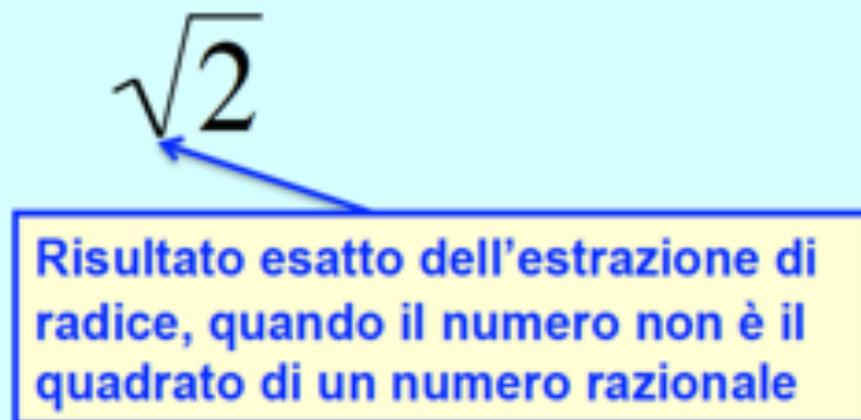
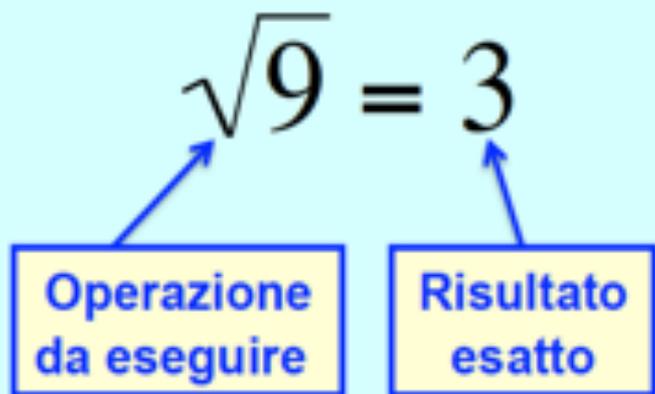


# Potenze ad esponente frazionario

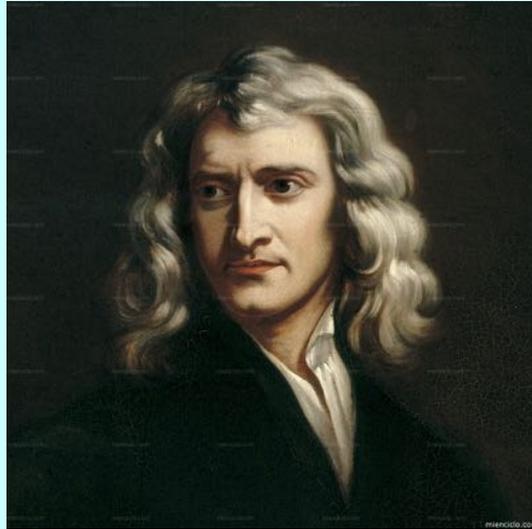
# Difficoltà dei radicali

La scrittura dei radicali pone varie difficoltà, come ad esempio:

1. In matematica, il simbolo  $\sqrt{\quad}$  viene usato con due significati diversi da distinguere



2. Quando si usano computer e calcolatrici, alcuni software non utilizzano il simbolo di radicale.



## Un'idea di Newton

**Un'idea di Newton porta a ridurre queste difficoltà: introdurre nuovi simboli legati all'elevazione a potenza.**

# L'idea di Newton

Alla fine del 1600 Newton estende l'elevazione a potenza . Ecco l'idea.

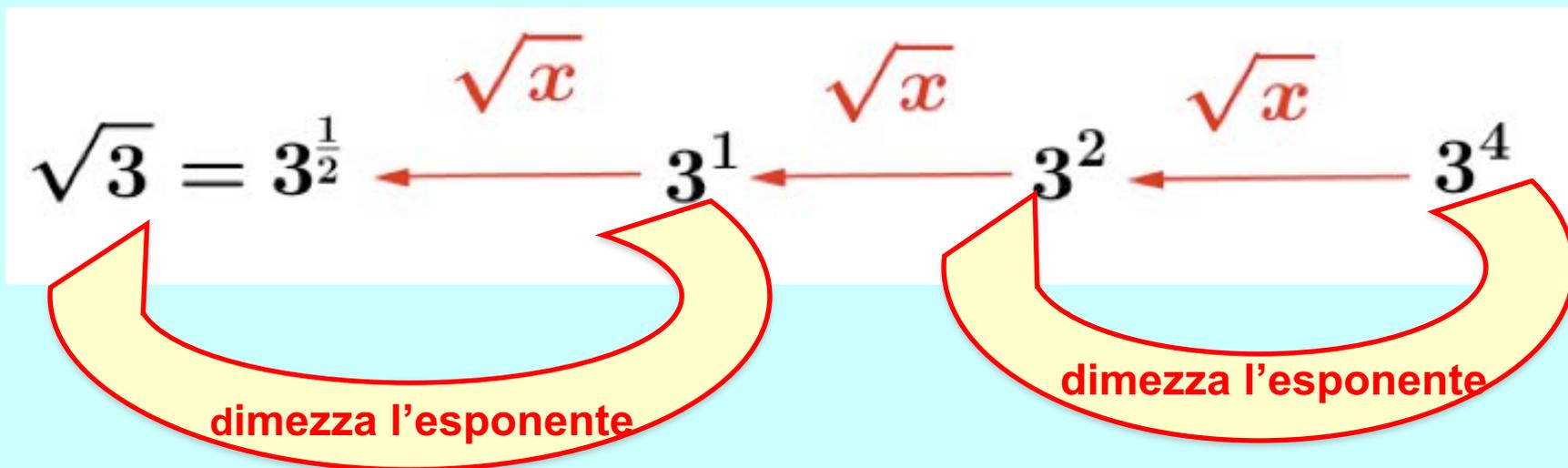
**Che succede se ripeto l'elevazione al quadrato?**

$$3 \xrightarrow{x^2} 3^2 \xrightarrow{x^2} (3^2)^2 = 3^{(2 \times 2)} = 3^4$$

L'esponente raddoppia

# Le potenze ad esponente frazionario

Che succede se 'torno indietro' con l'estrazione di radice quadrata?



L'estrazione di radice quadrata ha l'effetto di dimezzare l'esponente

# Le potenze ad esponente frazionario

L'estrazione di radice quadrata divide per 2 l'esponente.  
E così, l'estrazione di radice cubica divide per 3 l'esponente.  
E comincio a scrivere.

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}} \quad \sqrt{3^5} = 3^{\frac{5}{2}} \dots$$

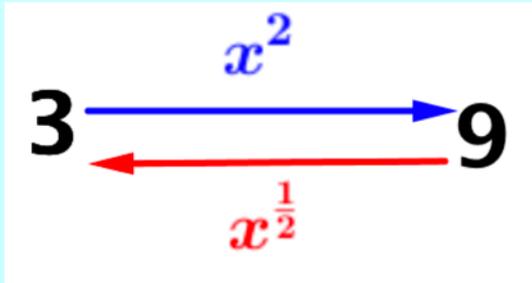
In generale

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

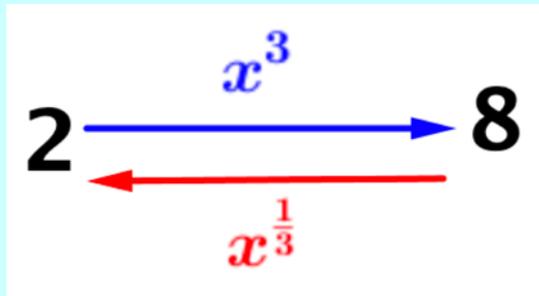
**Se nel radicale non compare  $n$ , è sottinteso  $n = 2$ .**  
**Se nel radicale non compare  $p$ , è sottinteso  $p = 1$**

In questa lezione penso di sostituire alla lettera  $a$  solo numeri reali positivi.

# Nuovi simboli per estrazione di radice



$$9^{\frac{1}{2}} = 3$$



$$8^{\frac{1}{3}} = 2$$

# Un'analogia

La divisione dai numeri naturali ai razionali

$$15:3 = 5$$

$$4:3 \begin{cases} = \frac{4}{3} & \text{risultato esatto} \\ \cong 1,33 & \text{risultato approssimato} \end{cases}$$

L'estrazione di radice dai numeri razionali agli irrazionali

$$\frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = 3$$

$$3^{\frac{1}{2}} \begin{cases} = \sqrt{3} & \text{risultato esatto} \\ \cong 1,73 & \text{risultato approssimato} \end{cases}$$

# Linguaggio matematico

**Negli sviluppi successivi della matematica e del suo linguaggio, gli esponenti frazionari si diffondono, ma non sostituiscono il simbolo  $\sqrt{\quad}$ , anche per indicare l'operazione di estrazione di radice.**

**Così troviamo nei testi e nelle applicazioni entrambi i simboli: in ogni situazione si sceglie quello che rende più agevoli la scrittura, i calcoli, le dimostrazioni, ...**