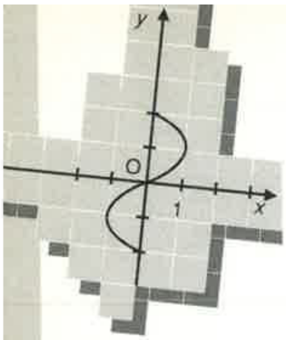


Sulle coordinate reali

Rappresentare punti sul piano cartesiano

Rappresentare sul piano cartesiano i punti assegnati negli esercizi dal n. **1** al n. **9**.

1. $A\left(\sqrt{2};\ 0\right)$ $B\left(-\sqrt{2};\ 0\right)$ $C\left(0;\ \sqrt{2}\right)$ $D\left(0;\ -\sqrt{2}\right)$

2. $A\left(\sqrt{3};\ 1\right)$ $B\left(-\sqrt{3};\ -1\right)$ $C\left(1;\ \sqrt{3}\right)$ $D\left(-1;\ -\sqrt{3}\right)$

3. $A\left(\sqrt{5};\ 2\right)$ $B\left(-\sqrt{5};\ -2\right)$ $C\left(2;\ \sqrt{5}\right)$ $D\left(-2;\ -\sqrt{5}\right)$

4. $A\left(\sqrt{3};\ \sqrt{5}\right)$ $B\left(\sqrt{5};\ \sqrt{3}\right)$ $C\left(-\sqrt{3};\ -\sqrt{5}\right)$ $D\left(-\sqrt{5};\ -\sqrt{3}\right)$

5. $A\left(2\sqrt{3};\ \sqrt{6}\right)$ $B\left(3\sqrt{5};\ \sqrt{15}\right)$ $C\left(-2\sqrt{5};\ -\sqrt{10}\right)$ $D\left(-4\sqrt{2};\ -\sqrt{8}\right)$

6. $A\left(-\frac{\sqrt{6}}{3};\ -\sqrt{2}\right)$ $B\left(-\sqrt{5};\ -\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$ $C\left(\frac{\sqrt{6}}{2};\ \sqrt{3}\right)$ $D\left(\sqrt{3};\ \frac{\sqrt{15}}{5}\right)$

7. $A\left(\sqrt[3]{4};\ \sqrt[3]{2}\right)$ $B\left(-\sqrt[3]{4};\ -\sqrt[3]{2}\right)$ $C\left(\sqrt[3]{2};\ \sqrt[3]{4}\right)$ $D\left(-\sqrt[3]{2};\ -\sqrt[3]{4}\right)$

8. $A\left(\sqrt[3]{6};\ 3\sqrt[3]{2}\right)$ $B\left(-\sqrt[3]{6};\ -2\sqrt[3]{3}\right)$ $C\left(\sqrt[3]{10};\ 2\sqrt[3]{5}\right)$ $D\left(-\sqrt[3]{10};\ -5\sqrt[3]{2}\right)$

9. $A\left(-\frac{\sqrt[3]{6}}{3};\ -\sqrt[3]{2}\right)$ $B\left(-\sqrt[3]{5};\ -\frac{\sqrt[3]{10}}{2}\right)$ $C\left(\frac{\sqrt[3]{6}}{2};\ \sqrt[3]{3}\right)$ $D\left(\sqrt[3]{3};\ \frac{\sqrt[3]{15}}{5}\right)$

Collegamento con il capitolo secondo

10. Esaminare i punti assegnati nell'esercizio 1 e risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la scrittura decimale non rappresenta esattamente i numeri irrazionali;
b. descrivere la costruzione geometrica che permette di rappresentare esattamente i punti assegnati sul piano cartesiano.

[*Vedere par. 1 e 2, pp. 172-180*]

11. Ripetere l'esercizio 10 a partire dai punti assegnati nell'esercizio 2.

12. Ripetere l'esercizio 10 a partire dai punti assegnati nell'esercizio 5.

[*Vedere par. 1, 2 e 6, pp. 172-180 e 204-205*]

13. Ripetere l'esercizio 10 a partire dai punti assegnati nell'esercizio 6.

[*Vedere par. 1, 2 e 6, pp. 172-180 e 204-205*]

Sulle rette parallele agli assi cartesiani

Scrivere l'equazione di rette parallele agli assi cartesiani

14. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale $\sqrt{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

15. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale $-\sqrt{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

16. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale $\sqrt{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

17. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale $-\sqrt{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

18. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale $\sqrt[4]{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

19. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ascissa che vale $-\sqrt[4]{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

20. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale $\sqrt[4]{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

21. Indicare sul piano cartesiano quattro punti con l'ordinata che vale $-\sqrt[4]{8}$ e scrivere l'equazione della retta sulla quale sono allineati i quattro punti.

Disegnare rette parallele agli assi cartesiani

Tracciare i grafici delle rette che hanno l'equazione assegnata negli esercizi dal n. **22** al n. **27**.

22.	$x=\sqrt{3}$	$x=0$	$x=-\sqrt{3}$	**23.**	$y=\sqrt{5}$	$y=-\sqrt{5}$	$y=0$
24.	$x=\sqrt{2}$	$x=-\sqrt{2}$	$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	**25.**	$y=\sqrt{8}$	$y=-\sqrt{8}$	$y=\dfrac{1}{\sqrt{8}}$
26.	$x=1+\sqrt{2}$	$x=1-\sqrt{2}$	$x=2\sqrt{2}$	**27.**	$y=2+\sqrt{8}$	$y=2-\sqrt{8}$	$y=\dfrac{\sqrt{8}}{2}$

Riflettere sull'equazione delle rette parallele agli assi cartesiani

28. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ascissa che vale $\sqrt{2}$.

29. Spiegare perché nel piano cartesiano non c'è un solo punto con l'ordinata che vale $\sqrt{2}$.

30. Spiegare perché nel piano cartesiano c'è un solo punto con l'ascissa e l'ordinata che valgono entrambe $\sqrt{2}$.

31. Esaminare i punti:

$A\left(0; -\sqrt{2}\right)$ $\quad B\left(-\sqrt{2}; 1\right)$ $\quad C\left(1-\sqrt{2}; 0\right)$ $\quad B\left(-\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right)$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere i punti che appartengono alla retta r d'equazione $x=-\sqrt{2}$, motivando la scelta;
b. modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengono.

32. Esaminare i punti:

$A\left(0; -\sqrt{2}\right)$ $\quad B\left(-\sqrt{2}; 1\right)$ $\quad C\left(1-\sqrt{2}; 0\right)$ $\quad B\left(-\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right)$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scegliere i punti che appartengono alla retta r d'equazione $y=-\sqrt{2}$, motivando la scelta;
b. modificare le coordinate dei punti che non appartengono alla retta, in modo da ottenere punti che vi appartengono.

Sulle circonferenze con centro nell'origine

Disegnare sul piano cartesiano le circonferenze che hanno centro nell'origine O e raggio assegnato negli esercizi dal n. **33** al n. **40**; scrivere l'equazione di ogni circonferenza.

33. $r=1$ $\quad r=2$ $\quad r=\sqrt{2}$

34. $r=\sqrt{3}$ $\quad r=3$ $\quad r=\dfrac{3}{2}$

35. $r=\dfrac{1}{2}$ $\quad r=\dfrac{3}{4}$ $\quad r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

36. $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad r=\dfrac{1}{3}$ $\quad r=\dfrac{2}{3}$

37. $r=\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ $\quad r=\sqrt{\dfrac{5}{3}}$ $\quad r=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

38. $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad r=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ $\quad r=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

39. $r=1+\sqrt{5}$ $\quad r=1-\sqrt{5}$ $\quad r=2\sqrt{5}$

40. $r=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\quad r=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$ $\quad r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Tracciare i grafici delle circonferenze che hanno l'equazione assegnata negli esercizi dal n. **41** al n. **48**.

41. $x^2+y^2=1$ $\quad x^2+y^2=4$

42. $x^2+y^2=9$ $\quad x^2+y^2=16$

43. $x^2+y^2=25$ $\quad x^2+y^2=5$

44. $x^2+y^2=6$ $\quad x^2+y^2=36$

45. $x^2+y^2=\dfrac{9}{4}$ $\quad x^2+y^2=\dfrac{3}{2}$

46. $x^2+y^2=\dfrac{9}{2}$ $\quad x^2+y^2=\dfrac{3}{4}$

47. $x^2+y^2=\sqrt{5}$ $\quad x^2+y^2=\sqrt[3]{5}$

48. $x^2+y^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ $\quad x^2+y^2=\dfrac{\sqrt{2}}{9}$

Sull'equazione delle circonferenze col centro nell'origine

49. Esaminare le equazioni:

$2x^2+2y^2=8 \qquad 3x^2+3y^2=6 \qquad 4x^2+4y^2=1 \qquad 9x^2+9y^2=5$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché le equazioni rappresentano circonferenze col centro nell'origine;
b. tracciare i corrispondenti grafici.

[(a) *dividendo i due membri della prima equazione per 2, si ottiene...*]

50. Esaminare le equazioni:

$x^2+y^2-1=0 \qquad x^2+y^2-4=0 \qquad 4x^2+4y^2-1=0 \qquad 9x^2+9y^2-5=0$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché le equazioni rappresentano circonferenze col centro nell'origine;
b. tracciare i corrispondenti grafici.

[(a) *addizionando 1 ai due membri della prima equazione, si ottiene...*]

51. Spiegare perché nessuna delle seguenti equazioni rappresenta una circonferenza con il centro nell'origine:

$x^2-y^2=1 \qquad 3x^2+y^2=9 \qquad x^2+4y^2=1 \qquad x^2+y^2+5=0$

52. Fra i punti seguenti

A(3; 2) $\qquad$ B(4; –1) $\qquad$ $C\left(\sqrt{3};\ \sqrt{2}\right)$

indicare quello che appartiene alla circonferenza d'equazione:

$x^2+y^2=5$

[*Il punto A non si trova sulla circonferenza perché le sue coordinate, sostituite a* x *e* y *nell'equazione della circonferenza, trasformano l'equazione in un'uguaglianza falsa...*]

53. Esaminare di nuovo i punti e la circonferenza assegnati nell'esercizio 52 e modificare la sola ascissa dei punti che non appartengono alla circonferenza in modo da ottenere punti che vi appartengono.

[*L'ascissa* x *del punto A deve rendere vera l'ugualianza* $x^2+2^2=5$, *da cui...*]

54. Determinare il raggio della circonferenza che ha centro nell'origine e passa per A(1; 3).

[*La circonferenza passa per A e perciò risulta* $1^2+3^2=r^2$, *da cui...*]

Rappresentare leggi matematiche sul piano cartesiano

Esaminare le leggi matematiche assegnate negli esercizi dal n. **55** al n. **77** e risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la legge indicata;
b. riconoscere di che legge si tratta (proporzionalità diretta o inversa, legge lineare, parabolica o legge dell'inverso del quadrato);
c. rappresentare la legge sul piano cartesiano.

55. Legge che lega il perimetro p di un triangolo equilatero alla lunghezza b del suo lato.

56. Legge che lega l'area S di un triangolo equilatero alla lunghezza b del suo lato.

57. Legge che lega il perimetro p di un esagono regolare alla lunghezza b del suo lato.

58. Legge che lega l'area S di un esagono regolare alla lunghezza b del suo lato.

59. Legge che lega il perimetro p di un rombo alla lunghezza b del suo lato.

60. Legge che lega l'area S di un rombo che ha una diagonale lunga 4 alla lunghezza d dell'altra diagonale.

61. Legge che lega le lunghezze d e h delle diagonali di un rombo di area 12.

62. Legge che lega le lunghezze b e h dei due lati di un rettangolo di area 6.

63. Legge che lega le lunghezze b e h dei due lati di un rettangolo di perimetro 6.

64. Legge che lega l'area S e la lunghezza h dell'altezza di un triangolo con la base lunga 6.

65. Legge che lega l'area S e la lunghezza h dell'altezza di un trapezio con le basi lunghe 6 e 2.

66. Legge che lega l'area S e la lunghezza b della base minore di un trapezio con la base maggiore lunga 6 e l'altezza lunga 2.

67. Legge che lega le lunghezze b e B delle basi di un trapezio con l'altezza lunga 2 e l'area che vale 8.

68. Legge che lega la superficie S del tetraedro regolare alla lunghezza b del lato.
[*La superficie del tetraedro regolare è costituita da 4 triangoli equilateri; vedi il primo volume, p. 153*]

69. Legge che lega la superficie S dell'ottaedro regolare alla lunghezza b del lato.
[*La superficie dell'ottaedro regolare è costituita da 8 triangoli equilateri; vedi il primo volume, p. 153*]

70. Legge che lega la superficie S dell'icosaedro regolare alla lunghezza b del lato.
[*La superficie dell'icosaedro regolare è costituita da 20 triangoli equilateri; vedi il primo volume, p. 153*]

71. Legge che lega il lato di base b all'altezza h di un parallelepipedo con la base quadrata e la superficie laterale che vale 8.

72. Legge che lega l'altezza h alla superficie laterale S di un parallelepipedo con la base che è un quadrato con il lato lungo 1.

73. Legge che lega la superficie laterale S di un parallelepipedo con l'altezza lunga 1 alla lunghezza b del lato della base quadrata.

74. Legge che lega la superficie totale S all'altezza h di un parallelepipedo con la base che è un quadrato con il lato lungo 1.

75. Legge che lega l'altezza h al volume V di un parallelepipedo con la base che è un quadrato con il lato lungo 1.

76. Legge che lega la lunghezza b del lato di base al volume V di un parallelepipedo a base quadrata e con l'altezza lunga 1.

77. Legge che lega l'altezza h e la lunghezza b del lato di base di un parallelepipedo a base quadrata e il cui volume vale 1.

Leggi matematiche suggerite dalle scienze sperimentali

Gli esercizi dal n. **78** *al n.* **90** *propongono leggi matematiche suggerite prevalentemente dalla fisica; le grandezze menzionate in queste leggi sono tutte misurate nel sistema di unità di misura internazionale (S.I.).*

17. Esaminando il movimento di un corpo, che percorre una traiettoria rettilinea con velocità costante v, si trova che la distanza s dal punto di partenza varia al variare del tempo t secondo la legge:

$$s=vt$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. in una gara di atletica, un velocista percorre un tratto di pista rettilinea alla velocità $v=8$; scrivere la legge che lega s e t considerando costante la velocità, rappresentarla sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
b. più velocisti percorrono una pista rettilinea lunga $s=100$, scrivere la legge che lega v e t, rappresentarla sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

18. Il movimento di un corpo lasciato cadere nelle vicinanze della Terra, trascurando la resistenza dell'aria, è regolato le seguenti leggi:

a. la velocità istantanea v è legata al tempo t dalla legge $v=9{,}8t$;
b. la distanza s dal punto di partenza è legata al tempo t dalla legge $s=4{,}9t^2$.

Rappresentare le due leggi sul piano cartesiano e riconoscere di che leggi si tratta.

19. Esaminando il movimento di un sasso lanciato in direzione verticale con una velocità iniziale di 20 m/s, si trovano, trascurando la resistenza dell'aria, le seguenti leggi:

a. se la velocità iniziale è verso il basso, la velocità istantanea v è legata al tempo t dalla legge:

$$v=9{,}8t+20$$

b. se la velocità iniziale è verso l'alto, la velocità istantanea v è legata al tempo t dalla legge:

$$v=9{,}8t-20$$

Rappresentare le due leggi sul piano cartesiano e riconoscere di che leggi si tratta.

20. In base al secondo principio della dinamica, una forza costante imprime ad un corpo di massa m un'accelerazione a, legata alla forza f dalla legge:

$$f=ma$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega la forza all'accelerazione impressa ad un corpo con la massa $m=2$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
b. scrivere la legge che lega l'accelerazione alla massa di vari corpi soggetti tutti ad una stessa forza $f=4$.

21. Studiando le oscillazioni di un pendolo, si trova che la lunghezza L del filo e il periodo T (cioè la durata di un'oscillazione completa) sono legate dalla seguente legge:

$$L=0{,}25T^2$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. rappresentare la legge sul piano cartesiano e stabilire di che legge si tratta;
b. determinare la lunghezza del filo per avere un pendolo che «batte i secondi».

83. La lunghezza di un filo di acciaio varia al variare della temperatura secondo la legge:

$$L'=10^{-5}LT+L$$

dove:

• L è la lunghezza del filo alla temperatura di 0°;

• L' è la lunghezza alla temperatura di T ° C (vedere il primo volume, p. 283).

Scrivere la legge che lega la lunghezza L' alla temperatura T di una sbarra lunga 10 m, rappresentarla sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

84. La lunghezza di una molla fissata ad un estremo varia al variare del peso applicato all'estremo libero secondo la legge:

$$L'=10^{-2}Lp+L$$

dove L è la lunghezza iniziale della molla e L' è la lunghezza che la molla assume quando vi è appesa una massa che ha un peso p.

Scrivere la legge che lega la lunghezza L' al peso p di una molla lunga 10^{-1}, rappresentarla sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

85. La pressione P, il volume V e la temperatura T di un gas perfetto variano, a partire da opportune condizioni iniziali, seguendo la legge:

$$PV=T$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega la pressione al volume di un gas che rimane alla temperatura $T=10°$ C;

b. scrivere la legge che lega la pressione alla temperatura di un gas che mantiene fisso il volume $V=0,5$;

c. scrivere la legge che lega il volume alla temperatura di un gas che mantiene fissa la pressione $P=2$.

86. L'energia cinetica E di un corpo è legata alla massa m e alla velocità v del corpo dalla seguente legge:

$$E=\frac{1}{2}mv^2$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega l'energia cinetica alla velocità di un corpo che ha la massa $m=2$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;

b. scrivere la legge che lega l'energia cinetica alla massa di un corpo che si muove con velocità $v=2$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;

c. scrivere la legge che lega la massa alla velocità di un corpo che ha un'energia cinetica $E=2$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

22. La forza F esercitata dal vento su una pala di un generatore eolico è legata alla velocità v del vento e all'area A della pala dalla seguente legge:

$$F=Av^2$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega F a v nel caso di una pala che ha l'area $A=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;

b. scrivere la legge che lega F a A nel caso in cui la velocità del vento è $v=10$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;

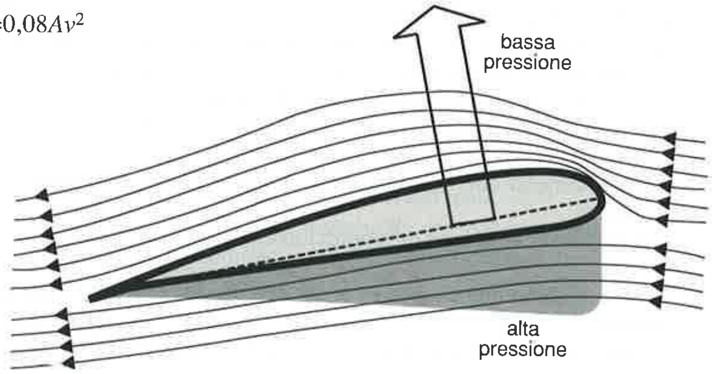
c. scrivere la legge che lega A a v, nel caso in cui su pale diverse agisce la stessa forza $F=10$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

88. La fig. 1 spiega sinteticamente perché un aereo riesce a volare: quando un'ala si muove con una certa velocità, si genera sopra l'ala una zona di bassa pressione e sotto l'ala una zona di alta pressione; a queste diverse pressioni è dovuta la *portanza*, una forza che si oppone al peso dell'aereo. È chiaro che un aereo si mantiene in volo solo se la portanza bilancia proprio il suo peso; perciò, per progettare un aereo è indispensabile sapere da quali grandezze dipende la portanza di un'ala.

Si è trovato che la portanza F di un'ala è legata all'area A e alla velocità v dell'ala dalla legge:

$F=0{,}08Av^2$

Figura 1



Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega F a A nel caso in cui la velocità dell'ala è $v=100$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
b. scrivere la legge che lega F a v nel caso di un'ala che ha l'area $A=13$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
c. scrivere la legge che lega A a v, per avere su ali diverse la stessa portanza $F=8$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

89. Un corpo di massa m si muove lungo una circonferenza di raggio r ad una velocità costante v, sotto l'azione di una forza f, detta *forza centripeta*, che è data da:

$$f=m\frac{v^2}{r}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega f alla massa di un corpo che percorre una circonferenza col raggio $r=1$ alla velocità $v=2$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
b. scrivere la legge che lega la forza alla velocità di un corpo di massa $m=1$ che percorre una circonferenza col raggio $r=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
c. scrivere la legge che lega la forza al raggio della circonferenza percorsa da un corpo di massa $m=1$ che si muove alla velocità $v=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

90. Ancora a partire dalla forza centripeta descritta nell'esercizio 89, risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere la legge che lega la massa alla velocità di un corpo che percorre una circonferenza col raggio $r=1$, sotto l'azione di una forza $f=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
b. scrivere la legge che lega il raggio della circonferenza alla velocità di un corpo di massa $m=1$ che si muove sotto l'azione di una forza $f=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta;
c. scrivere la legge che lega il raggio della circonferenza alla massa di un corpo che si muove alla velocità $v=2$ sotto l'azione di una forza $f=1$, rappresentare la legge sul piano cartesiano e riconoscere di che legge si tratta.

Leggi crescenti e leggi decrescenti

91. Spiegare perché le seguenti frasi sono sbagliate e correggerne gli errori:
a. «Il volume di un cubo cresce al crescere del lato, perciò il volume di un cubo è direttamente proporzionale al lato»;
b. «La superficie di un cubo cresce al crescere del lato, perciò la superficie di un cubo è direttamente proporzionale al lato».

92. Fra le frasi seguenti individuare quella sbagliata, motivando la scelta:
a. «In più rettangoli di uguale perimetro al crescere di un lato l'altro lato diminuisce, perciò i due lati sono inversamente proporzionali»;
b. «In più rettangoli di uguale area al crescere di un lato l'altro lato diminuisce, perciò i due lati sono inversamente proporzionali».

93. Portare almeno due esempi di leggi crescenti che non siano di proporzionalità diretta.
Si può trovare una legge di proporzionalità diretta che non sia crescente?

94. Portare almeno due esempi di leggi decrescenti che non siano di proporzionalità inversa.
Si può trovare una legge di proporzionalità inversa che non sia decrescente?

Su parabola e iperbole

95. A partire dalla funzione assegnata con la sola formula

$$y=x^2$$

risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare il dominio della funzione e tracciarne il grafico;
b. dire quale nome si dà alla curva e scrivere le coordinate del suo vertice.

96. A partire dalla funzione assegnata con la sola formula

$$y=\frac{1}{x}$$

risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare il dominio della funzione e tracciarne il grafico;
b. dire quale nome si dà alla curva e scrivere le equazioni dei suoi asintoti.

97. A partire dalla funzione assegnata con la sola formula

$$y=2x$$

risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare il dominio della funzione e tracciarne il grafico;
b. spiegare perché il grafico ottenuto non è una parabola.

98. A partire dalla funzione assegnata con la sola formula

$$y=\frac{1}{x^2}$$

risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare il dominio della funzione e tracciarne il grafico;
b. spiegare perché il grafico ottenuto non è un'iperbole.

99. Rappresentare sul piano cartesiano la legge che lega l'area del quadrato al suo lato e spiegare perché si ottiene solo un arco di parabola.

100. Rappresentare sul piano cartesiano la legge che lega i due lati di un rettangolo di area 1 e spiegare perché si ottiene solo un ramo di iperbole.

Curve e funzioni

101. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni costruite con la formula $y=x^2$:
- I. scegliendo come dominio l'insieme R dei reali;
- II. scegliendo come dominio l'insieme R^- dei reali negativi;
- III. scegliendo come dominio l'insieme Z degli interi.

102. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni costruite con la formula $y=\frac{1}{x}$:
- I. scegliendo come dominio l'insieme R_0 dei reali escluso zero;
- II. scegliendo come dominio l'insieme R^- dei reali negativi;
- III. scegliendo come dominio l'insieme Z_0 degli interi escluso zero.

103. Tracciare il grafico delle seguenti tre funzioni costruite con la formula $y=3x$:
- I. scegliendo come dominio l'insieme R dei reali;
- II. scegliendo come dominio l'insieme R^+ dei reali positivi;
- III. scegliendo come dominio l'insieme Z^+ degli interi positivi.

Rispondere quindi ai seguenti quesiti:
- a. quale delle tre funzioni descrive la legge che lega la lunghezza x del lato di un triangolo equilatero alla lunghezza y del suo perimetro?
- b. quale delle tre funzioni descrive la legge che lega il numero y di zampe al numero x di tavolini a tre zampe che produce una fabbrica?

104. Tracciare il grafico delle seguenti tre funzioni costruite con la formula $y=4x$:
- I. scegliendo come dominio l'insieme R dei reali;
- II. scegliendo come dominio l'insieme R^+ dei reali positivi;
- III. scegliendo come dominio l'insieme Z^+ degli interi positivi.

Rispondere quindi ai seguenti quesiti:
- a. quale delle tre funzioni descrive la legge che lega la lunghezza x del lato di un quadrato alla lunghezza y del suo perimetro?
- b. quale delle tre funzioni descrive la legge che lega il numero y di pneumatici al numero x di automobili che produce una fabbrica?

105. Rappresentare sul piano cartesiano le seguenti formule:

$y=-2$ $\qquad$ $y=-2x$ $\qquad$ $y=x-2$ $\qquad$ $x=-2$

Indicare la formula che descrive una funzione motivando la scelta.

106. Disegnare sul piano cartesiano la circonferenza che ha per centro l'origine e il cui raggio vale 2.
Risolvere i seguenti quesiti:
- a. spiegare perché la circonferenza non è il grafico di una funzione;
- b. determinare le due funzioni che descrivono la circonferenza e tracciarne il grafico.

107. Disegnare sul piano cartesiano la curva d'equazione:

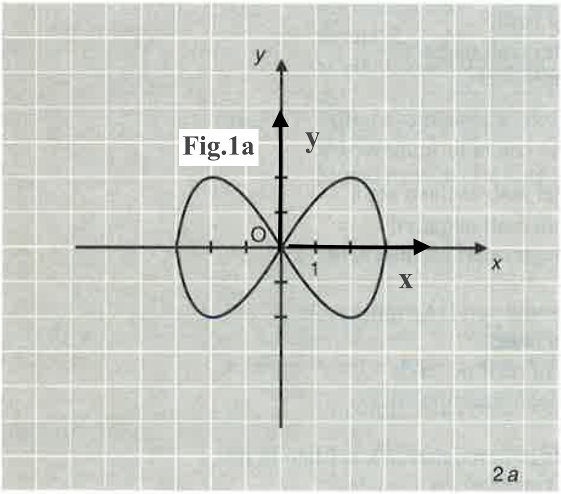
$$x^2+y^2=2$$

Risolvere i seguenti quesiti:
a. spiegare perché la curva non è il grafico di una funzione;
b. determinare le due funzioni che descrivono la circonferenza e tracciarne il grafico.

108. Esaminare le due curve rappresentate in fig. 2 e risolvere i seguenti quesiti:
a. indicare quale delle due rappresenta il grafico di una funzione, motivando la scelta;
b. determinare dominio e codominio della funzione.

109. Ripetere l'esercizio 108 a partire dalla fig. 3.

Figura 2



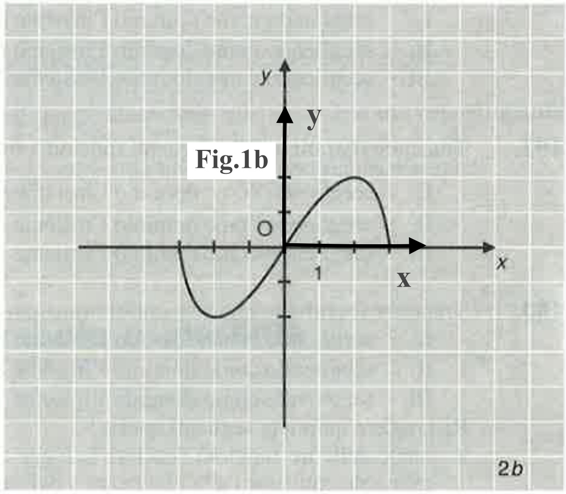
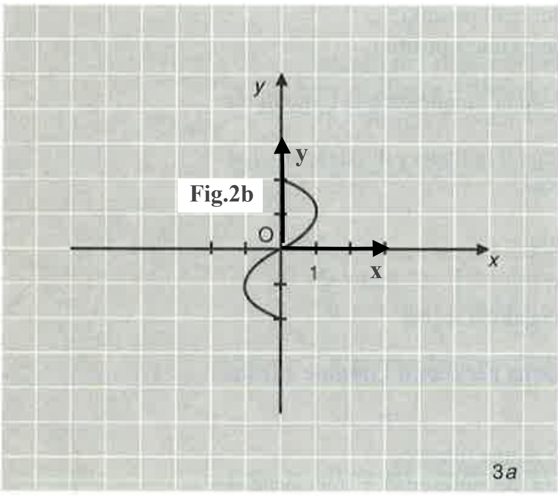
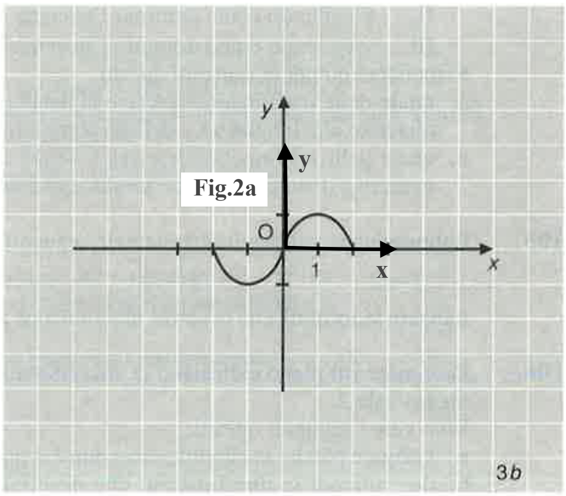


Figura 3



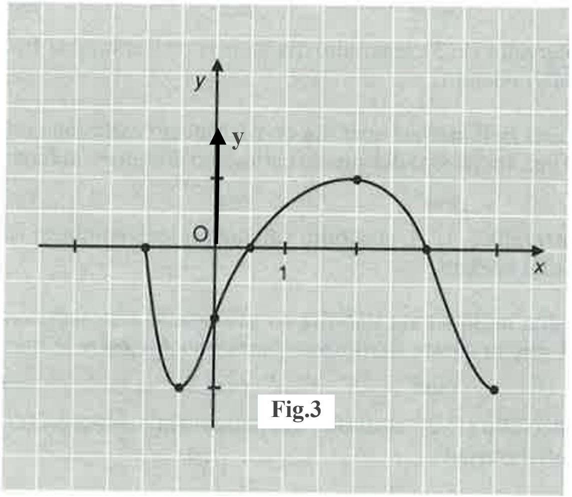


110. Esaminare la fig. 4, che rappresenta il grafico di una funzione, e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare dominio e codominio della funzione;
b. completare la tabella indicata nella figura.

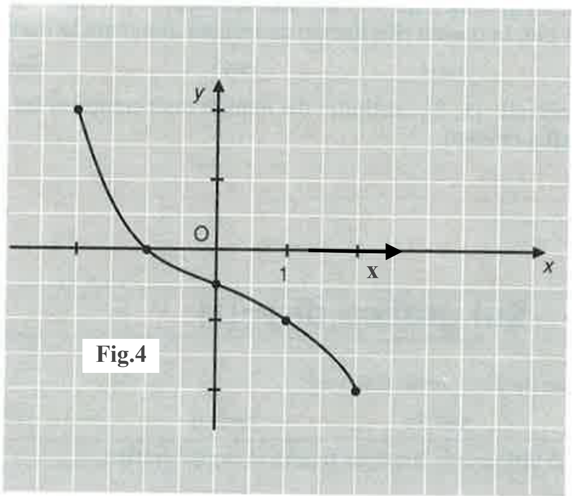
111. Ripetere l'esercizio 110 a partire dalla fig. 5.

Figura 4



x	y
-1	
0	
$\frac{1}{2}$	
	1
3	
4	

Figura 5



x	y
-2	
	0
0	
	-1
2	

Sul grafico delle funzioni $y=x^n$

112. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 10 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x$ $\qquad y=x^2$ $\qquad y=x^3$ $\qquad y=x^4$

con dominio l'intervallo [0; 1], costituito dai numeri reali compresi fra 0 e 1. Confrontare i grafici ottenuti.

113. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 0,1 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x$ $\qquad y=x^2$ $\qquad y=x^3$ $\qquad y=x^4$

con dominio l'intervallo [1; 3], costituito dai numeri reali compresi fra 1 e 3. Confrontare i grafici ottenuti.

114. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 10 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x^2$ $\qquad y=x^4$ $\qquad y=x^6$ $\qquad y=x^8$

con dominio l'intervallo [–1; 1], costituito dai numeri reali compresi fra –1 e 1. Confrontare i grafici ottenuti.

115. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 0,1 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x^2$ $\qquad y=x^4$ $\qquad y=x^6$ $\qquad y=x^8$

con dominio l'intervallo [1; 2], costituito dai numeri reali compresi fra 1 e 2. Confrontare i grafici ottenuti.

116. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 10 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x$ $\qquad y=x^3$ $\qquad y=x^5$ $\qquad y=x^7$

con dominio l'intervallo [–1; 1], costituito dai numeri reali compresi fra –1 e 1. Confrontare i grafici ottenuti.

117. Su un foglio di carta millimetrata stabilire un riferimento cartesiano con l'unità di misura lunga 0,1 cm. In questo riferimento cartesiano disegnare le funzioni:

$y=x$ $\qquad y=x^3$ $\qquad y=x^5$ $\qquad y=x^7$

con dominio l'intervallo [1; 2], costituito dai numeri reali compresi fra 1 e 2. Confrontare i grafici ottenuti.

Sul grafico di $y=|x|$

118. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=2x$ $\qquad y=-2x$ $\qquad y=|2x|$ $\qquad y=2|x|$

Spiegare perché le ultime due funzioni hanno lo stesso grafico.

119. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x+1$ $\qquad y=-(x+1)$ $\qquad y=|x+1|$

120. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x+1$ $\qquad$ $y=-x+1$ $\qquad$ $y=|x|+1$

121. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x-1$ $\qquad$ $y=-(x-1)$ $\qquad$ $y=|x-1|$

122. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x-1$ $\qquad$ $y=-x-1$ $\qquad$ $y=|x|-1$

123. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=2x+3$ $\qquad$ $y=-(2x+3)$ $\qquad$ $y=|2x+3|$

124. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=2x+3$ $\qquad$ $y=-2x+3$ $\qquad$ $y=2|x|+3$

125. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=3x-4$ $\qquad$ $y=-(3x-4)$ $\qquad$ $y=|3x-4|$

126. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=3x-4$ $\qquad$ $y=-3x-4$ $\qquad$ $y=3|x|-4$

127. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x^2$ $\qquad$ $y=|x^2|$ $\qquad$ $y=|x|^2$

Spiegare perché le tre funzioni hanno lo stesso grafico.

128. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$y=x^3$ $\qquad$ $y=|x^3|$ $\qquad$ $y=|x|^3$

Spiegare perché le ultime due funzioni hanno stesso grafico, che però è diverso da quello della prima funzione.

129. Tracciare il grafico della seguente funzione:

$y=|x|+x$

[*La funzione è definita nel modo seguente: per* $x\geq 0$ $y=x+x=$...*per* $x<0$ $y=-x+x=$...]

130. Dopo aver svolto l'esercizio 129, tracciare il grafico della funzione:

$y=|x|-x$

131. Tracciare il grafico della seguente funzione, dopo averne determinato il dominio:

$$y=\frac{|x|}{x}$$

[*La funzione è definita nel modo seguente: per* $x>0$ $y=\frac{x}{x}=$....*per* $x<0$ $y=\frac{-x}{x}=$...]

Sul riferimento polare

132. Disegnare sul piano un riferimento polare e indicarvi i seguenti punti:

A(1, 45°) B(2, 45°) C(3, 45°) D(5, 45°)

Spiegare perché tutti i punti si trovano su una stessa semiretta di origine O e scrivere l'equazione della semiretta.

133. Ripetere l'esercizio 132 a partire dai seguenti punti:

A(2, 60°) B(4, 60°) C(6, 60°) D(8, 60°)

134. Ripetere l'esercizio 132 a partire dai seguenti punti:

A(1, 120°) B(2, 120°) C(3, 120°) D(4, 120°)

135. Ripetere l'esercizio 132 a partire dai seguenti punti:

A(2, 240°) B(4, 240°) C(6, 240°) D(8, 240°)

136. Ripetere l'esercizio 132 a partire dai seguenti punti:

A(1, 300°) B(3, 300°) C(5, 300°) D(7, 300°)

Scrivere le equazioni delle semirette di origine O assegnate negli esercizi dal n. **137** al n. **140**.

137. Semiretta a, che passa per A(1, 30°).

138. Semiretta b, che passa per B(2, 150°).

139. Semiretta c, che passa per C(3, 210°).

140. Semiretta d, che passa per D(4, 330°).

141. In un riferimento polare disegnare quattro semirette di origine O e scriverne l'equazione.

142. Disegnare sul piano un riferimento polare ed indicarvi i seguenti punti:

A(3, 30°) B(3, 150°) C(3, 210°) D(3, 330°)

Spiegare perché tutti i punti si trovano su una stessa circonferenza di centro O e scrivere l'equazione della circonferenza.

143. Ripetere l'esercizio 142 a partire dai seguenti punti:

A(2, 60°) B(2, 120°) C(2, 240°) D(2, 300°)

144. Ripetere l'esercizio 142 a partire dai seguenti punti:

A(4, 90°) B(2, 180°) C(3, 270°) D(4, 360°)

145. Ripetere l'esercizio 142 a partire dai seguenti punti:

A(2, 45°) B(4, 135°) C(6, 225°) D(8, 315°)

146. Ripetere l'esercizio 142 a partire dai seguenti punti:

A(1, 20°) B(3, 160°) C(5, 200°) D(7, 340°)

Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro O assegnate negli esercizi dal n. **147** al n. **150**.

147. Circonferenza a, che passa per A(1, 30°).

148. Circonferenza b, che passa per B(2, 150°).

149. Circonferenza c, che passa per C(3, 210°).

150. Circonferenza d, che passa per D(4, 330°).

151. In un riferimento polare disegnare quattro circonferenze con il centro nell'origine O e scriverne l'equazione.

152. Disegnare su un foglio un riferimento cartesiano e le seguenti linee:
- le linee di equazione $x=a$, con $a=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$;
- le linee di equazione $y=b$, con $b=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Disegnare su un altro foglio un riferimento polare e le seguenti linee:
- le linee di equazione $r=h$, con $h=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$;
- le linee di equazione $\alpha=k$, con $k=0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°$.

Confrontare i due disegni, rispondendo ai seguenti quesiti:

a. in un riferimento cartesiano una linea di equazione $x=a$ ed una linea di equazione $y=b$ sono fra loro perpendicolari; che cosa si può dire nel riferimento polare di due linee d'equazione $r=h$ e $\alpha=k$?

b. in un riferimento cartesiano due linee d'equazione $x=a$ sono fra loro parallele; che cosa si può dire nel riferimento polare di due linee d'equazione $r=h$?

c. in un riferimento cartesiano due linee d'equazione $y=b$ sono fra loro parallele; che cosa si può dire nel riferimento polare di due linee d'equazione $\alpha=k$?

153. Nel riferimento polare di fig. 6 disegnare la spirale d'equazione:

$$r=\frac{1}{40}\alpha$$

154. In riferimenti polari analoghi a quello di fig. 6 disegnare le spirali d'equazione:

$$r=\alpha \qquad\qquad r=\frac{1}{5}\alpha$$

Figura 6