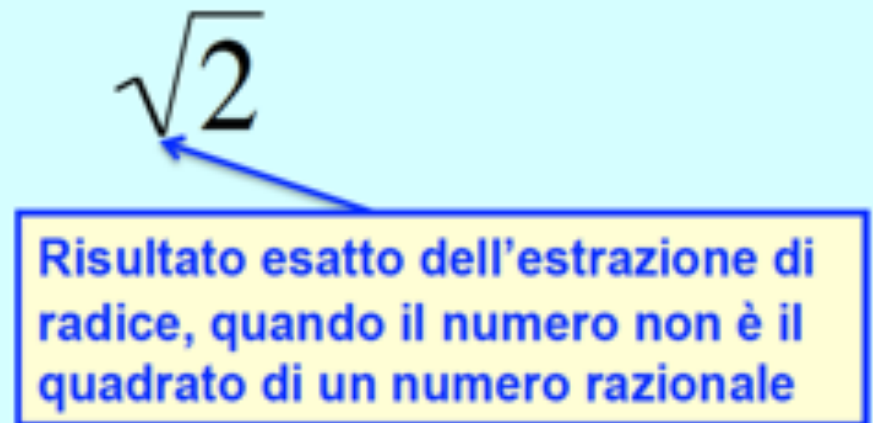


Potenze ad esponente frazionario

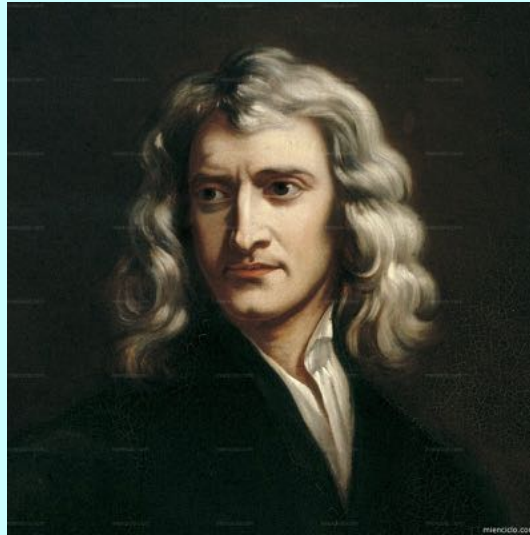
Difficoltà dei radicali

La scrittura dei radicali pone varie difficoltà, come ad esempio:

1. In matematica, il simbolo $\sqrt{\quad}$ viene usato con due significati diversi da distinguere



2. Quando si usano computer e calcolatrici, alcuni software non utilizzano il simbolo di radicale.



Un'idea di Newton

Un'idea di Newton porta a ridurre queste difficoltà: introdurre nuovi simboli legati all'elevazione a potenza.

L'idea di Newton

Alla fine del 1600 Newton estende l'elevazione a potenza . Ecco l'idea.

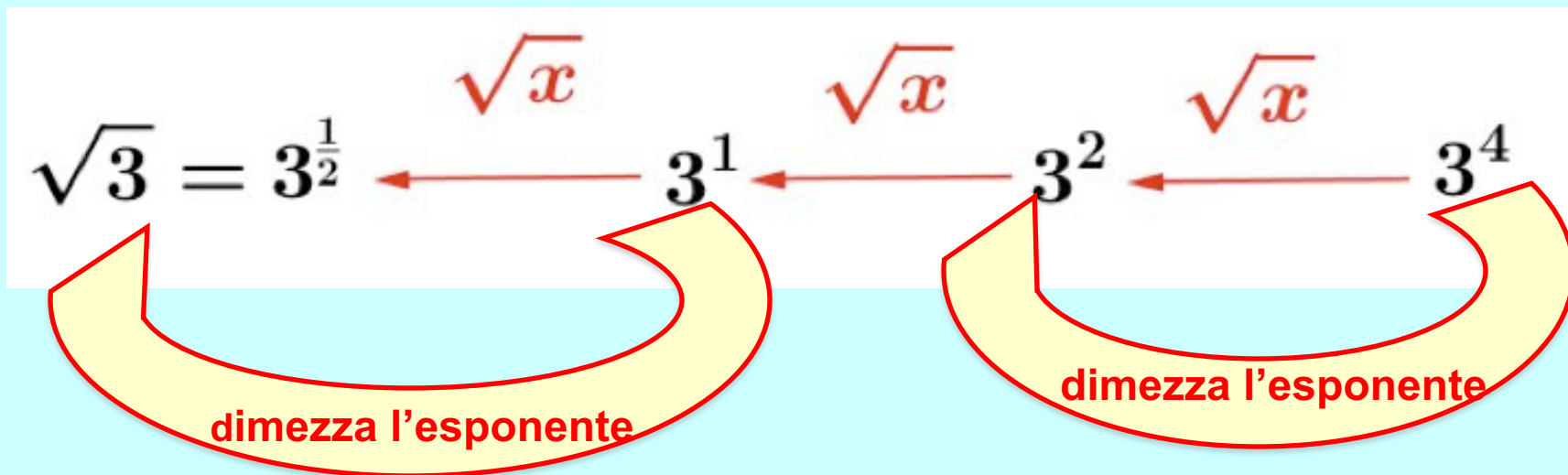
Che succede se ripeto l'elevazione al quadrato?

$$3 \xrightarrow{x^2} 3^2 \xrightarrow{x^2} (3^2)^2 = 3^{(2 \times 2)} = 3^4$$

L'esponente raddoppia

Le potenze ad esponente frazionario

Che succede se 'torno indietro' con l'estrazione di radice quadrata?



L'estrazione di radice quadrata ha l'effetto di dimezzare l'esponente

Le potenze ad esponente frazionario

L'estrazione di radice quadrata divide per 2 l'esponente.
E così, l'estrazione di radice cubica divide per 3 l'esponente.
E comincio a scrivere.

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}} \quad \sqrt{3^5} = 3^{\frac{5}{2}} \dots$$

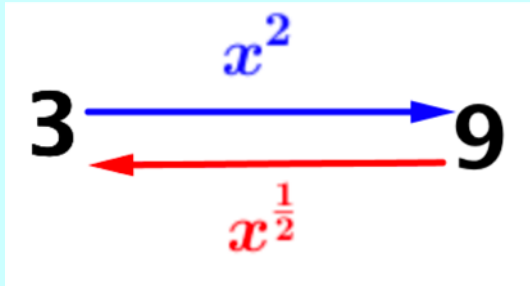
In generale

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

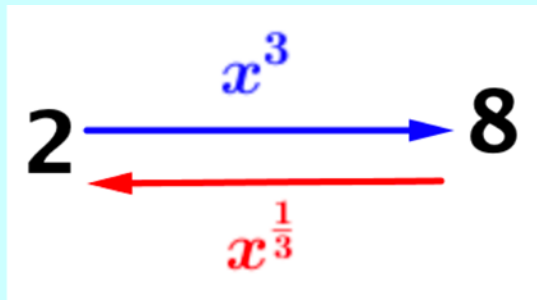
Se nel radicale non compare n , è sottinteso $n = 2$.
Se nel radicale non compare p , è sottinteso $p = 1$

In questa lezione penso di sostituire alla lettera a solo numeri reali positivi.

Nuovi simboli per estrazione di radice



$$9^{\frac{1}{2}} = 3$$



$$8^{\frac{1}{3}} = 2$$

Un'analogia

La divisione dai numeri naturali ai razionali

$$15:3 = 5$$

$$4:3 \begin{cases} = \frac{4}{3} & \text{risultato esatto} \\ \cong 1,33 & \text{risultato approssimato} \end{cases}$$

L'estrazione di radice dai numeri razionali agli irrazionali

$$\frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = 3$$

$$3^{\frac{1}{2}} \begin{cases} = \sqrt{3} & \text{risultato esatto} \\ \cong 1,73 & \text{risultato approssimato} \end{cases}$$

Linguaggio matematico

Negli sviluppi successivi della matematica e del suo linguaggio, gli esponenti frazionari si diffondono, ma non sostituiscono il simbolo $\sqrt{\quad}$, anche per indicare l'operazione di estrazione di radice.

Così troviamo nei testi e nelle applicazioni entrambi i simboli: in ogni situazione si sceglie quello che rende più agevoli la scrittura, i calcoli, le dimostrazioni, ...