Differenziale e approssimazione lineare. Attività

Differenziale** di $y = f(x)$ in $x = a$: **$df = f'(a)h$

1. Data $f(x) = x^2$ e il suo punto P di ascissa $a = 1$, completa le risposte ai seguenti quesiti:

a. calcola la variazione Δf e il differenziale df, corrispondenti ad un incremento h;

$f(x) = \ldots\ldots$ $f(1) = \ldots\ldots$ $f(1 + h) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$f'(x) = \ldots\ldots$ $f'(1) = \ldots\ldots$

$\Delta f = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$ df = …….

b. rappresenta Δf e df nella figura 1 qui sotto;

c. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di $f(1 + h) = (1 + h)^2$

$f(1 + h) = \Delta f + \ldots = \ldots\ldots$ valutazione approssimata $f(1 + h) =$ df + …. = ……

d. Valuta l'errore commesso applicando il differenziale e interpretalo geometricamente nella figura 2 qui sotto.

$\Delta f -$ df = ………

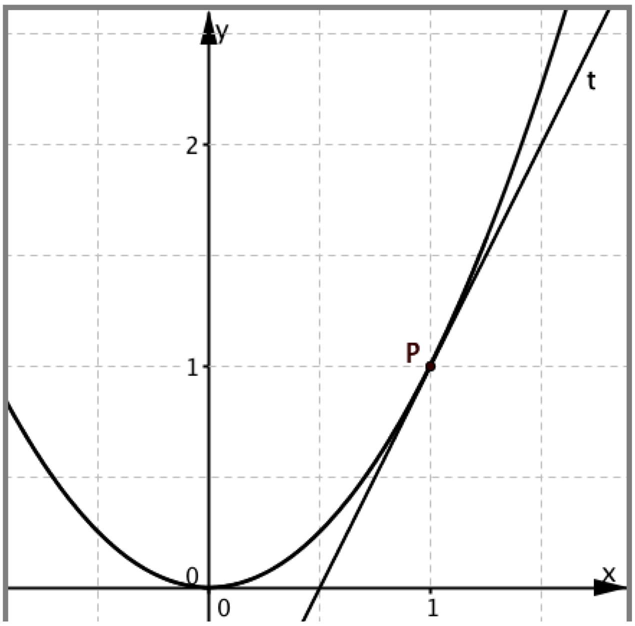

Figura 1

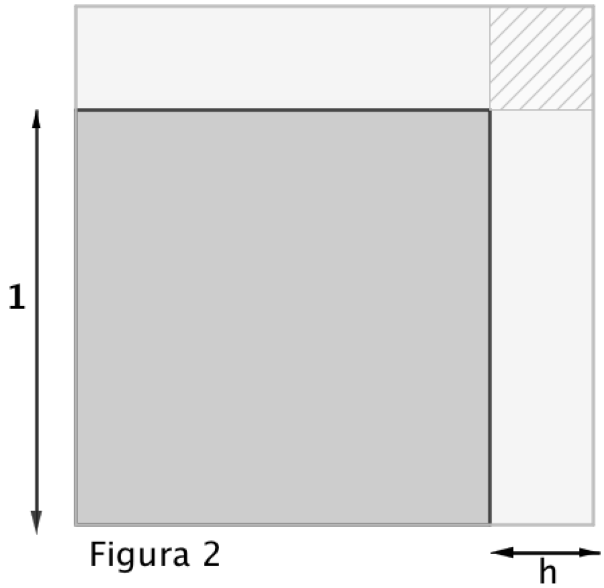

Figura 2

2. Una ditta deve produrre cubetti di marmo con il volume di 1cm^3 e l'errore tollerato sul volume è di $0{,}001\text{cm}^3$, ma posso misurare direttamente solo il lato. Come calcolo l'errore tollerato sul lato? Completa la risposta qui sotto.

Il volume V è legato alla lunghezza x dalla legge V = ……

Se il lato è lungo 1, il volume è ……..

Se indico con h l'errore tollerato sul lato, ho x = ………. e V = ………

L'errore nella misura del volume è ΔV = ……………..

Per avere l'errore tollerato sul lato, devo trovare h in modo che

–0,001 < ……….. < 0,001

Il calcolo non è immediato.

Ma trovo facilmente la risposta se approssimo ΔV con il differenziale dV = ………

Così da –0,001 < ……… < 0,001 divido i due membri per ….. e ricavo

………….. < h < …………..