2x<0$	$\frac{1}{2}x^2+2x+2>0$	$\frac{1}{2}x^2+2x+2<0$
390.	$-\frac{1}{2}x^2+2x>0$	$-\frac{1}{2}x^2+2x<0$	$-\frac{1}{2}x^2-2x-2>0$	$-\frac{1}{2}x^2-2x-2<0$
391.	$\frac{1}{3}x^2-4x+3<0$	$\frac{1}{3}x^2-4x+3>0$	$\frac{1}{3}x^2+3<0$	$\frac{1}{3}x^2+3>0$
392.	$-\frac{1}{3}x^2+4x-3<0$	$-\frac{1}{3}x^2+4x-3>0$	$-\frac{1}{3}x^2-3<0$	$-\frac{1}{3}x^2-3>0$

393.	$\frac{1}{2}x^2-4x>0$	$\frac{1}{2}x^2-4x<0$	$\frac{1}{2}x^2+4x+3>0$	$\frac{1}{2}x^2+4x+3<0$
394.	$-\frac{1}{2}x^2+4x>0$	$-\frac{1}{2}x^2+4x<0$	$-\frac{1}{2}x^2-4x-3>0$	$-\frac{1}{2}x^2-4x-3<0$
395.	$3{,}5x^2-6{,}2x+2<0$	$3{,}5x^2-6{,}2x+2>0$	$3{,}5x^2-6{,}2x<0$	$3{,}5x^2-6{,}2x>0$
396.	$-3{,}5x^2+6{,}2x-2<0$	$-3{,}5x^2+6{,}2x-2>0$	$-3{,}5x^2+6{,}2x<0$	$-3{,}5x^2+6{,}2x>0$
397.	$3{,}5x^2+6{,}2x+2>0$	$3{,}5x^2+6{,}2x+2<0$	$3{,}5x^2+2>0$	$3{,}5x^2+2<0$
398.	$-3{,}5x^2-6{,}2x-2>0$	$-3{,}5x^2-6{,}2x-2<0$	$-3{,}5x^2-2>0$	$-3{,}5x^2-2<0$
399.	$1{,}3x^2+8{,}8x+10>0$	$1{,}3x^2+8{,}8x+10<0$	$1{,}3x^2+8{,}8x>0$	$1{,}3x^2+8{,}8x<0$
400.	$-1{,}3x^2-8{,}8x-10>0$	$-1{,}3x^2-8{,}8x-10<0$	$-1{,}3x^2-8{,}8x>0$	$-1{,}3x^2-8{,}8x<0$
401.	$1{,}3x^2-8{,}8x+10<0$	$1{,}3x^2-8{,}8x+10>0$	$1{,}3x^2+10<0$	$1{,}3x^2+10>0$
402.	$-1{,}3x^2+8{,}8x-10<0$	$-1{,}3x^2+8{,}8x-10>0$	$-1{,}3x^2-10<0$	$-1{,}3x^2-10>0$
403.	$2{,}5x^2+5x+2{,}1>0$	$2{,}5x^2+5x+2{,}1<0$	$2{,}5x^2+5x>0$	$2{,}5x^2+5x<0$
404.	$-2{,}5x^2-5x-2{,}1>0$	$-2{,}5x^2-5x-2{,}1<0$	$-2{,}5x^2-5x>0$	$-2{,}5x^2-5x<0$
405.	$2{,}5x^2-5x+2{,}5<0$	$2{,}5x^2-5x+2{,}5>0$	$2{,}5x^2+5<0$	$2{,}5x^2+5>0$
406.	$-2{,}5x^2+5x-2{,}5<0$	$-2{,}5x^2+5x-2{,}5>0$	$-2{,}5x^2-5<0$	$-2{,}5x^2-5>0$
407.	$x^2-4\sqrt{2}x+6<0$	$x^2-4\sqrt{2}x+6>0$	$x^2-\sqrt{2}x<0$	$x^2-\sqrt{2}x>0$
408.	$-x^2+4\sqrt{2}x-6<0$	$-x^2+4\sqrt{2}x-6>0$	$-x^2+\sqrt{2}x<0$	$-x^2+\sqrt{2}x>0$
409.	$x^2+2\sqrt{3}x+3>0$	$x^2+2\sqrt{3}x+3<0$	$x^2-\sqrt{3}>0$	$x^2-\sqrt{3}<0$
410.	$-x^2-2\sqrt{3}x-3>0$	$-x^2-2\sqrt{3}x-3<0$	$-x^2+\sqrt{3}>0$	$-x^2+\sqrt{3}<0$
411.	$5x^2-2\sqrt{10}x+2<0$	$5x^2-2\sqrt{10}x+2>0$	$5x^2-2\sqrt{10}x<0$	$5x^2-2\sqrt{10}x>0$
412.	$-5x^2+2\sqrt{10}x-2<0$	$-5x^2+2\sqrt{10}x-2>0$	$-5x^2+2\sqrt{10}x<0$	$-5x^2+2\sqrt{10}x>0$
413.	$7x^2+2\sqrt{14}x+2>0$	$7x^2+2\sqrt{14}x+2<0$	$7x^2+2\sqrt{14}>0$	$7x^2+2\sqrt{14}<0$
414.	$-7x^2-2\sqrt{14}x-2>0$	$-7x^2-2\sqrt{14}x-2<0$	$-7x^2-2\sqrt{14}>0$	$-7x^2-2\sqrt{14}<0$
415.	$x^2-\sqrt{3}(1+\sqrt{2})x+3\sqrt{2}>0$	$x^2+\sqrt{3}(1+\sqrt{2})>0$	$x^2-\sqrt{3}(1+\sqrt{2})x>0$	
416.	$x^2-2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x+2\sqrt{6}<0$	$x^2-2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x<0$	$x^2+2(\sqrt{3}+\sqrt{2})<0$	
417.	$-\sqrt{6}x^2+(\sqrt{2}+\sqrt{3})x-1>0$	$-\sqrt{6}x^2+(\sqrt{2}+\sqrt{3})x>0$	$-\sqrt{6}x^2>0$	
418.	$\sqrt{2}x^2-(2\sqrt{2}+1)x+1<0$	$\sqrt{2}x^2-(2\sqrt{2}+1)x<0$	$\sqrt{2}x^2-1<0$	

419. $-2x^2+(5\sqrt{5}-6)x-2>0$ $\quad$ $-2x^2+(5\sqrt{5}-6)>0$ $\quad$ $-2x^2+(5\sqrt{5}-6)x>0$

420. $x^2-(2\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1>0$ $\quad$ $x^2-(2\sqrt{3}+1)x>0$ $\quad$ $x^2+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1>0$

Sulle equazioni e disequazioni equivalenti

Scrivere equazioni o disequazioni equivalenti

Gli esercizi dal n. **421** *al n.* **432** *conducono a scrivere equazioni o disequazioni equivalenti.*

421. Determinare le soluzioni dell'equazione:

$x^2-2x=0$

Completare la tabella per scrivere delle equazioni equivalenti a quella data con i seguenti procedimenti:

I. moltiplicando i due membri per un numero positivo;
II. moltiplicando i due membri per un numero negativo;
III. aggiungendo ai due membri un polinomio.

Equazione	Soluzioni	I equazione equivalente	II equazione equivalente	III equazione equivalente
$x^2-2x=0$		$2(x^2-2x)=2\cdot 0$ cioè $2x^2-4x=0$	$-3(x^2-2x)=-3\cdot 0$ cioè $-3x^2+6x=0$	$x^2-2x+2x=0+2x$ cioè $x^2=2x$
$x^2-2x=0$				
$x^2-2x=0$				

422. Determinare le soluzioni della disequazione:

$x^2-2x<0$

Completare la tabella per scrivere delle disequazioni equivalenti a quella data con i seguenti procedimenti:

I. moltiplicando i due membri per un numero positivo;
II. moltiplicando i due membri per un numero negativo;
III. aggiungendo ai due membri un polinomio.

Disequazione	Soluzioni	I disequazione equivalente	II disequazione equivalente	III disequazione equivalente
$x^2-2x<0$		$2(x^2-2x)<2\cdot 0$ cioè $2x^2-4x<0$	$-3(x^2-2x)>-3\cdot 0$ cioè $-3x^2+6x>0$	$x^2-2x+2x<0+2x$ cioè $x^2<2x$
$x^2-2x<0$				
$x^2-2x<0$				

Determinare le soluzioni delle equazioni e disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **423** al n. **432** e scrivere delle equazioni e delle disequazioni equivalenti a quelle date con i seguenti procedimenti:

I. moltiplicando i due membri per un numero positivo;
II. moltiplicando i due membri per un numero negativo;
III. aggiungendo ai due membri un polinomio.

423.	$x^2-1=0$	$x^2-1>0$	$x^2-1<0$
424.	$x^2+1=0$	$x^2+1>0$	$x^2+1<0$
425.	$x^2-\frac{1}{4}=0$	$x^2-\frac{1}{4}>0$	$x^2-\frac{1}{4}<0$
426.	$x^2-x=0$	$x^2-x>0$	$x^2-x<0$
427.	$\sqrt{2}x^2+\sqrt{2}x=0$	$\sqrt{2}x^2+\sqrt{2}x>0$	$\sqrt{2}x^2+\sqrt{2}x<0$
428.	$x^2-\frac{1}{4}x=0$	$x^2-\frac{1}{4}x>0$	$x^2-\frac{1}{4}x<0$
429.	$-\frac{1}{4}x^2=0$	$-\frac{1}{4}x^2>0$	$-\frac{1}{4}x^2<0$
430.	$x^2=0$	$x^2>0$	$x^2<0$
431.	$x^2-2x-3=0$	$x^2-2x-3>0$	$x^2-2x-3<0$
432.	$-3x^2+2x+1=0$	$-3x^2+2x+1>0$	$-3x^2+2x+1<0$

Collegamenti col primo volume

Un altro procedimento per ottenere disequazioni equivalenti consiste nello sviluppare eventuali operazioni indicate valendosi delle regole di calcolo letterale esposte nel primo volume (capitolo sesto), come si è già applicato negli esercizi 175-210, a proposito delle equazioni.

433. Completare la seguente tabella come indicato nella prima riga.

Equazione data	Sviluppo dei calcoli	Equazione ottenuta
$(x-1)^2=0$	$(x-1)^2=x^2-2x+1$	$x^2-2x+1=0$
$(x+1)^2=0$		
$(x+1)(x-1)=0$		
$x(x-1)=0$		

434. Completare la seguente tabella come indicato nella prima riga.

Disequazione data	Sviluppo dei calcoli	Disequazione ottenuta
$(x-1)^2>0$	$(x-1)^2=x^2-2x+1$	$x^2-2x+1>0$
$(x+1)^2<0$		
$(x+1)(x-1)>0$		
$x(x-1)<0$		

Esaminare le disequazioni assegnate negli esercizi dal n. **435** al n. **445** e risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere le disequazioni che sono equivalenti alla prima, motivando la scelta;
b. dove è possibile, modificare le disequazioni che non sono equivalenti alla prima, in modo da renderle ad essa equivalenti.

435.	$x^2>1$	$x>1$	$x^2-1<0$	$0<x^2-1$
436.	$x>2$	$x^2>4$	$0>2-x$	$x^2-4>0$

437.	$x^2>0$	$-4x^2>0$	$x^2+4x<4x$	$x^2-2x>2x$
438.	$x^2-1>0$	$(1-x)(1+x)>0$	$x^2+2x-1>2x$	$x^2>1$
439.	$-x^2+1<0$	$(-x+1)^2<0$	$x^2+1<0$	$x^2>1$
440.	$-x^2-1>0$	$(-x-1)(x+1)>0$	$x^2<-1$	$x^2+1>0$
441.	$2x^2-1>0$	$(2x-1)^2>0$	$2(x-1)^2>0$	$2x^2>1$
442.	$(-x-1)^2>0$	$-x^2-1>0$	$x^2+2x+1>0$	$-x^2+1>0$
443.	$-4x^2+x<0$	$4x^2>x$	$-x^2+4x<0$	$0<4x^2-x$
444.	$x^2-4x-3<0$	$x^2-4x<3$	$4x+3<x^2$	$x^2-2<4x$
445.	$-x^2+x+2>0$	$x+2>x^2$	$x^2<x+2$	$2-x^2>x$

446. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $x+1=0$ si aggiunge ai due membri -1 e si ha $x=-1$;
II. da $x^2+1=0$ si aggiunge ai due membri -1 e si ha $x^2=-1$ da cui $x=\pm 1$;
III. da $x^2+1>0$ si aggiunge ai due membri -1 e si ha $x^2>-1$ da cui $x>\pm 1$.

447. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $x-4=0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x=4$;
II. da $x^2-4=0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x^2=4$ da cui $x=\pm 2$;
III. da $x^2-4>0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x^2>4$ da cui $x>\pm 2$.

448. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $x-4=0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x=4$;
II. da $x^2-4=0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x^2=4$ da cui $x=2$;
III. da $x^2-4>0$ si aggiunge ai due membri 4 e si ha $x^2>4$ da cui $x>2$.

449. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $x+4=0$ si aggiunge ai due membri -4 e si ha $x=-4$;
II. da $x^2+4=0$ si aggiunge ai due membri -4 e si ha $x^2=-4$ da cui $x=-2$;
III. da $x^2+4>0$ si aggiunge ai due membri -4 e si ha $x^2>-4$ da cui $x>-2$.

450. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $4x=0$ si moltiplicano i membri per $\frac{1}{4}$ e si ha $x=\frac{1}{4}$;
II. da $4x^2=0$ si moltiplicano i membri per $\frac{1}{4}$ e si ha $x^2=\frac{1}{4}$ da cui $x=\pm\frac{1}{2}$;
III. da $4x^2>0$ si moltiplicano i membri per $\frac{1}{4}$ e si ha $x^2>\frac{1}{4}$ da cui $x>\pm\frac{1}{2}$.

451. Analizzare i seguenti procedimenti e indicare quelli sbagliati, motivando la scelta:
I. da $\frac{1}{4}x=0$ si moltiplicano i membri per 4 e si ha $x=4$;
II. da $\frac{1}{4}x^2=0$ si moltiplicano i membri per 4 e si ha $x^2=4$ da cui $x=\pm 2$;
III. da $\frac{1}{4}x^2>0$ si moltiplicano i membri per 4 e si ha $x^2>4$ da cui $x>\pm 2$.

Gli esercizi dal n. **452** *al n.* **484** *richiedono di:*

- *applicare operazioni fra polinomi, prodotti notevoli e potenze di binomi per svolgere le operazioni indicate (vedere il primo volume, pp. 255-269);*
- *applicare le nozioni sulle disequazioni equivalenti per scrivere le disequazioni nella forma:*

  $ax^2+bx+c>0$ o $ax^2+bx+c<0$
- *applicare le nozioni esposte in questo capitolo (paragrafi 6 e 7) per risolvere le disequazioni così ottenute;*
- *eseguire i calcoli con i radicali tenendo presenti le regole esposte nei capitoli 1 e 2 di questo volume.*

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **452** al n. **484** e risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le disequazioni nella forma:

$$ax^2+bx+c>0 \qquad \text{o} \qquad ax^2+bx+c<0$$

b. determinare le soluzioni reali delle disequazioni così ottenute, segnalando le equazioni che non hanno soluzioni reali.

452. $(3-2x)^2<\left(\frac{3}{2}x-4\right)^2+56$ $[-6<x<6]$

453. $x(x+1)>2+x(1-x)$ $[x<-1;\ x>1]$

454. $(x+1)^2<4x^2+5(2-x)(x+1)$ $[-1{,}5<x<3]$

455. $11+(x-4)^2>4x(x-2)$ $[x<-2;\ x>2]$

456. $(2x-5)^2>72+(x-4)^2$ $[x<-3;\ x>7]$

457. $(3x-4)^2<3+(2x-5)^2$ $[-1{,}2<x<2]$

458. $(x-3)^2+(x-4)^2<x$ $[2{,}5<x<5]$

459. $(2x-1)^2<3(x-1)(x+1)$ [impossibile]

460. $(x-2)^3>(x-2)^2(x-3)$ $[x\neq 2]$

461. $(x-2)^3<(x-2)^2(x-3)+1$ $[3<x<1]$

462. $x^2(x-1)<x^2(x-5)$ [impossibile]

463. $x^2(x-1)<x^2(x-5)+1$ $[-0{,}5<x<0{,}5]$

464. $4(x-1)(x+2)>5(x+3)^2+(x-1)^2$ $[-9<x<-3]$

465. $(x-1)(x+2)+x^2+10>(2-x)(x+4)$ $[x<-1;\ x>0]$

466. $(x^2-2)(x+2)>x(x+2)^2-6x^2$ $[-0{,}5<x<2]$

467. $(2x-1)(x+2)+7<2[3x^2-x(x-3)]$ $[x<-2{,}5;\ x>1]$

468. $2x-\frac{3}{2}>\frac{x}{2}+\frac{x^2-2}{4}$ $[3-\sqrt{5}<x<3+\sqrt{5}]$

469. $\frac{x(x+2)}{4}<\frac{x(5-x)}{3}+\frac{x^2}{2}$ $[0<x<14]$

470. $\frac{x^2}{3}+\frac{x(x+2)}{2}>\frac{(x-3)x}{3}+6x-6$ $[x<2;\ x>6]$

471. $\frac{1}{3}(x-2)<\frac{x}{2}(x-1)+\frac{2}{3}x+(1-x)(1+x)$ $[-2<x<\frac{5}{3}]$

472. $\frac{1}{3}[2-(x-1)]<\frac{2}{3}+\frac{(1+x)(1-x)}{6}$ [impossibile]

473. $\frac{1}{2}(x^2+1)+\frac{5}{12}>\frac{4-x^2}{3}+\frac{6x^2+1}{12}$ $[x<-\frac{\sqrt{6}}{2};\ x>\frac{\sqrt{6}}{2}]$

474. $\frac{1-3x}{5}-\frac{1+x^2}{15}<\frac{(2-x)(2+x)}{3}-\frac{1}{5}-1+x$ $[0<x<6]$

475. $\frac{x^2+3x+2}{10}>\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{15}\right)x+\frac{x}{3}\left(\frac{1}{5}+\frac{x}{2}\right)$ $[-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}]$

476. $\frac{2}{15}+\frac{3}{5}(2-x)>\frac{(2+x)(2-x)}{3}+\left(1-\frac{x}{15}\right)x$ $[x<0;\ x>4]$

477. $\frac{5}{12}+\frac{1}{2}(x^2+1)<\frac{6x^2+1}{12}+\frac{4-x^2}{3}$ $[-\frac{\sqrt{6}}{2}<x<\frac{\sqrt{6}}{2}]$

478. $\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{2}(2x+1)<x+4$ $[1-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}]$

479. $\left(x+2\sqrt{2}\right)^2+\left(x+4\sqrt{2}\right)^2>8$ $[x<-4\sqrt{2};\ x>-2\sqrt{2}]$

480. $(x-2\sqrt{2})(x-2\sqrt{3})+5<2\sqrt{3}\sqrt{2}$ [impossibile]

481. $\left(x+\sqrt{2}\right)^2+\left(x-\sqrt{5}\right)^2<x(x+2\sqrt{2})+4$ $[\sqrt{5}-\sqrt{2}<x<\sqrt{5}+\sqrt{2}]$

482. $\left(\sqrt{2}x+1\right)^2<x^2+4+2x(\sqrt{2}-x)$ $[x<-1;\ x>1]$

483. $x^2+2x(\sqrt{2}+\sqrt{3})<0+\sqrt{2}x(\sqrt{6}-2\sqrt{3}+2)$ $[-2\sqrt{6}<x<0]$

484. $6+(2\sqrt{2}+1)x^2>(3\sqrt{2}-6\sqrt{3}x+2x^2)\sqrt{2}$ $[x<-6\sqrt{6};\ x>0]$

Problemi che conducono a risolvere disequazioni di 2° grado

Problemi di geometria analitica

Gli esercizi dal **485** *al n.* **494** *propongono problemi di geometria analitica che conducono a risolvere disequazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

Esaminare le parabole assegnate negli esercizi dal n. **485** al n. **488** e risolvere i seguenti quesiti:

a. tracciare il grafico sul piano cartesiano;
b. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata vale 1;
c. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è maggiore di 1;
d. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è minore di 1.

485. $y=x^2-2x+1$ $y=x^2-2x+2$ $y=x^2-2x+3$

486. $y=-x^2+2x+1$ $y=-x^2+2x+2$ $y=-x^2+2x+3$

487. $y=x^2+1$ $y=x^2-3$ $y=x^2$

488. $y=-x^2+1$ $y=-x^2-3$ $y=-x^2$

Esaminare le parabole assegnate negli esercizi dal n. **489** al n. **492** e risolvere i seguenti quesiti:

a. tracciare il grafico sul piano cartesiano;
b. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata vale -1;
c. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è maggiore di -1;
d. determinare i valori dell'ascissa per cui l'ordinata è minore di -1.

489. $y=x^2+4x+3$ $y=x^2+4x-6$ $y=x^2+4x+6$

490. $y=-x^2+4x-5$ $y=-x^2+4x+5$ $y=-x^2+4x-6$

491. $y=x^2-1$ $y=x^2-3$ $y=x^2$

492. $y=-x^2-1$ $y=-x^2-3$ $y=-x^2$

493. Disegnare la parabola $y=-x^2+4x$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A; considerare un punto B variabile sull'arco OA di parabola e costruire il triangolo OAB. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;
b. determinare le posizioni di B per cui l'area del triangolo sia maggiore di 6.

[*Tenere presente che l'altezza del triangolo corrisponde all'ordinata di B; si ottengono per l'ascissa di B le soluzioni:* $1<x<3$]

494. Disegnare la parabola $x=-y^2+8y$, che interseca l'asse delle y nei punti O e A; considerare un punto B variabile sull'arco OA di parabola e costruire il triangolo OAB. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le coordinate del punto A;
b. determinare le posizioni di B per cui l'area del triangolo sia maggiore di 60.

[*Tenere presente che l'altezza del triangolo corrisponde all'ascissa di B; si ottengono per l'ordinata di B le soluzioni:* $3<y<5$]

Problemi di geometria piana

Gli esercizi dal n. **495** *al n.* **500** *propongono problemi di geometria piana con le seguenti caratteristiche:*

- *conducono a valersi dei teoremi di Pitagora e di Euclide (vedi pp. 2-14);*
- *conducono a risolvere disequazioni di 2° grado con coefficienti numerici.*

495. Si costruiscono dei triangoli con le lunghezze dei lati che sono tre interi consecutivi; stabilire in quali casi si ottiene un triangolo rettangolo, in quali casi un triangolo acutangolo, in quali casi un triangolo ottusangolo.

[*Si ha un triangolo ottusangolo per* $n>3$]

496. Si costruiscono dei triangoli con le lunghezze dei lati che sono tre interi dati da $n-1$, $2n$, $2n+1$; stabilire in quali casi si ottiene un triangolo rettangolo, in quali casi un triangolo acutangolo, in quali casi un triangolo ottusangolo.

[*Si ha un triangolo ottusangolo per* $0<n<6$]

497. È dato un rettangolo ABCD, con il lato AB lungo 12 e il lato BC lungo 8. Considerare un punto P sul lato DC e congiungere P con A e con B. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le posizioni di P per cui risulta:

$$PA^2+PB^2<AC^2$$

b. determinare le posizioni di P per cui risulta:

$$PA^2+PB^2>AC^2$$

[(a) *Indicando con* x *la distanza* DP *si hanno le soluzioni:* $4<x<8$]

498. Sui lati di un angolo retto di vertice O sono dati due punti A e B, in modo che risulti OA=8 e OB=4. Considerare sulla semiretta OA un punto P e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le posizioni di P per cui risulta:

$PB^2>2 \cdot PA^2$

b. determinare le posizioni di P per cui risulta:

$PB^2<2 \cdot PA^2$ [(a) $4<OP<28$]

499. Disegnare una circonferenza di centro O, con il diametro AB lungo 2; considerare un punto C sul prolungamento di AB dalla parte di B, tracciare da C la tangente CT alla circonferenza e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le posizioni di C per cui risulta:

$CT^2+CA^2<12$

b. determinare le posizioni di C per cui risulta:

$CT^2+CA^2>12$ [(b) $OC>2$]

500. Un punto M varia su una semicirconferenza con il diametro AB lungo 4; da M si traccia la perpendicolare ad AB e si indica con P il piede della perpendicolare. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le posizioni di M per cui risulta:

$4 \cdot MP^2+AP^2<16$

b. determinare le posizioni di M per cui risulta:

$4 \cdot MP^2+AP^2>16$ [(b) $\frac{4}{3}<AP<4$]

Problemi di fisica

Gli esercizi dal n. **501** *al n.* **503** *propongono problemi con le seguenti caratteristiche:*
- richiedono nozioni elementari di fisica richiamate anche nel testo, pp. 343-347;
- conducono a risolvere disequazioni di 2° grado con coefficienti numerici.

501. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso l'alto di 8 m/sec.; trascurando la resistenza dell'aria, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il corpo si allontana dal punto di lancio seguendo la legge: $s=-4{,}9t^2+8t$ (precisare il significato delle lettere s e t);

b. in quali istanti il corpo si trova al disopra del punto di lancio?

[(b) $0<t<0{,}6$ sec.]

502. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso il basso di 10 m/sec.; trascurando la resistenza dell'aria, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il corpo si allontana dal punto di lancio seguendo la legge: $s=4{,}9t^2+10t$ (precisare il significato delle lettere s e t);

b. in quali istanti il corpo è più lontano di 10 m dal punto di lancio?

[(b) $t>3{,}6$ sec.]

503. Lungo una pista automobilistica rettilinea sono segnati due punti di controllo, A e B, distanti 300 m. La macchina passa per il punto A con una velocità di 15 m/sec. e accelera di 3 m/sec. ogni secondo; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la macchina percorre il tratto AB seguendo la legge: $s=1{,}5t^2+15t$ (precisare il significato delle lettere s e t);

b. in quali istanti la macchina si trova nel tratto AB? [(b) $0<t<27$ sec.]

Problemi vari

504. Lo spazio di frenata s di un'automobile è legato alla velocità v da una legge del tipo:

$$s=kv^2$$

Eseguendo una prova di frenata, si trova che un'auto riesce a fermarsi in 8 metri, quando viaggia alla velocità di 40 km/h; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare il valore di k, corrispondente all'auto esaminata;
b. a quale velocità dovrebbe procedere la stessa auto per avere uno spazio di frenata minore di 24,5 m? [$v<70$ km/h]

505. Da un foglio rettangolare lungo 10 cm e largo 8 cm viene tagliata una striscia di larghezza uniforme da ciascuno dei suoi lati; rimane così un rettangolo di area S. Quanto deve essere larga la striscia tagliata per avere un rettangolo con l'area S maggiore di 24 cm^2? [meno di 2 cm]

506. Un produttore di videocassette offre degli sconti ai negozianti che comprano all'ingrosso più cassette dello stesso tipo: il prezzo base di una cassetta è di 4800 lire, ma questo prezzo viene ridotto di 200 lire per ogni cassetta acquistata. Per esempio, un cliente che acquista 5 cassette paga ogni cassetta:

$$4800-5\cdot 200=3800$$

La ditta si chiede: qual è il numero n di cassette che conviene vendere ad ogni cliente con questo sconto?
Per questo valuta anche le spese di produzione, che sono:
- 1000 lire per ogni cassetta per le materie prime;
- 12000 lire per spese fisse. [$4<n<15$]

507. Si deposita in banca un capitale di 9 milioni ad un tasso di interesse composto annuo r; risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché il montante C dopo due anni è legato al tasso r dalla legge:

$$C=9(1+r)^2$$

b. calcolare il tasso r per avere un montante C maggiore di 16 milioni.
[*Vedere primo volume, p. 285; per il quesito* (b) *si ha:* r>33%]

Sui sistemi di 2° grado

Sistemi di 1° e 2° grado

Gli esercizi dal n. **508** *al n.* **516** *richiedono di:*
- confrontare e risolvere sistemi di 1° e 2° grado;
- interpretare i risultati ottenuti dal punto di vista grafico.
L'obiettivo fondamentale di questi esercizi è di prevenire la confusione fra sistemi di 1° grado e sistemi di 2° grado con le soluzioni coincidenti.

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **508** al n. **516** e risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare quale sistema è di 1° grado e quale è di 2° grado;
b. determinare le soluzioni di ogni sistema;
c. interpretare graficamente le soluzioni ottenute;
d. spiegare perché uno dei due sistemi ha una sola soluzione, mentre l'altro ha due soluzioni coincidenti.

508. $\begin{cases} y=2x \\ y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x^2 \\ y=0 \end{cases}$

509. $\begin{cases} y=x-1 \\ y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-2x+1 \\ y=0 \end{cases}$

510. $\begin{cases} y=x^2+1 \\ y=2x \end{cases}$ $\begin{cases} y=x+1 \\ y=2x \end{cases}$

511. $\begin{cases} y=x-1 \\ y=2x-2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-1 \\ y=2x-2 \end{cases}$

512. $\begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2}y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2}y \end{cases}$

513. $\begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2}y^2+y-\frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2}y-\frac{1}{2} \end{cases}$

514. $\begin{cases} y=\frac{1}{x} \\ y=-x+2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x \\ y=-x+2 \end{cases}$

515. $\begin{cases} y=-\frac{4}{x} \\ y=x-4 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-\frac{x}{4} \\ y=x-4 \end{cases}$

516. $\begin{cases} 2x+2y=8 \\ y=x \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ y=x \end{cases}$

Risolvere sistemi di 2° grado col metodo di sostituzione

Gli esercizi dal n. **517** *al n.* **536** *richiedono di risolvere sistemi di 2° grado e verificare che le soluzioni ottenute siano esatte.*

Esaminare i sistemi dati negli esercizi dal n. **517** al n. **536** e risolvere i seguenti quesiti:
a. risolvere i sistemi col metodo di sostituzione;
b. verificare che le soluzioni ottenute siano esatte.

517. $\begin{cases} x+y=6 \\ y=\frac{1}{2}x^2-6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ y=1-x^2 \end{cases}$ [(4; 2) e (–6; 12); imp.]

518. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+12=y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ x+y^2=1 \end{cases}$ [(2; 4) e (12; –6); imp.]

519. $\begin{cases} y=2x+1 \\ y=x^2+2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-x \\ y=x^2+2 \end{cases}$ [(1; 3) due volte; imp.]

520. $\begin{cases} x-2y=1 \\ x-y^2=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y^2=2 \end{cases}$ [(3; 1) due volte; imp.]

521. $\begin{cases} y=x \\ y=x^2-x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-3x+4 \\ y=x^2-x+1 \end{cases}$ [(1; 1) due volte; (–3; 13) e (1; 1)]

522. $\begin{cases} x-y=0 \\ x-y^2+y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y^2+y=1 \end{cases}$ [(1; 1) due volte; (13; –3) e (1; 1)]

523. $\begin{cases} x=2y+1 \\ y=x^2-8 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y+1 \\ y=x^2 \end{cases}$ [$(-\frac{5}{4}; -\frac{7}{4})$ e (3; 1); imp.]

524. $\begin{cases} y-2x=1 \\ x-y^2+8=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y-2x=1 \\ x=y^2 \end{cases}$ [$(-\frac{7}{4}; -\frac{5}{4})$ e (1; 3); imp.]

525. $\begin{cases} y=x-2 \\ x^2+y^2=164 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ [(8; 10) e (–10; –8); imp.]

526. $\begin{cases} x-y+3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x-y=4 \end{cases}$ [(–1; 2) e (2; 1); imp.]

527. $\begin{cases} x-3y=7 \\ x^2+2y^2=9 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+2y^2=9 \\ x=4 \end{cases}$ [(1; –2) e $(\frac{17}{11}; -\frac{20}{11})$; imp.]

528. $\begin{cases} y+3x+1=0 \\ y^2-3x^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x \\ y^2-3x^2=1 \end{cases}$ [(1; 2) e (0; –1); imp.]

529. $\begin{cases} y=-3x \\ x^2+y^2+6x-y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2+6x-y=1 \\ x=2 \end{cases}$ [(–1; 3) e $(\frac{1}{10}; -\frac{3}{10})$; imp.]

530. $\begin{cases} x=-3y \\ x^2-4y^2+xy=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4y^2+xy=2 \\ x=0 \end{cases}$ [(3; –1) e (–3; 1); imp.]

531. $\begin{cases} x=y+1 \\ x^2+xy=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+xy+6=0 \\ y=x+4 \end{cases}$ [(2; 1) e $(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2})$; imp.]

532. $\begin{cases} y=-2y-2 \\ x^2+y^2+xy+x=y \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2+xy+x=y \\ y=x+4 \end{cases}$ [(–2; 2) e (–1; 0); (–2; 2) due volte]

533. $\begin{cases} y=3 \\ 9x^2+4y^2=29 \end{cases}$ $\begin{cases} 9x^2+4y^2=29 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$ [imp.; $(\frac{5}{3}; 1)$ e $(\frac{2}{3}; \frac{5}{2})$]

534. $\begin{cases} x=3 \\ x^2+3y^2-2x=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+3y^2-2x=3 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$ [(3; 0) due volte; $(-\frac{4}{7}; -\frac{5}{7})$ e (2; 1)]

535. $\begin{cases}4x-3y=-4\\4x^2+y^2-2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}4x^2+y^2-2y=1\\y=3\end{cases}$ $[(\frac{1}{2};2)$ e $(-\frac{17}{26};\frac{6}{13})$; imp.$]$

536. $\begin{cases}2x-3y+4=0\\x^2-2y^2+4x+2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-2y^2+4x+2y=1\\y=-x\end{cases}$ $[(-17;-10)$ e $(1;2)$; $(1;-1)$ due volte$]$

Sui sistemi simmetrici

Gli esercizi dal n. **537** *al n.* **547** *presentano dei sistemi simmetrici, che possono essere risolti in due modi:*

- *col metodo di sostituzione;*
- *valendosi delle relazioni fra coefficienti e soluzioni di un'equazione di 2° grado, come mostrato nel testo, p. 358.*

Risolvere i sistemi simmetrici assegnati negli esercizi dal n. **537** al n. **547** col metodo che si ritiene più opportuno.

537. $\begin{cases}x+y=-2\\xy=-3\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=2\\xy=3\end{cases}$ $[(-3;1)$ e $(1;-3)$; imp.$]$

538. $\begin{cases}x+y=2\\xy=-8\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-2\\xy=8\end{cases}$ $[(-2;4)$ e $(4;-2)$; imp.$]$

539. $\begin{cases}x+y=-4\\xy=3\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=4\\xy=4\end{cases}$ $[(-1;-3)$ e $(-3;-1)$; $(2;2)$ due volte$]$

540. $\begin{cases}x+y=\frac{1}{2}\\xy=-5\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=0\\xy=\frac{1}{2}\end{cases}$ $[(-2;\frac{5}{2})$ e $(\frac{5}{2};-2)$; imp.$]$

541. $\begin{cases}x+y=-\frac{1}{2}\\xy=-\frac{1}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=\frac{1}{2}\\xy=\frac{1}{2}\end{cases}$ $[(-1;\frac{1}{2})$ e $(\frac{1}{2};-1)$; imp.$]$

542. $\begin{cases}x+y=\frac{1}{12}\\xy=-\frac{1}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=\frac{1}{12}\\xy=\frac{1}{12}\end{cases}$ $[(-\frac{2}{3};\frac{3}{4})$ e $(\frac{3}{4};-\frac{2}{3})$; imp.$]$

543. $\begin{cases}x+y=-\frac{1}{10}\\xy=-\frac{1}{5}\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-\frac{1}{10}\\xy=\frac{1}{5}\end{cases}$ $[(-\frac{1}{2};\frac{2}{5})$ e $(\frac{2}{5};-\frac{1}{2})$; imp.$]$

544. $\begin{cases}x+y=\frac{5}{2}\\xy=\frac{3}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=\frac{3}{2}\\xy=\frac{3}{2}\end{cases}$ $[(\frac{3}{2};1)$ e $(1;\frac{3}{2})$; imp.$]$

545. $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=2 \end{cases}$ [$(1+\sqrt{2};\ 1-\sqrt{2})$ e $(1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2})$; imp.]

546. $\begin{cases} x+y=2\sqrt{5} \\ xy=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\sqrt{2} \\ xy=\sqrt{2} \end{cases}$ [$(\sqrt{5}+2;\ \sqrt{5}-2)$ e $(\sqrt{5}-2;\ \sqrt{5}+2)$; imp.]

547. $\begin{cases} x+y=\dfrac{5\sqrt{3}}{6} \\ xy=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\dfrac{5\sqrt{3}}{6} \\ xy=\dfrac{5\sqrt{3}}{6} \end{cases}$ [$(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{3})$ e $(\frac{\sqrt{3}}{3};\ \frac{\sqrt{3}}{2})$; imp.]

Risolvere sistemi di 2° grado

Esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **548** al n. **552** e risolvere i seguenti quesiti:

a. individuare se c'è una sostituzione che rende particolarmente rapida la risoluzione del sistema;
b. risolvere il sistema.

548. $\begin{cases} x-y=0 \\ (x-y)(x+y)+xy=4 \end{cases}$ [$(-2;\ -2)$ e $(2;\ 2)$]

549. $\begin{cases} x+y=0 \\ (x-y)(x+y)+xy+4=0 \end{cases}$ [$(2;\ -2)$ e $(-2;\ 2)$]

550. $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ x^2-3y(2x-3y)=9 \end{cases}$ [$(-3;\ -2)$ e $(3;\ 2)$]

551. $\begin{cases} 2y-3x=0 \\ 8y^2+5x(2y-3x)=2 \end{cases}$ [$(\frac{1}{3};\ \frac{1}{2})$ e $(-\frac{1}{3};\ -\frac{1}{2})$]

552. $\begin{cases} x+3y=2 \\ 5x^2-(3y+x)^2=1 \end{cases}$ [$(1;\ 1)$; $(-1;\ \frac{5}{3})$]

Risolvere i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **553** al n. **563**.

553. $\begin{cases} x+2y=1+y \\ x(y-3)=1 \end{cases}$ [$(-1;\ 2)$ due volte]

554. $\begin{cases} x+2(y-1)=0 \\ x(x+y)+2=y(y+1) \end{cases}$ [$(0;\ 1)$ e $(-10;\ 6)$]

555. $\begin{cases} 3x-y-6=0 \\ (x+y)^2-y(x+y)+3=1 \end{cases}$ [$(1;\ -3)$ e $(\frac{1}{2};\ -\frac{9}{2})$]

556. $\begin{cases} x+y=1 \\ (y+1)^2+xy=3+y^2 \end{cases}$ [$(0;\ 1)$ e $(-1;\ 2)$]

557. $\begin{cases} y+3x=4 \\ (x+1)^2+x(y-1)=3 \end{cases}$ $[(2; -2) \text{ e } (\frac{1}{2}; \frac{5}{2})]$

558. $\begin{cases} y+3x=x+1 \\ (y+1)^2-y(x+2)=3x \end{cases}$ $[(1; -1) \text{ e } (\frac{1}{3}; \frac{1}{3})]$

559. $\begin{cases} x=y+1 \\ (y+1)^2-y(x+2)=3x \end{cases}$ $[(2; 1) \text{ e } (-\frac{5}{2}; -\frac{7}{2})]$

560. $\begin{cases} y-3x+5=0 \\ (x-y)(x+y)+5x+y(x+1)=(x+2)^2 \end{cases}$ $[(2; 1) \text{ e } (\frac{17}{6}; \frac{7}{2})]$

561. $\begin{cases} x-y=2 \\ (x+1)^2+(y+1)^2=74 \end{cases}$ $[(6; 4) \text{ e } (-6; 8)]$

562. $\begin{cases} x-y+2=0 \\ (x-y)^2+2(y+8)=x(y+10) \end{cases}$ $[(2; 4) \text{ e } (-12; -10)]$

563. $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{4}=0 \\ \frac{x(x+1)}{2}-\frac{y(y+1)}{4}=-2 \end{cases}$ $[(2; 4) \text{ e } (-2; -4)]$

Problemi che conducono a risolvere sistemi di 2° grado

Problemi di geometria analitica

Gli esercizi dal n. **564** *al n.* **579** *presentano problemi di geometria analitica che conducono a risolvere sistemi di 2° grado con i coefficienti numerici.*

564. Sono assegnate la parabola d'equazione $y=x^2-x+2$ e le rette che hanno le equazioni seguenti:

$y=3x-2$ $\qquad$ $y=3x+2$ $\qquad$ $y=3x-3$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare le coordinate degli eventuali punti d'intersezione della curva con ciascuna retta;
a. stabilire quale retta è secante, quale è tangente e quale è esterna alla curva;
b. disegnare sul piano cartesiano la curva e le tre rette, verificando graficamente i risultati ottenuti.

565. Ripetere l'esercizio 564, a partire dalla parabola $y=-4x^2+x+1$ e dalle seguenti rette:

$y=-3x+2$ $\qquad$ $y=-3x+4$ $\qquad$ $y=-3x$

566. Ripetere l'esercizio 564, a partire dalla curva $y=\frac{1}{2}x^2-3x+4$ e dalle seguenti rette:

$y=-2x+\frac{7}{2}$ $\qquad$ $y=-2x$ $\qquad$ $y=-2x+4$

567. Ripetere l'esercizio 564, a partire dalla curva $y=3x^2-2x$ e dalle seguenti rette:

$y=\frac{9}{2}x-3$ $\qquad$ $y=4x-3$ $\qquad$ $y=-x-3$

568. Ripetere l'esercizio 564, a partire dalla curva $y=-x^2+4x+4$ e dalle seguenti rette:

$y=x$ $\qquad$ $y=0$ $\qquad$ $y=-x$

569. Ripetere l'esercizio 564, a partire dall'iperbole $y=\frac{2}{x}$ e dalle seguenti rette:

$y=-\frac{1}{2}x-2$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{2}x$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{2}x+3$

570. Ripetere l'esercizio 564, a partire dall'iperbole $y=-\frac{1}{x}$ e dalle seguenti rette:

$y=\frac{1}{4}x+1$ $\qquad$ $y=\frac{1}{4}x$ $\qquad$ $y=\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$

571. Ripetere l'esercizio 572, a partire dall'iperbole $y=\frac{4}{x}$ e dalle seguenti rette:

$y=-x+4$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{2}x+4$ $\qquad$ $y=4$

572. È assegnata la retta $y=4x-4$ e le parabole che hanno le equazioni seguenti:

$y=x^2$ $\qquad$ $y=\frac{1}{2}x^2$ $\qquad$ $y=2x^2$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare le coordinate degli eventuali punti d'intersezione della retta con ciascuna curva;
a. stabilire quale curva è secante, quale è tangente e quale è esterna alla retta;
b. disegnare sul piano cartesiano la retta e le tre curve, verificando graficamente i risultati ottenuti.

573. Ripetere l'esercizio 572, a partire dalla retta $y=-4x+8$ e dalle seguenti curve:

$y=-x^2+2$ $\qquad$ $y=-x^2+4$ $\qquad$ $y=-x^2+5$

574. Ripetere l'esercizio 572, a partire dalla retta $y=2x-1$ e dalle seguenti curve:

$y=-\frac{1}{8x}$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{x}$ $\qquad$ $y=-\frac{1}{10x}$

575. Ripetere l'esercizio 572, a partire dalla retta $y=-x+5$ e dalle seguenti curve:

$x^2+y^2=4$ $\qquad$ $x^2+y^2=5$ $\qquad$ $x^2+y^2=9$

576. Disegnare la parabola d'equazione $y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ e fissarvi il punto B di ascissa 0 e il punto C di ascissa 3. Considerare un punto P che varia sull'arco BC di parabola e determinare la posizione di P in modo che la somma delle sue distanze dagli assi cartesiani valga 3.

[*Indicare con* x *e* y *le coordinate di P, con le relative limitazioni; queste coordinate debbono soddisfare l'equazione della parabola, insieme con la condizione* x+y=3. *Le coordinate di P si trovano dunque risolvendo un sistema che ha le soluzioni:* (3; 0) *e* (1; 2)]

577. Disegnare la parabola d'equazione $y=-x^2+4x$ e fissarvi il punto O e il punto A di ascissa 3. Considerare un punto P che varia sull'arco OA di parabola e determinare la posizione di P in modo che la somma della sua ordinata e del doppio della sua ascissa valga 5. [P(1; 3)]

578. Disegnare la parabola d'equazione $x=y^2$ e fissarvi il punto O e il punto A di ordinata 3. Considerare un punto P che varia sull'arco OA di parabola e determinare la posizione di P in modo che la somma della sua ascissa e del doppio della sua ordinata valga 8. [P(4; 2)]

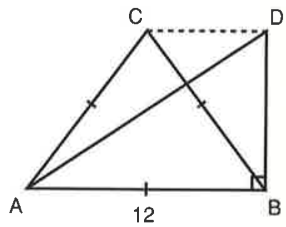
579. Nella zona di piano cartesiano delimitata dalla parabola d'equazione $y=-x^2+5$ e dall'asse delle x inscrivere un rettangolo con il perimetro lungo 10.
[*Da un punto P della parabola con le coordinate positive, tracciare la parallela all'asse delle* x, *fino ad incontrare la parabola in Q e da P e da Q le parallele all'asse delle* y. *Si ottiene:* P(2; 1) *e* Q(–2; 1)]

Problemi di geometria piana

Gli esercizi dal n. **580** *al n.* **597** *presentano problemi di geometria piana con le seguenti caratteristiche:*
- richiedono di valersi dei teoremi di Pitagora e di Euclide o della similitudine;
- conducono a risolvere sistemi di 2° grado con i coefficienti numerici.

580. In fig. 14 sono disegnati due triangoli che hanno in comune il lato AB, lungo 12, e il perimetro, lungo 32; il triangolo ABD è rettangolo in B, mentre il triangolo ABC è isoscele. Risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare i lati AD e DB del triangolo rettangolo;
b. calcolare i lati e l'altezza relativa alla base del triangolo isoscele;
c. calcolare l'area dei due triangoli e verificare che il triangolo isoscele ha l'area maggiore. [(a) AD=13,6; DB=6,4]

Figura 14



581. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga 25 e l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 12; determinare:
a. le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa;
b. i cateti. [(a) 9; 16]

582. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga 5 e l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 2,4; determinare:
a. i cateti;
b. le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa. [(a) 3; 4; (b) 1,8; 3,2]

583. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga $\sqrt{13}$ e la somma dei cateti lunga 5; determinare la lunghezza dei cateti. [2; 3]

584. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga $2\sqrt{5}$ e l'area che vale 4; determinare la lunghezza dei cateti. [2; 4]

585. Un triangolo rettangolo ha l'altezza relativa all'ipotenusa lunga 1 ed è equivalente al doppio del quadrato costruito su tale altezza; determinare il perimetro $2p$ del triangolo.
[$2p=2(\sqrt{6}+2)$]

586. Determinare i lati di un rettangolo, di cui si conoscono il perimetro lungo 16 e l'area che vale 12. [*Le dimensioni sono 6 e 2*]

587. Determinare i lati di un rettangolo, di cui si conoscono il perimetro lungo 8 e la diagonale lunga $\sqrt{10}$. [*Le dimensioni sono 3 e 1*]

588. Determinare i lati di un rettangolo che ha il perimetro lungo 46, sapendo che la diagonale supera di 2 un lato. [*Le dimensioni sono 8 e 15*]

589. Determinare le diagonali di un rombo, di cui si conoscono il perimetro lungo $4\sqrt{5}$ e l'area che vale 4. [*Le diagonali sono lunghe 4 e 2*]

590. Un punto P varia all'interno di un rettangolo ABCD di dimensioni 2 e 6; dal punto P si tracciano le parallele ai lati e si considera il triangolo limitato da queste parallele e dalla diagonale AC.
Determinare i lati del triangolo con l'area che è $\frac{1}{4}$ dell'area del rettangolo.
[*I cateti sono lunghi* $\sqrt{2}$ *e* $3\sqrt{2}$]

591. Disegnare un quadrato ABCD con il lato lungo 2; prolungare il lato AB di un tratto BE, il lato AD di un tratto DF e considerare il rettangolo AEGF che ha per dimensioni AE e AF. Stabilire come si debbono scegliere i segmenti BE e DF, in modo che il rettangolo abbia il perimetro tre volte più lungo di quello del quadrato e l'area otto volte più grande di quella del quadrato. [2; 6]

592. Determinare la base AB e l'altezza CH di un triangolo isoscele, sapendo che:
- l'area del triangolo vale 36;
- nel triangolo è inscritto un quadrato che ha il lato lungo 4.

[*Una delle due soluzioni possibili è:* AB=16; CH=6]

593. Determinare il perimetro $2p$ di un triangolo ABC, rettangolo in A, sapendo che:
- la somma dei cateti vale 16;
- nel triangolo è inscritto un quadrato, che ha un vertice in A e il lato lungo 3.

[$2p=4(4+\sqrt{10})$]

594. Calcolare i lati di un triangolo isoscele ottusangolo inscritto in una circonferenza di centro O e raggio 5, sapendo che la somma della base AB e dell'altezza è uguale al diametro. [AB=8]

595. Calcolare i lati di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di centro O e raggio 5, sapendo che la differenza fra l'altezza CH e la base AB è uguale al raggio. [$AB=2\sqrt{5}$]

596. Determinare la lunghezza delle due basi di un trapezio isoscele, che è circoscritto ad un cerchio di raggio 3 e ha il perimetro lungo 25.
[*Per le proprietà dei trapezi circoscritti ad un cerchio, vedi il primo volume, p. 232; si ottengono le basi lunghe* 8 *e* 4,5]

597. Determinare la lunghezza delle due basi di un trapezio rettangolo, che è circoscritto ad un cerchio di raggio 1 e ha l'area che vale 6.
[$3\pm\sqrt{3}$]

Problemi di fisica

Gli esercizi dal n. **598** *al n.* **605** *conducono a risolvere problemi con le seguenti caratteristiche:*
- richiedono nozioni elementari di fisica richiamate anche nel testo, pp. 343-347;
- conducono a risolvere sistemi di 2° grado con coefficienti numerici.

598. Un sasso lasciato cadere percorre una distanza di 122,5 m; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la distanza s varia al variare del tempo t secondo la legge:
$s=4{,}9t^2$

b. spiegare perché la velocità v varia al variare del tempo t secondo la legge:
$v=9{,}8t$

c. calcolare quanto è durata la caduta e quale velocità raggiunge il sasso alla fine della caduta. [(c) $t=5$ sec.; $v=49$ m/sec.]

599. Un sasso viene lanciato con una velocità verticale verso l'alto di 63,7 m/sec.; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la distanza s varia al variare del tempo t secondo la legge:
$s=63{,}7t-4{,}9t^2$

b. spiegare perché la velocità v varia al variare del tempo t secondo la legge:
$v=63{,}7-9{,}8t$

c. calcolare dopo quanto tempo raggiunge la quota massima e a quale distanza dal punto di lancio si trova tale quota massima. [t=6,5 sec.; s=207,025 m]

600. Un proiettile viene lanciato con una velocità verticale verso l'alto di 68,6 m/sec.; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le leggi con cui variano la distanza s e la velocità v al variare del tempo;

b. calcolare dopo quanto tempo e con quale velocità si trova a 117,6 m dal punto di lancio. [t_1=2 sec. e t_2=12 sec.]

601. Un proiettile viene lanciato con una velocità verticale verso il basso di 68,6 m/sec.; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le leggi con cui variano la distanza s e la velocità v al variare del tempo t;

b. calcolare dopo quanto tempo e con quale velocità il proiettile si trova alla distanza di 156,8 m dal punto di lancio. [t=2 sec.]

602. Dal bordo di un pozzo si lascia cadere un sasso; fra l'istante in cui si lascia la pietra e quello in cui si sente il tonfo sul fondo passano 3 secondi. Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il sasso cade verso il fondo del pozzo seguendo la legge:
$s=4{,}9t^2$

b. spiegare perché il suono risale dal fondo del pozzo seguendo la legge:
$s=340t$

c. spiegare perché il suono e il sasso percorrono la stessa distanza (che corrisponde alla profondità incognita del pozzo) in due tempi diversi, che si possono indicare con y e z ed è data la relazione:
$y+z=3$

d. determinare la profondità del pozzo. [(d) circa 40 m]

603. Due automobili A e B percorrono un tratto rettilineo di pista lungo 40 km, partendo contemporaneamente e muovendosi con velocità costante. Determinare le velocità delle due auto, sapendo che:
- l'auto B giunge alla fine del percorso 100 secondi dopo A;
- l'auto A percorre ogni secondo 20 metri in più di B. [80 m/sec.; 100 m/sec.]

604. Al passaggio contemporaneo di due ciclisti A e B in un incrocio O ad angolo retto (fig. 15) viene avviato il cronometro; sapendo che i ciclisti procedono con velocità costanti di 6 m/sec. e 8 m/sec., calcolare dopo quanto tempo la loro distanza AB vale 40 m.
[*Tenere presente che risulta* OA=6t, OB=8t *e che il triangolo AOB è rettangolo. Si ottiene:* t=4 sec.]

605. Un bersaglio parte dalla posizione B e procede verso P con la velocità di 40 m/s; nell'istante in cui il bersaglio parte, viene lanciato da O verso P (fig. 16) un proiettile. Calcolare il tempo t impiegato dal proiettile a raggiungere il bersaglio e la velocità v del proiettile, avendo le seguenti informazioni:
- il proiettile e il bersaglio si muovono con velocità costante;
- il percorso OP supera BP di 5 m.
[*Tenere presente che risulta* BP=vt, OP=vt+5 *e il triangolo OBP è rettangolo. Si ottiene:* t=0,5 sec.; v=40 m/sec.]

Figura 15

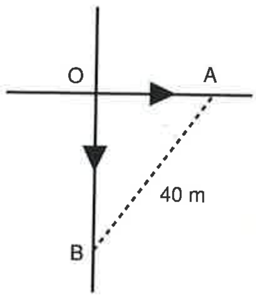
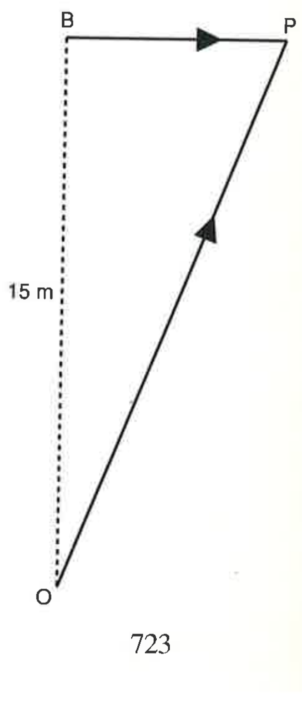


Figura 16



Problemi vari

606. Il prodotto di due numeri reali vale 4 e la loro somma vale $3\sqrt{2}$; quali sono i due numeri?
[$\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$]

607. Il prodotto di due numeri reali vale 6 e la loro differenza vale $\sqrt{3}$; quali sono i due numeri?
[$2\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$]

608. Dividere il numero 10 in due parti tali che la somma dei loro quadrati sia 62,5.
[2,5; 7,5]

609. Dividere il numero 18 in due parti tali che la differenza dei loro quadrati sia 106.
[12; 6]

610. La somma di due numeri è 17, mentre la somma dei loro quadrati supera di 4 il loro doppio prodotto; determinare i due numeri. [6; 8]

Sulle equazioni di 2° grado letterali

Indicare le equazioni che hanno radici reali

Gli esercizi dal n. **611** *al n.* **615** *richiedono di determinare i valori del parametro per cui un'equazione letterale ha radici reali.*

611. Basandosi sull'esempio della prima riga, completare la tabella seguente.

Equazione	*a*	*b*	*c*	Δ	$\Delta=0$	$\Delta>0$
$4x^2-2kx+k^2-3=0$	4	$-2k$	k^2-3	$(-2k)^2-4\cdot4(k^2-3)=$ $=12(4-k^2)$	$4-k^2=0$ per $k=\pm2$	$4-k^2>0$ per $-2<k<2$
$x^2+2kx+2k^2-1=0$						
$x^2-4kx+8k^2-1=0$						

612. Dopo aver svolto l'esercizio 611, esaminare l'equazione letterale:

$$4x^2-2kx+k^2-3=0$$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali e coincidenti e determinare il valore delle soluzioni coincidenti;
b. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali.

613. Ripetere l'esercizio 612 a partire dall'equazione:

$$x^2+2kx+2k^2-1=0$$ [(a) $k=\pm1$; (b) $-1<k<1$]

614. Ripetere l'esercizio 612 a partire dall'equazione:

$$x^2-4kx+8k^2-1=0$$ [(a) $k=\pm\frac{1}{2}$; (b) $-\frac{1}{2}\leq k\leq\frac{1}{2}$]

615. Spiegare perché ha sempre due soluzioni reali e distinte l'equazione seguente:

$$x^2-2(k-2)x-k(5k-2)=0$$

Indicare le equazioni che hanno una data soluzione

Gli esercizi dal n. **616** *al n.* **619** *richiedono di individuare i valori del parametro per cui un'equazione ha una data soluzione.*

616. Esaminare l'equazione letterale:

$x^2-(k+1)x+k+5=0$

Completare il procedimento indicato qui sotto per determinare il valore del parametro per cui l'equazione ha una soluzione che vale 0.

- *Si sostituisce* 0 *a x e si ottiene:*

$......-(k+1)...+k+5=k+5$

- *Il numero* 0 *è soluzione dell'equazione solo se risulta:*

$........=0$ da cui $k=-5$

- *Si ha dunque l'equazione*

$x^2-(...+1)x+...+5=0$ ossia $x^2+4x=0$

- *Risolvendo l'equazione ottenuta si trova anche l'altra soluzione; si ha:*

$x(x+4)=0$ da cui $x_1=...$ e $x_2=...$

617. Dopo aver svolto l'esercizio 616, esaminare l'equazione:

$x^2-4x+4-k^2=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui una soluzione vale 0;
b. calcolare l'altra soluzione delle equazioni ottenute. [$k=\pm2$; $x_2=4$]

618. Esaminare l'equazione:

$x^2-4x+4-k^2=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui una soluzione vale 1;
b. calcolare l'altra soluzione delle equazioni ottenute. [$k=\pm1$; $x_2=3$]

619. Ripetere l'esercizio 618, a partire dall'equazione:

$x^2-2(k-2)x-k(5k-2)=0$ [$k=1$ e $x_1=-3$; $k=-1$ e $x_1=-7$]

Indicare le equazioni che sono di 1° grado

Gli esercizi dal n. **620** *al n.* **626** *richiedono anche di indicare i valori del parametro per cui si ottengono equazioni di 1° grado.*

620. Completare la seguente tabella, basandosi sull'esempio della prima riga:

Equazione	***a***	**1° grado**	**Soluzione dell'equazione di 1° grado**
$kx^2-(k+1)x+k-1=0$	k	$k=0$	$-x-1=0$ da cui $x=-1$
$kx^2-6x+k-8=0$			
$(k-1)x^2-2kx+k+2=0$			
$(k-3)x^2+4x+k=0$			
$(k-1)x^2-6x+k-1=0$			
$(2k+3)x^2+4x+1=0$			

621. Esaminare l'equazione letterale:

$kx^2-(k+1)x+k-1=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore del parametro per cui l'equazione diventa di 1° grado e risolvere la corrispondente equazione;
b. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali;
c. determinare il valore del parametro per cui l'equazione ha una soluzione che vale 0 e determinare l'altra soluzione.

[(b) $1-\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq x \leq 1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$; (c) $k=1$ e $x_2=2$]

622. Ripetere l'esercizio 621 a partire dall'equazione letterale:

$kx^2-6x+k-8=0$ [(a) $x=-\frac{4}{3}$; (b) $-1 \leq k \leq 9$; (d) $k=8$ e $x_2=\frac{3}{4}$]

623. Ripetere l'esercizio 621 a partire dall'equazione letterale:

$(k-1)x^2-2kx+k+2=0$ [(a) $x=\frac{3}{2}$; (b) $k \leq 2$; (d) $k=-2$ e $x_2=2$]

624. Ripetere l'esercizio 621 a partire dall'equazione letterale:

$(k-3)x^2+4x+k=0$ [(a) $x=-\frac{3}{4}$; (b) $-1 \leq k \leq 4$; (d) $k=3$ e $x_2=\frac{4}{3}$]

625. Esaminare l'equazione letterale:

$(k-1)x^2-6x+k-1=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore del parametro per cui l'equazione diventa di 1° grado e risolvere la corrispondente equazione;
b. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali e coincidenti e calcolare le soluzioni coincidenti;
c. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali.

[(a) $x=0$; (b) $k=4$ e $k=-2$; (c) $-2<k<4$]

626. Esaminare la seguente equazione letterale:

$(2k+3)x^2+4x+1=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore del parametro per cui l'equazione diventa di 1° grado e risolvere la corrispondente equazione;
b. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali;
c. determinare il valore del parametro per cui l'equazione ha una soluzione che vale 1 e determinare l'altra soluzione.

[(a) $x=-\frac{1}{4}$; (b) $k \leq \frac{1}{2}$; (c) $k=-4$ e $x_1=-\frac{1}{5}$]

Scrivere le soluzioni di un'equazione letterale

Gli esercizi dal n. **627** *al n.* **636** *conducono anche a scrivere le soluzioni di un'equazione di 2° grado letterale.*

627. Esaminare l'equazione letterale:

$x^2-x+m-m^2=0$

Completare il procedimento indicato qui sotto per scrivere le soluzioni dell'equazione.

- si individuano i coefficienti dell'equazione che sono:

$a=...$ $b=...$ $c=...$

- *si calcola il discriminante* Δ, *dato da:*

$\Delta=(...)^2-4\cdot 1\cdot(.........)=.........=(2m-1)^2$

- *si esamina il segno di* Δ, *trovando che risulta:*

$(2m-1)^2>0$ per ....

- *si esprimono le soluzioni delle equazioni date da:*

$x=\dfrac{....\pm\sqrt{.........}}{2}=\dfrac{....\pm.........}{2}$

- *si ottengono in definitiva le soluzioni:*

$x_1=m$ e $x_2=1-m$

628. Dopo aver svolto l'esercizio 627, esaminare l'equazione letterale:

$2x^2-mx-m^2=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali e coincidenti e calcolare le soluzioni coincidenti;
b. spiegare perché l'equazione ha sempre le soluzioni reali;
c. scrivere le soluzioni dell'equazione.

[(a) $m=0$; (c) $x_1=-\dfrac{m}{2}$ e $x_2=m$]

629. Ripetere l'esercizio 628 a partire dalla seguente equazione letterale:

$x^2-5mx+4m^2=0$ [(a) $m=0$; (c) $x_1=m$ e $x_2=4m$]

630. Esaminare l'equazione letterale:

$x^2-4mx+4m^2=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'equazione ha sempre le soluzioni reali e coincidenti;
b. scrivere le soluzioni dell'equazione. [(b) $x_1=x_2=2m$]

631. Ripetere l'esercizio 630 a partire dalla seguente equazione letterale:

$9x^2-6mx+m^2=0$ [(b) $x_1=x_2=\dfrac{m}{3}$]

632. Esaminare l'equazione letterale:

$2kx^2-(k+2)x+1=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore del parametro per cui l'equazione diventa di 1° grado e risolvere la corrispondente equazione;
b. determinare i valori del parametro per cui l'equazione ha le soluzioni reali e coincidenti;
c. spiegare perché l'equazione ha sempre soluzioni reali;
d. scrivere le soluzioni dell'equazione.

[(a) $x=\dfrac{1}{2}$; (b) $k=2$; (d) $x_1=\dfrac{1}{2}$ e $x_2=\dfrac{1}{k}$]

633. Ripetere l'esercizio 632 a partire dall'equazione seguente:

$mx^2-(m+1)x+1=0$ [(a) $x=1$; (b) $m=1$; (d) $x_1=\dfrac{1}{m}$ e $x_2=1$]

634. Ripetere l'esercizio 632 a partire dall'equazione seguente:

$2mx^2-(4m^2+1)x+2m=0$ [(a) $x=0$; (b) $m=\pm\frac{1}{2}$; (d) $x_1=\frac{1}{2m}$ e $x_2=2m$]

635. Ripetere l'esercizio 632 a partire dalla seguente equazione:

$(m-1)x^2-x-m=0$ [(a) $x=1$; (b) $m=\frac{1}{2}$; (d) $x_1=\frac{m}{m-1}$ e $x_2=-1$]

636. Esaminare l'equazione letterale:

$m^2x^2-2mx+1=0$

Considerando l'incognita espressa dalla lettera x, risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore del parametro per cui l'equazione diventa di 1° grado e risolvere la corrispondente equazione;
b. spiegare perché l'equazione ha sempre le soluzioni reali e coincidenti;
c. scrivere le soluzioni dell'equazione. [(a) imp.; (c) $x_1=x_2=\frac{1}{m}$]

Individuare l'incognita di un'equazione letterale

Gli esercizi dal n. **637** *al n.* **650** *conducono ad esaminare equazioni letterali allo scopo di esplicitare l'incognita.*

637. Esaminare l'equazione:

$km^2+3+k-2km-3m+m^2=0$

Completare il seguente procedimento per scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera m.

- *Valersi della proprietà commutativa dell'addizione per scrivere affiancati i monomi con la lettera* m^2, *i monomi con la lettera* m *e i monomi che non presentano la lettera* m; *si ha:*

$km^2+m^2-2km-3m+$.........$=0$

- *Raccogliere il fattore comune* m^2 *fra i primi due monomi e il fattore comune* $-m$ *fra i secondi due monomi; si ha:*

$(k+1)m^2-(2k+3)m+k+3=0$

- *Si ottiene dunque un'equazione di 2° grado che ha i seguenti coefficienti:*

$a=$......... $b=$......... $c=$.........

638. Dopo aver svolto l'esercizio 637, esaminare di nuovo l'equazione

$km^2+3+k-2km-3m+m^2=0$

Considerare come incognita la lettera m e risolvere i seguenti quesiti:

a. stabilire in quale caso l'equazione diventa di 1° grado e scriverne la soluzione;
b. stabilire in quali casi l'equazione di 2° grado ha soluzioni reali.

[(a) $x=2$; $k\geq-\frac{3}{4}$]

639. Esaminare di nuovo l'equazione:

$km^2+3+k-2km-3m+m^2=0$

Completare il seguente procedimento per scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera k.

- *Valersi della proprietà commutativa dell'addizione per scrivere affiancati i monomi con la lettera* k *e i monomi che non presentano la lettera* k; *si ha:*

$km^2+k-2km+$............$=0$

- *Raccogliere il fattore comune* k *fra i primi tre monomi; si ha:*

$(m^2+1-2m)k+m^2-3m+3=0$

- *Si ottiene dunque un'equazione di 1° grado che ha i seguenti coefficienti:*

$a=$......... $b=$.........

640. Dopo aver svolto l'esercizio 639, esaminare l'equazione:

$$km^2+3+k-2km-3m+m^2=0$$

Considerare come incognita la lettera k e risolvere i seguenti quesiti:
a. stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
b. scrivere la soluzione dell'equazione. [(a) $m=1$]

641. Esaminare l'equazione letterale:

$$h(2p^2+4p+3)=3(p+1)^2$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera p;
b. stabilire in quale caso l'equazione diventa di 1° grado e scriverne la soluzione;
c. stabilire in quali casi l'equazione di 2° grado ha soluzioni reali.

[(b) $h=\frac{3}{2}$; (c) $\frac{3}{2}<h\leq 3$]

642. Esaminare di nuovo l'equazione letterale:

$$h(2p^2+4p+3)=3(p+1)^2$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera h;
b. spiegare perché l'equazione ha sempre una soluzione;
c. scrivere la soluzione dell'equazione. [(a) $(2p^2+p+3)h=3(p^2+2p+2)$]

643. Esaminare l'equazione letterale:

$$4hm^2-1=2\sqrt{3}m-m^2-4h$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera m;
b. stabilire in quale caso l'equazione diventa di 1° grado e scriverne la soluzione;
c. stabilire in quali casi l'equazione di 2° grado ha soluzioni reali.

[(b) $h=-\frac{1}{4}$; (c) $-\frac{1}{2}\leq h\leq \frac{1}{2}$]

644. Esaminare di nuovo l'equazione letterale:

$$4hm^2-1=2\sqrt{3}m-m^2-4h$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera h;
b. spiegare perché l'equazione ha sempre una soluzione;
c. scrivere la soluzione dell'equazione. [(a) $4(m^2+1)h=1+2\sqrt{3}m-m^2$]

645. Esaminare l'equazione letterale:

$$(2m-1)z^2=(m-1)(2z-1)$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera z;
b. stabilire in quale caso l'equazione diventa di 1° grado e scriverne la soluzione;
c. stabilire in quali casi l'equazione di 2° grado ha soluzioni reali.

[(b) $z=\frac{1}{2}$; (c) $0\leq z\leq 1$]

646. Esaminare di nuovo l'equazione letterale:

$$(2m-1)z^2=(m-1)(2z-1)$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'equazione considerando come incognita la lettera m;
b. spiegare perché l'equazione ha sempre una soluzione;
c. scrivere la soluzione dell'equazione. [(a) $(2z^2-2z+1)m=(z-1)^2$]

647. Esaminare l'equazione letterale:

$$4m^2=k^2+1$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare la lettera m come incognita, spiegare perché l'equazione ha sempre due soluzioni reali e distinte e scrivere le soluzioni;

b. considerare la lettera k come incognita, stabilire in quali casi l'equazione ha soluzioni reali e scrivere le soluzioni.

[(a) $m=\pm\dfrac{\sqrt{k^2+1}}{2}$; (b) $k=\pm\sqrt{4m^2-1}$]

648. Esaminare l'equazione letterale:

$$k(m^2+1)=m(k^2+1)$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare la lettera m come incognita, stabilire in quali casi l'equazione è di 2° grado, in quali casi ha due soluzioni coincidenti e scrivere le soluzioni;

b. considerare la lettera k come incognita, stabilire in quali casi l'equazione è di 2° grado, in quali casi ha due soluzioni coincidenti e scrivere le soluzioni.

[(a) $m=\dfrac{1}{k}$ e $m=\dfrac{2k^2-1}{k}$; (b) $k=\dfrac{1}{m}$ e $k=\dfrac{2m^2-1}{m}$]

649. Ripetere l'esercizio 648 a partire dall'equazione seguente:

$$mk^2-k^2=k+m$$

[$m=\dfrac{-1\pm 3k}{2}$; $k=\dfrac{m}{m-1}$ e $k=-1$]

650. Ripetere l'esercizio 648 a partire dall'equazione seguente:

$$2k^2=m(k-m)$$

[$m=-2k$ e $m=2k$; $k=-\dfrac{m}{2}$ e $k=m$]

Problemi che conducono ad equazioni di 2° grado letterali

Problemi di geometria analitica

I problemi dal n. **651** *al n.* **663** *presentano problemi di geometria analitica che conducono ad esaminare equazioni di 2° grado letterali.*

651. Esaminare l'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$$y=x^2-4x+k$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare le parabole tangenti all'asse delle x e tracciarne il grafico;

b. indicare quali parabole sono secanti l'asse delle x e disegnare una parabola secante a piacere;

c. indicare quali parabole sono esterne all'asse delle x e disegnare una parabola esterna a piacere;

d. indicare la parabola che passa per l'origine O e tracciarne il grafico. [(a) $k=\pm 2$]

652. Ripetere l'esercizio 651 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$$y=x^2+2x+1+k$$

653. Ripetere l'esercizio 651 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$$y=x^2-2kx+3+2k$$

[(a) $k=-1$ e $k=3$]

654. Ripetere l'esercizio 651 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$$y=2x^2+4kx+3+k$$

[(a) $k=-1$ e $k=\dfrac{3}{2}$]

655. Ripetere l'esercizio 651 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$y=-x^2+2kx-k$ [(a) $k=0$ e $k=1$]

656. Esaminare l'insieme di curve descritto dall'equazione:

$y=x^2-2(k-1)x-4$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché tutte le parabole dell'insieme sono secanti l'asse delle x;
b. spiegare perché nell'insieme non si trova una parabola che passa per O;
c. disegnare una parabola dell'insieme a piacere.

657. Esaminare l'insieme di curve descritto dall'equazione:

$y=x^2-2kx$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché tutte le parabole dell'insieme sono secanti l'asse delle x;
b. spiegare perché tutte le parabole dell'insieme passano per O.
c. disegnare una parabola dell'insieme a piacere.

658. Esaminare l'insieme di curve descritto dall'equazione:

$y=kx^2-2x+k$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore del parametro per cui si ottiene una retta e disegnare la retta ottenuta;
b. determinare le parabole tangenti all'asse delle x e tracciarne il grafico;
c. indicare quali parabole sono secanti l'asse delle x e disegnare una parabola secante a piacere;
d. indicare quali parabole sono esterne all'asse delle x e disegnare una parabola esterna a piacere. [(a) $y=-2x$; (b) $k=\pm1$]

659. Ripetere l'esercizio 658 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$y=kx^2+2kx+3$ [(a) $y=3$; (b) $k=3$]

660. Ripetere l'esercizio 658 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$y=kx^2-2(k+1)x+k+1$ [(a) $y=-2x+1$; (b) $k=-1$]

661. Ripetere l'esercizio 658 a partire dall'insieme di parabole descritto dall'equazione:

$y=(2k-1)x^2-2x+k$ [(a) $y=-2x+\frac{1}{2}$; (b) $k=1$ e $k=\frac{1}{2}$]

662. Esaminare l'insieme di curve descritto dall'equazione:

$y=kx^2-(k+1)x+1$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore del parametro per cui si ottiene una retta e disegnare la retta ottenuta;
b. determinare la parabola tangente all'asse delle x e tracciarne il grafico;
c. spiegare perché nell'insieme non si trovano parabole esterne all'asse delle x;
d. disegnare una parabola dell'insieme a piacere. [(a) $y=-x+1$; (b) $k=1$]

663. Esaminare l'insieme di curve descritto dall'equazione:

$y=kx^2-3x+2-k$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore del parametro per cui si ottiene una retta e disegnare la retta ottenuta;
b. spiegare perché tutte le parabole dell'insieme sono secanti l'asse delle x;
c. determinare la parabola dell'insieme che passa per O e tracciarne il grafico. [(a) $y=-3x+2$]

Problemi di geometria piana

I problemi dal n. **664** *al n.* **676** *presentano problemi di geometria piana che conducono ad esaminare equazioni di 2° grado letterali.*

664. La diagonale di un quadrato supera il lato di un segmento lungo k. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la lunghezza del lato del quadrato;
b. determinare la lunghezza d della diagonale del quadrato;
c. verificare che il rapporto fra la diagonale e il lato è $\sqrt{2}$. [(b) $d=k(2+\sqrt{2})$]

665. Dato un quadrato ABCD con il lato lungo b, considerare un punto P variabile sulla retta AB e determinare la posizione di P per cui risulta:

$$PD=\frac{3}{2}PC$$ [$AP=\frac{b(9\pm\sqrt{11})}{5}$]

666. Disegnare una circonferenza con il raggio lungo r e la tangente t in un suo punto; disegnare una corda AB parallela a t e tracciare da A e da B le perpendicolari a t, ottenendo il rettangolo ABCD. Determinare la distanza AD, per cui il rettangolo ha la diagonale lunga $r\sqrt{5}$.

[*Si ottengono per la distanza* AD *le soluzioni:* $x_1=r$; $x_2=\frac{5}{3}r$]

667. Disegnare una circonferenza con il raggio lungo r ed una retta che dista $2r$ dal centro O della circonferenza; determinare il lato del quadrato ABCD, che ha i vertici A e B sulla retta data e gli altri due sulla circonferenza.

[*Per la distanza fra il centro* O *e il lato* CD, *si hanno le soluzioni*: $x_1=0$; $x_2=\frac{4}{5}r$]

668. Disegnare una circonferenza di centro O, con il diametro AB lungo $2r$; considerare un punto C sul prolungamento di AB dalla parte di B, tracciare da C la tangente CT alla circonferenza e determinare la posizione di C per cui risulta:

$$CT^2+CA^2=3AB^2$$ [$OC=2r$]

669. Un punto M varia su una semicirconferenza con il diametro AB lungo $2r$; da M si traccia la perpendicolare ad AB e si indica con P il piede della perpendicolare. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di M per cui risulta:

$$4\cdot MP^2+AP^2=AB^2$$

b. interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.

[*Si trovano per la distanza* AP *i valori:* $2r$; $\frac{2r}{3}$]

670. Un punto M varia sul lato AB lungo b di un quadrato ABCD; internamente al quadrato dato si costruisce il quadrato AMNP, che lascia nel quadrato il poligono concavo MBCDPN. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare la posizione di M per cui il poligono concavo ha l'area quattro volte più grande di quella del rettangolo di lati AM e MB;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Si ottengono per la distanza* AM *le soluzioni:* $x_1=\frac{b}{3}$; $x_2=b$]

671. Disegnare un quadrato ABCD con il lato lungo b; disegnare quindi il quadrato A'B'C'D' prolungando i lati di ABCD di uno stesso segmento nello stesso verso. Risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la lunghezza del segmento in modo che A'B'C'D' abbia l'area cinque volte più grande di quella di ABCD;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[*Si ottengono per la lunghezza del segmento le soluzioni:* $x_1=-2b$; $x_2=b$]

672. Disegnare un triangolo equilatero ABC con il lato lungo b; disegnare quindi il trapezio ACDE con la seguente costruzione:
- prolungare i lati AB e CB dalla stessa parte di B di uno stesso segmento, ottenendo i punti D ed E;
- congiungere i punti A, C, D, E.

Determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia i $\frac{25}{16}$ dell'area del triangolo.

[*Si ottengono per la lunghezza del segmento le soluzioni:* $x_1=-\frac{9b}{4}$; $x_2=\frac{b}{4}$]

673. A partire dalla stessa costruzione indicata nell'esercizio 672, risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia quattro volte l'area del triangolo;
b. interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti;
c. dire quale particolarità presenta il trapezio così ottenuto.

[*Si ottengono per la lunghezza del segmento le soluzioni:* $x_1=-3b$; $x_2=b$]

674. Un punto P varia su un segmento AB lungo b. Si costruisce su AP il triangolo equilatero APQ, su PB il quadrato PBRS (dalla parte opposta del triangolo) e si congiunge A con S ottenendo il poligono concavo AQPBRS. Determinare la posizione di P per cui l'area del poligono vale b^2.

[*Si ottengono per la lunghezza di* AP *le soluzioni:* $x_1=0$; $x_2=\frac{6b}{\sqrt{3}+2}$]

675. È dato un triangolo equilatero con il lato lungo b; si fissano sui lati AB, BC, CA i punti M, N, P in modo che risulti AM=BN=CP=x. Risolvere i seguenti quesiti:
a. dimostrare che il triangolo MNP è equilatero;
b. determinare x in modo che l'area di MNP sia la terza parte dell'area di ABC.

[(b) $x_1=\frac{b}{3}$; $x_2=\frac{2b}{3}$]

676. Un punto P varia sul lato AB di un triangolo equilatero col lato lungo b; tracciare da P la perpendicolare PQ al lato AC e la perpendicolare PR al lato BC e considerare il triangolo QRC. Determinare la posizione di P per cui il triangolo QRC ha l'area che è gli $\frac{11}{20}$ dell'area del triangolo dato.

[AP= $\frac{b}{10}(5\pm\sqrt{5})$]

Problemi sui poligoni regolari inscritti o circoscritti ad un cerchio

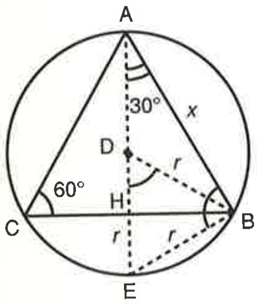
I problemi dal n. **677** *al n.* **686** *presentano problemi sui poligoni regolari inscritti o circoscritti ad un cerchio che conducono ad esaminare equazioni di 2° grado letterali.*

677. Valendosi anche delle indicazioni date nella fig. 17, calcolare il lato, il perimetro e l'area del triangolo equilatero ABC inscritto in un cerchio di raggio r. [AB=$r\sqrt{3}$]

678. Valendosi anche delle indicazioni date nella fig. 18, calcolare il lato, il perimetro e l'area del triangolo equilatero ABC circoscritto ad un cerchio di raggio r. [AB=$2r\sqrt{3}$]

679. Dopo aver svolto gli esercizi 677 e 678, calcolare il raggio r del cerchio inscritto e il raggio R del cerchio circoscritto ad un triangolo equilatero con il lato lungo b. [$r=\frac{b}{6}\sqrt{3}$; $R=\frac{b}{3}\sqrt{3}$]

Figura 17

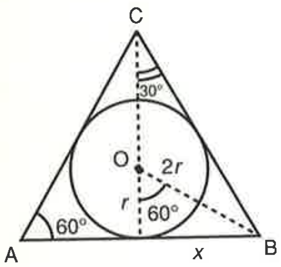


680. Valendosi anche delle indicazioni date nella fig. 19, calcolare il lato AB, il perimetro e l'area dell'esagono regolare inscritto ad un cerchio di raggio r. [AB=r]

681. Valendosi anche delle indicazioni di fig. 20, calcolare il lato AB, il perimetro e l'area dell'esagono regolare circoscritto ad un cerchio di raggio r. [AB=$2r\frac{\sqrt{3}}{3}$]

682. Dopo aver svolto gli esercizi 680 e 681, calcolare il raggio r del cerchio inscritto e il raggio R del cerchio circoscritto ad un esagono regolare con il lato lungo b. [$r=\frac{b}{2}\sqrt{3}$; $R=b$]

Figura 18



683. Dopo aver svolto gli esercizi 677-682, risolvere i seguenti quesiti:

a. calcolare il rapporto fra l'area dell'esagono regolare e l'area del triangolo equilatero inscritti in uno stesso cerchio di raggio r;

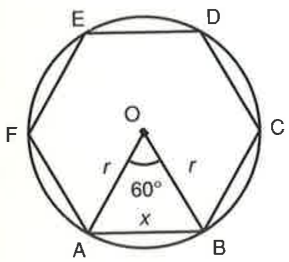
b. calcolare il rapporto fra l'area dell'esagono regolare e l'area del triangolo equilatero circoscritti ad uno stesso cerchio di raggio r. [(a) 2; (b) $\frac{2}{3}$]

684. Valendosi anche delle indicazioni date nella fig. 21, calcolare il lato, il perimetro e l'area del quadrato ABCD inscritto in un cerchio di raggio r. [AB=$r\sqrt{2}$]

685. Valendosi anche delle indicazioni date nella fig. 22, calcolare il lato, il perimetro e l'area del quadrato ABCD circoscritto ad un cerchio di raggio r. [AB=$2r$]

686. Dopo aver svolto gli esercizi 684 e 685, calcolare il raggio r del cerchio inscritto e il raggio R del cerchio circoscritto ad un quadrato con il lato lungo b. [$r=\frac{b}{2}$; $R=b\sqrt{2}$]

Figura 19



I problemi dal n. **687** *al n.* **689** *richiedono di valersi delle nozioni sulla sezione aurea, esposte nel testo alle pp. 314-318.*

687. Riprendere le considerazioni svolte nel testo, pp. 314-316, per determinare il lato AB, il perimetro e l'area del decagono regolare inscritto in un cerchio di raggio r. [AB=$r\,\frac{\sqrt{5}-1}{2}$]

688. Riprendere l'esercizio 246, p. 693, per calcolare il lato AB, il perimetro e l'area del pentagono regolare inscritto in un cerchio di raggio r.

[$AB = r\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$]

689. Dopo aver svolto gli esercizi 680, 687 e 688, dimostrare che i lati del pentagono, dell'esagono e del decagono reagolari inscritti in un cerchio di raggio r sono ipotenusa e cateti di uno stesso triangolo rettangolo.

Problemi di fisica

I problemi dal n. ***690*** *al n.* ***692*** *presentano problemi di fisica che conducono ad esaminare equazioni di 2° grado con coefficienti letterali.*

690. Un sasso viene lasciato cadere nelle vicinanze della Terra e perciò si allontana dal punto di lancio seguendo la legge:

$s=4{,}9t^2$ (1)

Esaminare l'equazione (1) considerando come incognita la lettera t e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'equazione ha sempre due soluzioni reali;
b. scrivere la soluzione positiva.

[(b) $t=\sqrt{\dfrac{s}{4{,}9}}$]

691. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso l'alto v_0; trascurando la resistenza dell'aria, risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il corpo si allontana dal punto di lancio seguendo la legge:

   $s=-4{,}9t^2+v_0t$

   e precisare il significato delle lettere s e t;
b. calcolare quanto tempo impiega il corpo a ripassare per il punto di lancio.

[(b) $t=\dfrac{v_0}{4{,}9}$]

692. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso il basso v_0 e perciò si allontana dal punto di lancio seguendo la legge:

$s=4{,}9t^2+v_0t$ (1)

Esaminare l'equazione (1) considerando come incognita la lettera t e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché l'equazione ha sempre due soluzioni reali;
b. valersi della regola dei segni esposta alle pp. 326-328 per spiegare perché l'equazione ha sempre una soluzione positiva ed una negativa;
c. scrivere la soluzione positiva.

[(c) $t=\dfrac{-v_0+\sqrt{v_0^2+19{,}6\cdot s}}{9{,}8}$]

Figura 20

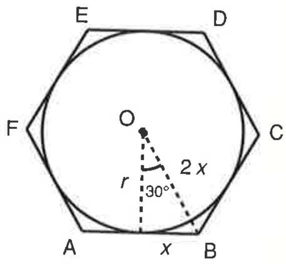


Figura 21

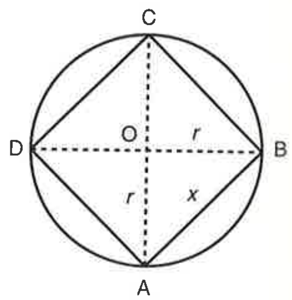
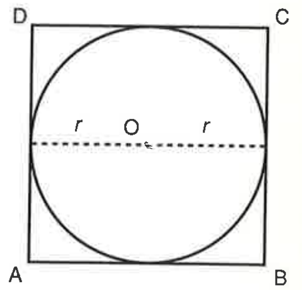


Figura 22



Sui sistemi di 2° grado letterali

Indicare i sistemi che hanno soluzioni reali

Gli esercizi dal n. **693** *al n.* **703** *richiedono di determinare i valori del parametro per cui un sistema letterale ha soluzioni reali.*

693. Esaminare il sistema:

$$\begin{cases} xy=4 \\ y=mx-m+3 \end{cases}$$

Considerare come incognite le lettere x e y e completare il procedimento indicato qui sotto per risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni coincidenti;
b. calcolare le soluzioni coincidenti;
c. determinare i valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni reali e distinte.

***Quesito* (a)**
- *Si risolve il sistema per sostituzione ottenendo:*

$$\begin{cases} x(\ldots\ldots\ldots)=4 \\ y=mx-m+3 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} mx^2+(3-m)x-4=0 \\ y=mx-m+3 \end{cases} \qquad (1)$$

- *Si esamina l'equazione letterale di 2° grado ottenuta che ha i coefficienti:*

$a=\ldots$ $\qquad b=\ldots$ $\qquad c=\ldots$

e quindi il discriminante Δ *dato da:*

$\Delta=(\ldots\ldots)^2-4\cdot\ldots\ldots\ldots=m^2+10m+9$

- *Si determinano i valori del parametro per cui il discriminante vale 0 e si ha:*

$$m^2+10m+9=0 \qquad \text{per} \qquad m=\frac{\ldots\ldots\pm\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=-5\pm4$$

- *Si conclude che il sistema ha le soluzioni coincidenti per* $m_1=-9$ *e* $m_2=-1$.

***Quesito* (b)**
- *Si sostituisce* -9 *al posto di* m *nelle* (1) *e si ha:*

$$\begin{cases} (\ldots)x^2+[3-(\ldots)]x+4=0 \\ y=\ldots x-(\ldots)+3 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} x=\dfrac{-12\pm0}{\ldots} \\ y=-9x+12 \end{cases} \quad \text{ossia} \quad \begin{cases} x_1=x_2=\dfrac{2}{3} \\ y_1=y_2=6 \end{cases}$$

- *Si sostituisce* -1 *al posto di* m *nelle* (1) *e si ha:*

$$\begin{cases} (\ldots)x^2+[3-(\ldots)]x+4=0 \\ y=\ldots x-(\ldots)+3 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} x=\dfrac{\ldots\ldots\pm0}{\ldots} \\ y=\ldots\ldots \end{cases} \quad \text{ossia} \quad \begin{cases} x_1=x_2=2 \\ y_1=y_2=2 \end{cases}$$

***Quesito* (c)**
Si studia il segno del discriminante

$\Delta=m^2+10m+9$

che è un trinomio di 2° grado con le seguenti caratteristiche:
- *coefficiente* $a=\ldots>0$
- *radici reali e distinte* $m_1=-9$ e $m_2=-1$

Risulta quindi:

$\Delta>0$ $\qquad$ per $\qquad$ ....

Si conclude che il sistema ha le soluzioni reali e distinte per $m<-9$ *o* $m>-1$.

Dopo aver risolto l'esercizio 693, esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **694** al n. **703**; considerare come incognite le lettere x e y e risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare i valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni coincidenti;
b. calcolare le soluzioni coincidenti;
c. determinare i valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni reali e distinte.

694. $\begin{cases} xy=2 \\ y=mx-m+1 \end{cases}$ [(a) $m=-1$]

695. $\begin{cases} x^2+y^2=3 \\ y=mx+3 \end{cases}$ [(a) $m=\pm\sqrt{2}$]

696. $\begin{cases} y=-x^2+4x \\ y=mx \end{cases}$ [(a) $m=4$]

697. $\begin{cases} x=y^2-2y+2 \\ x+2y=k \end{cases}$ [(a) $k=2$]

698. $\begin{cases} x^2+2y^2-2=0 \\ y=mx-2m \end{cases}$ [(a) $m=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$]

699. $\begin{cases} x^2+4y^2-4=0 \\ y=mx+2 \end{cases}$ [(a) $m=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$]

700. $\begin{cases} xy=k \\ x+2y+4=0 \end{cases}$ [(a) $k=2$]

701. $\begin{cases} x^2+y^2-r^2=0 \\ y=-x+2 \end{cases}$ [(a) $r=\pm\sqrt{2}$]

702. $\begin{cases} x^2+k^2y^2-k^2=0 \\ y=2x+3 \end{cases}$ [(a) $k=\pm\sqrt{2}$]

703. $\begin{cases} 2y+x^2-2x-2k=0 \\ x+y=3 \end{cases}$ [(a) $k=1$]

Indicare i sistemi che sono di 1° grado

Gli esercizi dal n. **704** *al n.* **708** *richiedono di indicare il valore del parametro per cui un sistema letterale di 2° grado diventa di 1° grado.*

704. Esaminare il sistema:

$$\begin{cases} y-kx^2+3x-2+k=0 \\ y=-x \end{cases}$$

considerare come incognite le lettere x e y e risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare i valori del parametro per cui il sistema è di 1° grado;
b. calcolare le soluzioni del sistema di 1° grado.

***Quesito* (a)**
- *Si individua nel sistema l'equazione di 2° grado che è*

  ....=0
- *Si individua il coefficiente di* x^2 *che è* ......
- *Si conclude che il sistema è di 1° grado per* k=0

***Quesito* (b)**
- *Si sostituisce* 0 *al posto di* k *nell'equazione di 2° grado e si ha il sistema di 1° grado:*

$$\begin{cases} \text{.........} \\ \text{.........} \end{cases}$$

- *Si risolve il sistema per sostituzione e si ha:*

$$\begin{cases} \text{.........} \\ \text{.........} \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Dopo aver risolto l'esercizio 704, esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **705** al n. **708**; considerare come incognite le lettere x e y e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare i valori del parametro per cui il sistema è di 1° grado;
b. calcolare le soluzioni del sistema di 1° grado.

705. $\begin{cases} y=kx^2+2kx+k+2 \\ y=3x-1 \end{cases}$ [(b) (1; 2)]

706. $\begin{cases} y=kx^2-(k+1)x+3 \\ 2x+y=0 \end{cases}$ [(b) (–3; 6)]

707. $\begin{cases} y=(k-1)x^2-2x+k \\ y=3x+1 \end{cases}$ [(b) (0; 1)]

708. $\begin{cases} y=(k+1)x^2-2kx-4 \\ y+x=2 \end{cases}$ [(b) (2; 0)]

Scrivere le soluzioni di un sistema letterale

Gli esercizi dal n. **709** *al n.* **721** *conducono a scrivere le soluzioni di sistemi di 2° grado letterali.*

709. Completare il procedimento indicato qui sotto per scrivere le soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} x^2+y^2-xy=7k^2 \\ y-k=2x \end{cases}$$

- *Si risolve il sistema per sostituzione, ottenendo:*

$$\begin{cases} x^2+(......)^2-x(......)=7k^2 \\ y=........ \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} x^2+kx-2k^2=0 \\ y=2x+k \end{cases}$$

- *Si esamina l'equazione letterale di 2° grado che ha i coefficienti:*

$a=...$ $\qquad b=...$ $\qquad c=...$

e quindi il discriminante Δ *dato da:*

$\Delta=(......)^2-4\cdot......=9k^2>0$ per $k\neq 0$

- *Si scrivono le soluzioni dell'equazione che sono date da:*

$x=\dfrac{...\pm...}{...}$ da cui $x_1=-2k$ $\; x_2=k$

- *Si calcolano le soluzioni del sistema date da:*

$$\begin{cases} x_1=-2k \\ y_1=2\cdot(......)+k=... \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=k \\ y_2=2\cdot(......)+k=... \end{cases}$$

- *Si scrivono le soluzioni del sistema che sono:*

$(-2k;\ 3k)$ e $(k;\ 3k)$

Dopo aver risolto l'esercizio 709, esaminare i sistemi assegnati negli esercizi dal n. **710** al n. **721** e risolvere i seguenti quesiti:

a. indicare gli eventuali valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni reali e coincidenti;
b. indicare i valori del parametro per cui il sistema ha le soluzioni reali e e distinte;
c. scrivere le soluzioni del sistema.

710. $\begin{cases} 3xy=k^2 \\ x=3y \end{cases}$ [(c) $(2k; \frac{2k}{3})$ e $(-2k; -\frac{2k}{3})$]

711. $\begin{cases} x+y=2k \\ xy=k^2-9 \end{cases}$ [(c) $(k-3; k+3)$ e $(k+3; k-3)$]

712. $\begin{cases} x+y=4m \\ xy=4m^2-9 \end{cases}$ [(c) $(2k-3; 2k+3)$ e $(2k+3; 2k-3)$]

713. $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=4-9k^2 \end{cases}$ [(c) $(2-3k;\ 2+3k)$ e $(2+3k;\ 2-3k)$]

714. $\begin{cases} x+y=2k \\ x^2+y^2=2(k^2+3) \end{cases}$ [(c) $(k+\sqrt{3};\ k-\sqrt{3})$ e $(k-\sqrt{3};\ k+\sqrt{3})$]

715. $\begin{cases} x+y=4m \\ x^2+y^2=2(4m^2+9) \end{cases}$ [(c) $(2k+3;\ 2k-3)$ e $(2k+3;\ 2k-3)$]

716. $\begin{cases} x+y=1-k \\ (x+k)(y+1)=(k-x)(y+1) \end{cases}$ [(c) $(1;\ -k)$ e $(-k;\ 1)$]

717. $\begin{cases} x-2(y-1)=0 \\ x^2-xy+y^2=3k^2+1 \end{cases}$ [(c) $(-2k;\ -k-1)$ e $(2k;\ k-1)$]

718. $\begin{cases} x-2(y-m)=0 \\ x^2+y^2=m^2+3+xy \end{cases}$ [(c) $(2;\ m+1)$ e $(-2;\ m-1)$]

719. $\begin{cases} x(x-y)+y(x+y)=4x \\ x+\sqrt{3}y=6 \end{cases}$ [(c) $(3;\ \sqrt{3})$ due volte]

720. $\begin{cases} y+2=2(x-m)+3(m-x) \\ (x+y)^2-2y(x-m)=(m-2)^2 \end{cases}$ [(c) $(k;\ -2)$ e $(k-2;\ 0)$]

721. $\begin{cases} x+y=m-1 \\ (x+1)(y+m)=(1-x)(y+m) \end{cases}$ [(c) $(m;\ -1)$ e $(-1;\ m)$]

Problemi che conducono a sistemi di 2° grado letterali

Problemi di geometria analitica

Gli esercizi dal n. **722** *al n.* **732** *propongono problemi di geometria analitica che conducono ad esaminare sistemi di 2° grado con coefficienti letterali.*

722. Esaminare la parabola d'equazione $y=x^2+1$ e l'insieme di rette descritto dall'equazione $y=2x+k$.
Risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare la retta che è tangente alla curva e determinare le coordinate del punto di contatto;
b. individuare le rette che intersecano la curva;
c. scrivere le coordinate dei punti di intersezione;
d. tracciare il grafico della curva, della retta tangente e di una retta secante a piacere. [(a) $k=0$; (b) $k>0$]

723. Ripetere l'esercizio 722 a partire dalla parabola d'equazione $y=x^2-4$ e dall'insieme di rette descritto dall'equazione $y=2x+k$. [(a) $k=-5$; (b) $k>-5$]

724. Ripetere l'esercizio 722 a partire dalla parabola d'equazione $y=-x^2+x+3$ e dall'insieme di rette descritto dall'equazione $y=x+k$. [(a) $k=3$; (b) $k<3$]

725. Ripetere l'esercizio 722 a partire dall'iperbole d'equazione $y=\frac{1}{x}$ e dall'insieme di rette descritto dall'equazione $y=-x+k$. [(a) $k=\pm 2$; (b) $k<-2$ o $k>2$]

726. Ripetere l'esercizio 722 a partire dalla circonferenza d'equazione $x^2+y^2=8$ e dall'insieme di rette descritto dall'equazione $y=x+k$. [(a) $k=\pm 4$; (b) $-4<k<4$]

727. Esaminare la retta d'equazione $y=-2x+7$ e l'insieme di parabole descritto dall'equazione $y=-x^2+2x+k$; risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare la curva che è tangente alla retta e determinare le coordinate del punto di contatto;
b. individuare le parabole che intersecano la retta;
c. scrivere le coordinate dei punti di intersezione;
d. tracciare il grafico della retta, della curva tangente e di una curva secante a piacere. [(a) $k=3$; (b) $k>3$]

728. Ripetere l'esercizio 727 a partire dalla retta d'equazione $y=2x-9$ e dall'insieme di parabole descritto dall'equazione $y=x^2-4x+k$. [(a)$k=0$; (b) $k<0$]

729. Ripetere l'esercizio 727 a partire dalla retta d'equazione $y=\frac{1}{4}x$ e dall'insieme di parabole descritto dall'equazione $x=-y^2+4y+k$. [(a) $k=0$; (b) $k>0$]

730. Ripetere l'esercizio 727 a partire dalla retta d'equazione $y=-x+7$ e dall'insieme di parabole descritto dall'equazione $x=-\frac{1}{3}y^2+y+k$. [(a) $k=4$; (b) $k>4$]

731. Ripetere l'esercizio 727 a partire dalla retta d'equazione $y=-4x+8$ e dall'insieme di iperboli descritto dall'equazione $y=\frac{k}{x}$. [(a) $k=4$; (b) $k<4$]

732. Ripetere l'esercizio 727 a partire dalla retta d'equazione $y=-2x-4$ e dall'insieme di iperboli descritto dall'equazione $y=\frac{k}{x}$. [(a) $k=2$; (b) $k<2$]

Problemi di geometria piana

Gli esercizi dal n. **733** *al n.* **749** *propongono problemi di geometria piana che conducono ad esaminare sistemi di 2° grado con coefficienti letterali.*

733. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga $k\sqrt{13}$ e la somma dei cateti lunga $5k$; determinare la lunghezza dei cateti. [$2k$; $3k$]

734. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga $k\sqrt{5}$ e l'area che vale k^2; determinare la lunghezza dei cateti. [k; $2k$]

735. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa lunga $5k$ e l'altezza relativa all'ipotenusa lunga $2{,}4k$; determinare il perimetro del triangolo. [$12k$]

736. Un triangolo rettangolo ha l'altezza relativa all'ipotenusa lunga k ed è equivalente al doppio del quadrato costruito su tale altezza; determinarne il perimetro. [$2k(\sqrt{6}+2)$]

737. Determinare la base AB e l'altezza CH di un triangolo isoscele, sapendo che:
- l'area del triangolo vale $4k^2$;
- nel triangolo è inscritto un quadrato che ha il lato lungo $\frac{4k}{3}$.

[*Una delle due possibili soluzioni:* AB=$4k$; CH=$2k$]

738. Determinare i lati di un rettangolo, di cui si conoscono il perimetro lungo $8k$ e l'area che vale $3k^2$. [$3k$; k]

739. Determinare i lati di un rettangolo, di cui si conoscono il perimetro lungo 8k e la diagonale lunga $\sqrt{10}k$. [$3k$; k]

740. Determinare i lati di un rettangolo che ha il perimetro lungo $46k$, sapendo che la diagonale supera di $2k$ un lato. [$8k$; $15k$]

741. Determinare le diagonali di un rombo, di cui si conoscono il perimetro lungo $4k\sqrt{5}$ e l'area che vale $4k^2$. [$4k$; $2k$]

742. Disegnare un quadrato ABCD con il lato lungo b; prolungare il lato AB di un tratto BE, il lato AD di un tratto DF e considerare il rettangolo AEGF che ha per dimensioni AE e AF. Stabilire come si debbono scegliere i segmenti BE e DF, in modo che il rettangolo abbia il perimetro tre volte più lungo di quello del quadrato e l'area otto volte più grande di quella del quadrato. [BE=b; DF=$3b$]

743. Calcolare i lati di un triangolo isoscele ottusangolo inscritto in una circonferenza di centro O e raggio r, sapendo che la somma della base AB e dell'altezza CH è uguale al diametro.

[AB=$\frac{8r}{5}$]

744. Calcolare i lati di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di centro O e raggio r, sapendo che la differenza fra l'altezza CH e la base AB è uguale al raggio.

[AB=$\frac{2r}{\sqrt{5}}$]

745. Determinare la lunghezza delle due basi di un trapezio isoscele, che è circoscritto ad un cerchio di raggio r e ha il perimetro lungo $\frac{25r}{3}$.

[*Per le proprietà dei trapezi circoscritti ad un cerchio, vedi primo volume, p. 232, si ottengono le basi lunghe* $\frac{8r}{3}$ *e* $\frac{3r}{2}$]

746. Determinare la lunghezza delle due basi di un trapezio rettangolo, che è circoscritto ad un cerchio di raggio r e ha l'area che vale $6r^2$. [$r(3\pm\sqrt{3})$]

747. Un punto P varia all'interno di un rettangolo ABCD di dimensioni b e h; dal punto P si tracciano le parallele ai lati e si considera il triangolo limitato da queste parallele e dalla diagonale AC.
Determinare i lati del triangolo con l'area che è $\frac{1}{4}$ dell'area del rettangolo.

[$\frac{h}{\sqrt{2}}$ *e* $\frac{b}{\sqrt{2}}$]

748. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è lunga b, l'altezza relativa all'ipotenusa è lunga h e si vogliono calcolare le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa; risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le soluzioni dell'equazione letterale ottenuta;
b. dire in quali casi l'equazione letterale ottenuta ha soluzioni reali e in quali casi il problema ha soluzioni reali;
c. valendosi anche della regola dei segni, esposta a p. 326, spiegare perché le soluzioni reali dell'equazione sono sempre positive;
d. esaminare il caso particolare $b=2h$.

[(a) $\frac{1}{2}(b\pm\sqrt{b^2-4h^2})$; *ricordare che* b *e* h *indicano numeri positivi*]

749. Si vogliono determinare le dimensioni di un rettangolo che abbia il perimetro lungo $2p$ e sia equivalente ad un quadrato con il lato lungo b. Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le soluzioni dell'equazione letterale ottenuta;
b. dire in quali casi l'equazione letterale ottenuta ha soluzioni reali e in quali casi il problema ha soluzioni reali;
c. valendosi anche della regola dei segni, esposta a p. 326, spiegare perché le soluzioni reali dell'equazione sono sempre positive;
d. esaminare il caso particolare $p=2b$.

[(a) $\frac{1}{2}(p \pm \sqrt{p^2-4b^2})$; *ricordare che* b *e* p *indicano numeri positivi*]

Problemi di fisica

Gli esercizi dal n. **750** *al n.* **752** *conducono a risolvere problemi che:*
- richiedono nozioni elementari di fisica richiamate anche nel testo, pp. 343-347;
- conducono a risolvere sistemi di 2° grado con coefficienti letterali.

750. Un sasso che viene viene lasciato cadere percorre una distanza h; indicare con g l'accelerazione di gravità e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la distanza s varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

b. spiegare perché la velocità v varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$v=gt$$

c. calcolare quanto dura la caduta e quale velocità raggiunge il sasso alla fine.

[(c) $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$; $v=\sqrt{2gh}$]

751. Un sasso viene lanciato con una velocità verticale verso l'alto v_0; indicare con g l'accelerazione di gravità e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché la distanza s varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$s=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

b. spiegare perché la velocità v varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$v=v_0-gt$$

c. calcolare dopo quanto tempo raggiunge la quota massima e a quale distanza dal punto di lancio si trova tale quota massima.

[(c) $t=\frac{v_0}{g}$; $h=\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}$]

752. Dal bordo di un pozzo si lascia cadere un sasso; fra l'istante in cui si lascia la pietra e quello in cui si sente il tonfo sul fondo passano k secondi. Indicare con g l'accelerazione di gravità, con V la velocità del suono e risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché il sasso cade verso il fondo del pozzo seguendo la legge:

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

b. spiegare perché il suono risale dal fondo del pozzo seguendo la legge:

$$s=Vt$$

c. spiegare perché il suono e il sasso percorrono la stessa distanza (la profondità h del pozzo) in tempi diversi, da indicare con y e z ed è data la relazione:

$$y+z=k$$

d. determinare la profondità h del pozzo.

[(d) $h=V\left[k+\frac{V}{g}-\sqrt{\frac{V}{g}\left(2k+\frac{V}{g}\right)}\right]$]