

## Retta tangente e differenziale. Esercizi

Problemi che chiedono di applicare solo le regole di derivazione di somma e prodotto

### Regole di derivazione in sintesi

#### Algebra delle derivate

Funzione	Derivata
$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = g(x)$	$y' = g'(x)$
$y = f(x) + g(x)$	$y' = f'(x) + g'(x)$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

#### Derivate di funzioni elementari

Funzione	Derivata
$y = k$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin(x)$	$y' = \cos(x)$
$y = \cos(x)$	$y' = -\sin(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

### Equazione della retta tangente al grafico di una funzione derivabile

L'equazione della tangente al grafico di una funzione derivabile  $y = f(x)$  in suo punto A di ascissa  $a$  è data da:  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Completa il procedimento per risolvere il seguente problema guidato.

1. È data la funzione  $y = x^2 - 1$ . Risolvi i seguenti quesiti.

a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel suo punto A di ascissa 1.

**Sono dati:**  $f(x) = x^2 - 1$  e  $a = 1$

- Calcolo  $f(1) = \dots = \dots$

- Calcolo  $f'(1)$ :

$f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = \dots \Rightarrow f'(1) = \dots = \dots$

- Scrivo l'equazione della tangente:

$y - \dots = \dots (x - 1)$  ossia  $y = \dots$

b. Scrivi l'equazione della retta  $t_B$ , tangente al grafico della funzione nel suo punto A di ascissa 0.

**Sono dati:**  $f(x) = x^2 - 1$  e  $a = 0$

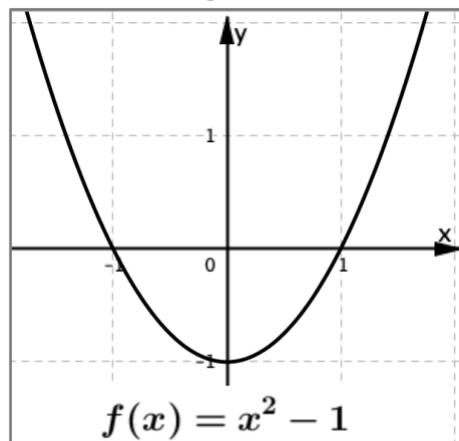
- Calcolo  $f(0) = \dots = \dots$

- Calcolo  $f'(0) = \dots$

- Scrivo direttamente l'equazione della tangente:  $y = \dots$

c. Completa la figura 1 a fianco con i punti A e B e il grafico delle tangenti in A e in B.

Fig. 1



2. È data la funzione  $y = x^3 - 1$ . Risolvi i seguenti quesiti.
- Scrivi l'equazione della tangente al grafico della funzione nel suo punto A di ascissa 1.
  - Scrivi l'equazione della tangente al grafico della funzione nel suo punto B di ascissa 0.
  - Completa la figura 2 qui sotto a sinistra con i punti A e B e i grafici delle tangenti in A e in B.
3. Scrivi le equazioni delle tangenti al grafico della funzione  $y = \frac{1}{8}x^4 - 2$  nel suo punto A di ascissa 0 e nel suo punto B di ascissa 2. Completa la figura 3 qui sotto a destra con i punti A e B e i grafici delle tangenti in A e in B.

Fig.2

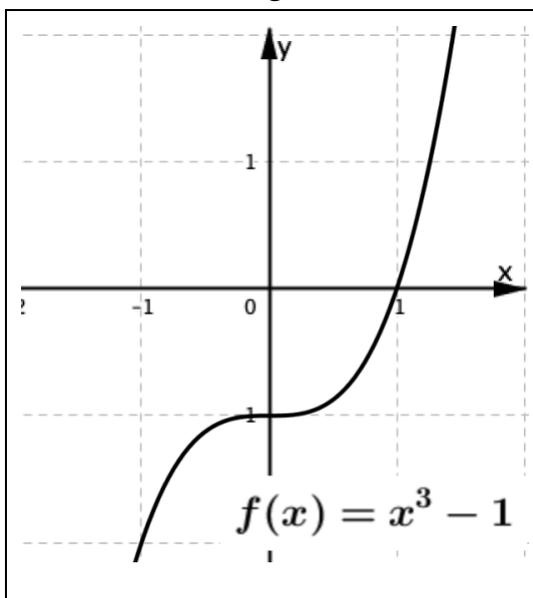
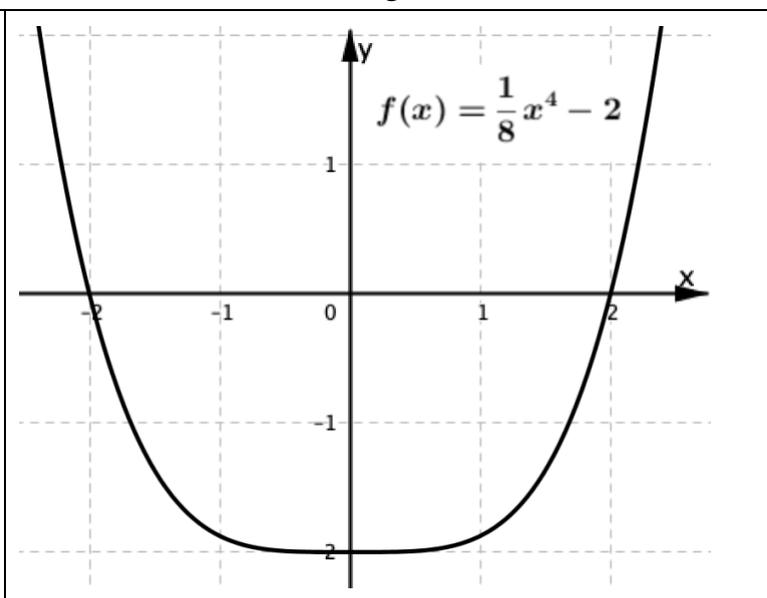


Fig.3



4. È data la funzione  $y = \sin(x)$ , rappresentata in fig.4 nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$ . Scrivi le equazioni delle tangenti al grafico della funzione nel suo punto O di ascissa 0 e nel suo punto B di ascissa  $\frac{\pi}{2}$ . Completa la figura 4 qui sotto a sinistra con i punti O e B e i grafici delle tangenti in O e in B.
5. È data la funzione  $y = \cos(x)$ , rappresentata in fig.5 nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$ . Scrivi le equazioni delle delle tangenti al grafico della funzione nel suo punto A di ascissa 0 e nel suo punto B di ascissa  $\frac{\pi}{2}$ . Completa la figura 5 qui sotto a destra con i punti A e B e i grafici delle tangenti in A e in B.

Fig. 4

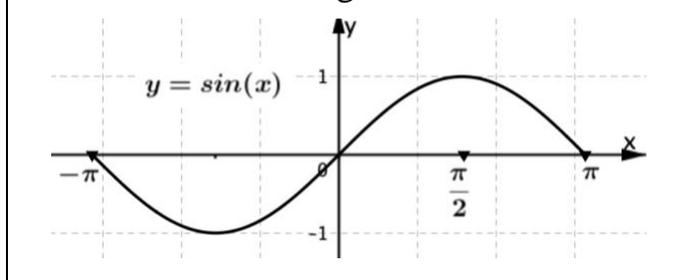
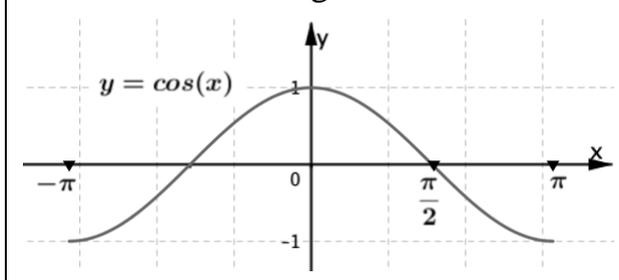
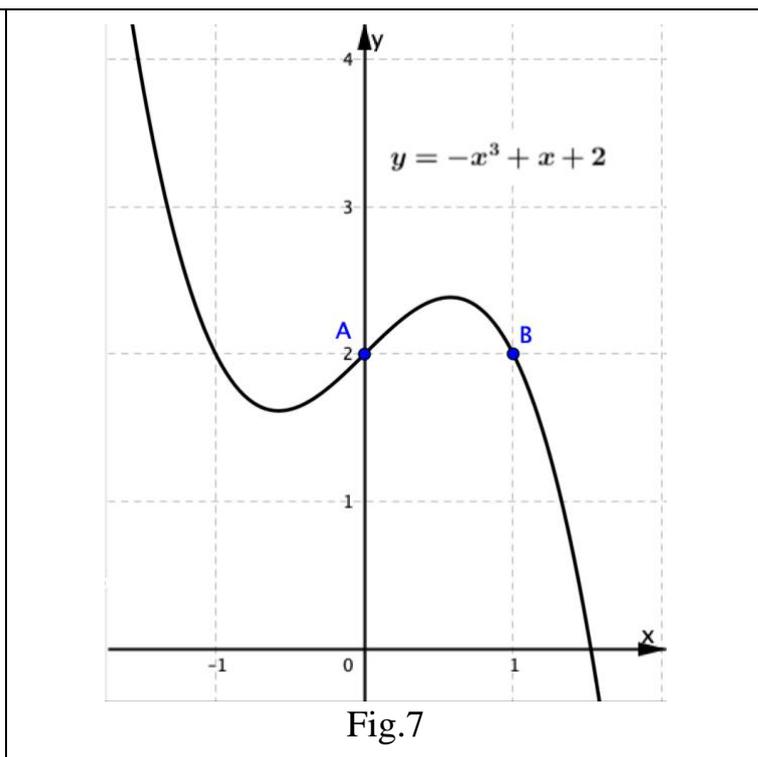
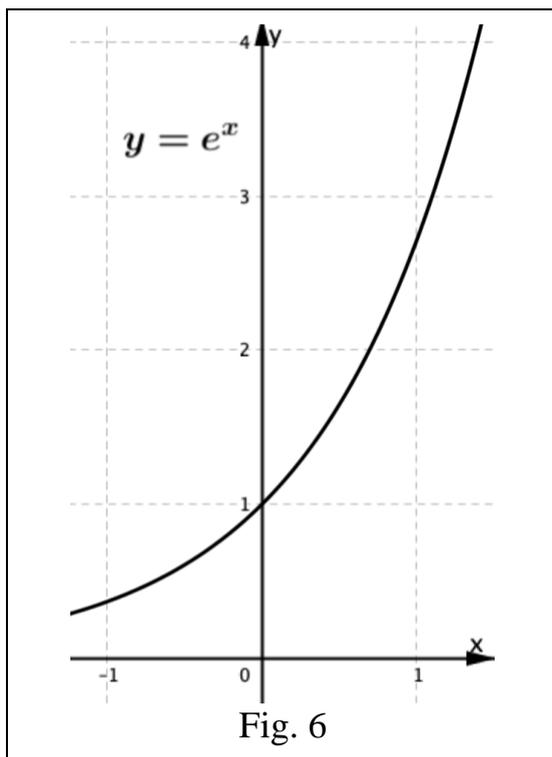


Fig.5



6. Scrivi l'equazione della tangente al grafico della funzione  $y = e^x$  nel suo punto A di ascissa 0. Completa la figura 6 qui sotto con il punto A e il grafico della tangente in A.
7. È data la curva, grafico della funzione  $f(x) = -x^3 + x + 2$ . Risolvi i seguenti quesiti:
- scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente alla curva nel suo punto A di ascissa 0;
  - scrivi l'equazione della retta  $t_B$ , tangente alla curva nel suo punto B di ascissa 1;
  - Completa la figura 7 qui sotto con il grafico delle tangenti  $t_A$  e  $t_B$ .



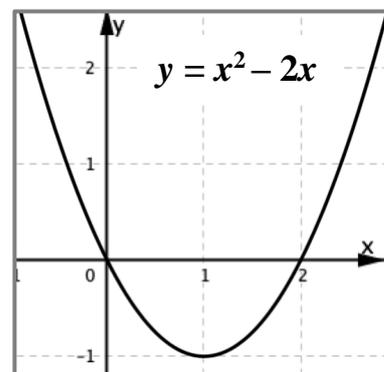
L'equazione della tangente al grafico di una funzione derivabile  $y = f(x)$  in suo punto A di ascissa  $a$  è data da:  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Completa il procedimento per risolvere il seguente problema guidato.

8. È data la funzione  $y = x^2 - 2x$ . Risolvi i seguenti quesiti.
- Scrivi l'equazione della retta  $t$ , che ha pendenza  $m = 2$  ed è tangente al grafico della funzione in un suo punto A.

**Dati:**  $f(x) = x^2 - 2x$  e  $f'(a) = 2$ ; **debbo calcolare a e f(a)**

- Calcolo  $f'(x) = \dots\dots\dots = \dots\dots$
- Cerco il valore  $a$  per cui risulta  $f'(a) = 2$   
Perciò risolvo l'equazione  
 $\dots\dots\dots = 2 \Rightarrow a = \dots\dots$  e  $f(a) = \dots\dots$
- Scrivo l'equazione della tangente:  
 $y - \dots\dots = 2(x - \dots\dots)$  ossia  $y = \dots\dots\dots$



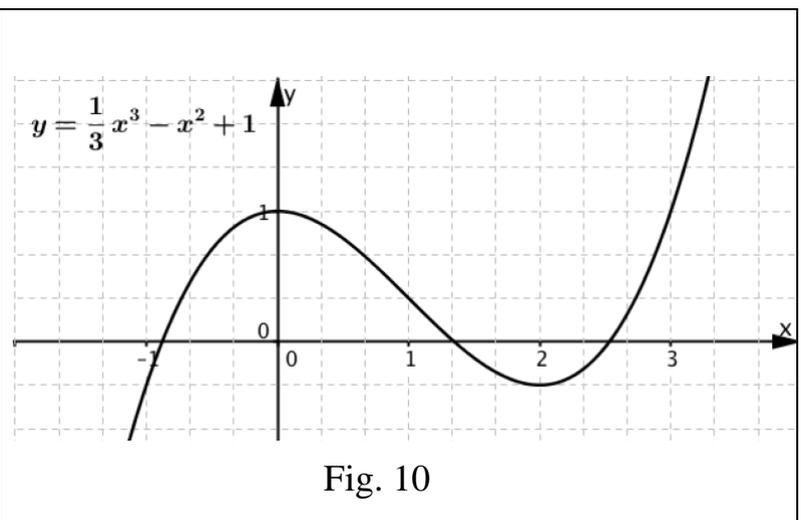
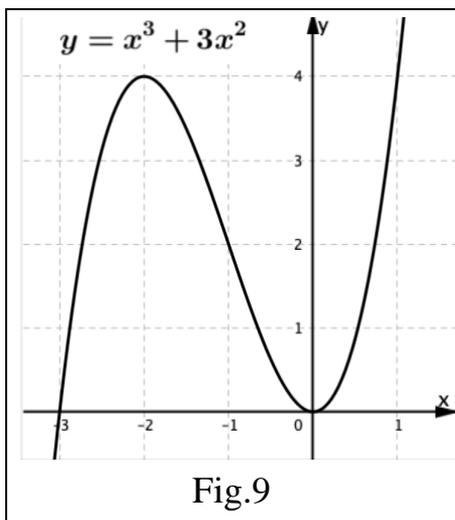
- Completa la figura 8 qui a fianco con il punto A e il grafico della retta tangente in A.

9. È data la funzione  $y = x^3 + 3x^2$ . Risolvi i seguenti quesiti.
- Scrivi l'equazione della retta, che ha pendenza  $m = 9$  ed è tangente al grafico della funzione.
  - Quante tangenti trovi con pendenza  $m = 9$ ?
  - Scrivi l'equazione della retta che ha pendenza  $m = 0$  ed è tangente al grafico della funzione.
  - Quante tangenti trovi con pendenza  $m = 0$ ?
  - Completa la figura 9 qui sotto con i grafici delle tangenti ottenute.

10. È data la funzione  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ , con il grafico disegnato in figura 10 qui sotto.

Completa la soluzione dei seguenti quesiti:

- Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1 e traccia il grafico della retta  $t_A$  nella figura 10 qui sotto.
- In quali punti la curva ha la tangente parallela all'asse delle  $x$ ?  
 Scrivi le equazioni delle tangenti ottenute e tracciane il grafico in figura 10 qui sotto.  
*L'asse delle  $x$  ha pendenza  $m = 0$*   
*Per trovare le ascisse dei punti richiesti risolvo l'equazione ..... = 0 e ottengo:*  
 $a_1 = \dots$  e calcolo  $f(a_1) = \dots$ ,  
 $a_2 = \dots$  e calcolo  $f(a_2) = \dots$   
*I punti richiesti sono  $B_1(\dots, \dots)$  e  $B_2(\dots, \dots)$  [ $B_1$  è il punto di ascissa minore]*  
 $t_1$  ha equazione .....,  $t_2$  ha equazione .....
- Determina le coordinate del punto C, ulteriore intersezione della curva con  $t_1$ .  
*Dal grafico ricavo  $C(\dots, \dots)$ .*  
*Verifico algebricamente che C appartiene a  $t_1$ .* .....  
*Verifico algebricamente che C appartiene alla curva.* .....



11. È data la funzione polinomiale nella variabile  $x$ :

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n.$$

Dimostra che il suo grafico, rappresentato in un piano cartesiano, ha come tangente nel punto di ascissa 0 la retta di equazione  $y = a_0 + a_1 x$ .

*Il problema 12 ti guida a confrontare due procedimenti per risolvere un problema*

**12.** Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente alla parabola d'equazione  $y = 2x^2 + x - 1$  nel suo punto A di ascissa 1.

- Calcolo  $y_A = \dots\dots\dots = \dots\dots$  e quindi  $A(1, \dots)$

- Scrivo l'equazione del fascio di rette di centro A:

$$y - \dots\dots = m(x - 1) \text{ ossia } y = \dots\dots\dots$$

*Continua ora a seguire due procedimenti possibili:*

**I. Con la geometria analitica**

Per determinare le intersezioni di ogni retta del fascio con la parabola risolvo il sistema

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ y = \dots\dots\dots \end{cases} \text{ metodo di sostituzione } \begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + x - 1 = \dots\dots\dots \end{cases} \text{ da cui}$$

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + (1 - m)x - \dots\dots = 0^* \end{cases}$$

Per individuare, tra tutte le rette del fascio, la tangente  $t_A$  scelgo  $m$  in modo che l'equazione (\*) abbia due soluzioni coincidenti e cioè abbia il discriminante  $\Delta = 0$ .

$$\Delta = (1 - m)^2 - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots)^2 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2 = \dots\dots$$

**II. Con le derivate**

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow f'(x) = \dots\dots\dots \Rightarrow f'(1) = \dots\dots\dots = \dots\dots$$

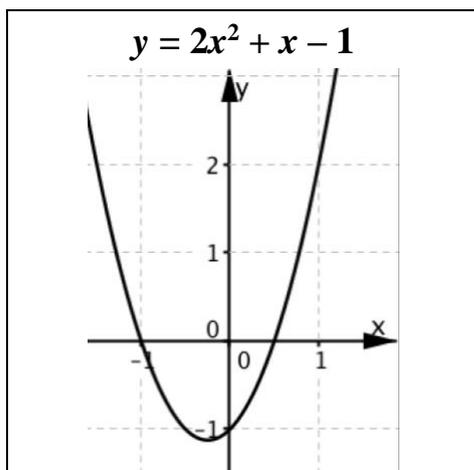
Con entrambi i procedimenti hai trovato che la pendenza della tangente è  $m = \dots\dots\dots$

Perciò l'equazione della tangente è:

$$y - \dots\dots = \dots\dots(x - 1) \text{ ossia } y = \dots\dots\dots$$

Completa la figura 11 qui sotto con il punto A e il grafico della tangente  $t_A$ .

Fig. 11



**Riflessioni sul problema**

*Nel caso della parabola la derivata porta al risultato con il minor numero di passaggi e quindi dà una minore probabilità di commettere errori.*

*Inoltre puoi applicare il procedimento che richiede di calcolare il  $\Delta = 0$  solo per le curve che hanno un'equazione di 2° grado.*

*Invece, puoi applicare il procedimento con la derivata per trovare la tangente al grafico di una qualunque funzione derivabile in un suo punto.*

**Problemi che chiedono di applicare le regole di derivazione di quoziente, somma e prodotto di funzioni derivabili.**

### Regole di derivazione in sintesi

#### Algebra delle derivate

Funzione	Derivata
$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = g(x)$	$y' = g'(x)$
$y = f(x) + g(x)$	$y' = f'(x) + g'(x)$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$y = \frac{1}{g(x)}$	$y' = \frac{-g'(x)}{[g(x)]^2}$
$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

#### Derivate di funzioni elementari

Funzione	Derivata
$y = k$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin(x)$	$y' = \cos(x)$
$y = \cos(x)$	$y' = -\sin(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

L'equazione della tangente al grafico di una funzione derivabile  $y = f(x)$  in suo punto A di ascissa  $a$  è data da:  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

13. È data la funzione  $y = \frac{2}{x}$ , con il grafico disegnato in figura 12 qui sotto.

Risolvi i seguenti quesiti.

- Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 2 e traccia il grafico della retta  $t_A$  nella figura 12 qui sotto.
- In quali punti la curva ha la tangente parallela alla retta d'equazione  $y = -2x$ ?  
Scrivi le equazioni delle tangenti ottenute e tracciane il grafico in figura 12.

14. È data la funzione  $y = \frac{1}{x^2}$ , con il grafico disegnato in figura 13 qui sotto.

Risolvi i seguenti quesiti.

- Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1 e traccia il grafico della retta  $t_A$  nella figura 13 qui sotto
- La tangente  $t_A$  incontra la curva anche in un altro punto B? In caso affermativo, trova le coordinate di B e spiega il procedimento che hai seguito.
- Spiega perché un solo punto della curva ha la tangente parallela alla retta  $y = 2x$ .  
Scrivi l'equazione della tangente ottenuta e tracciane il grafico in figura 13

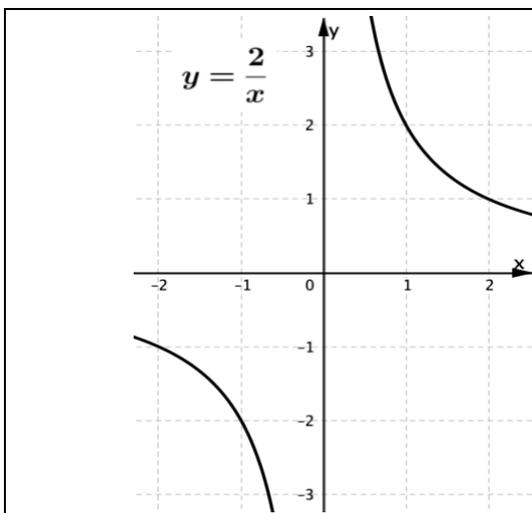


Fig. 12

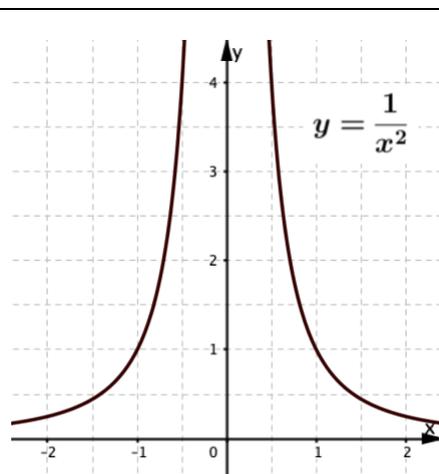


Fig. 13

15. È data la funzione  $y = -\frac{2}{x^3}$ . Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1.
- b. Il grafico della funzione ha la tangente parallela a  $t_A$  in un altro punto B. Determina le coordinate del punto B e scrivi l'equazione della tangente in B.

16. È data la funzione  $y = \frac{x+1}{x^2}$ . Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1.
- b. Scrivi l'equazione della retta che è tangente al grafico della funzione ed è parallela all'asse delle  $x$ . Determina le coordinate del punto B di contatto.

17. È data la funzione  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ . Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto O di ascissa 0.
- b. In quali punti il grafico della funzione ha la tangente parallela all'asse delle  $x$ ?  
Scrivi le equazioni delle tangenti ottenute.

18. È data la funzione  $y = \frac{1-x}{x+3}$ . Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa  $-2$ .
- b. In quali punti il grafico della funzione ha la tangente con pendenza  $m = -1$ ?  
Scrivi le equazioni delle tangenti ottenute.

19. È data la funzione  $y = \tan(x)$  nell'intervallo  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa  $\frac{\pi}{4}$ .
- b. In quale punto il grafico della funzione ha la tangente con pendenza  $m = 1$ ?  
Scrivi l'equazione della tangente ottenuta.

20. È data la funzione  $y = \frac{4x}{e^x}$ . Risolvi i seguenti quesiti.

- a. Scrivi l'equazione della retta  $t_A$ , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1.
- b. In quale punto il grafico della funzione ha la tangente con pendenza  $m = 4$ ?  
Scrivi l'equazione della tangente ottenuta.

# Differenziale

Problemi che chiedono di applicare solo le regole di derivazione di somma e prodotto

## Regole di derivazione in sintesi

### Algebra delle derivate

Funzione	Derivata
$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = g(x)$	$y' = g'(x)$
$y = f(x) + g(x)$	$y' = f'(x) + g'(x)$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

### Derivate di funzioni elementari

Funzione	Derivata
$y = k$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin(x)$	$y' = \cos(x)$
$y = \cos(x)$	$y' = -\sin(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

Differenziale di  $y = f(x)$  in  $x = a$ :  $df = f'(a)h$

21. Data  $f(x) = x^2$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ , completa le risposte ai seguenti quesiti:

- a. calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa;

$$f(x) = \dots \quad f(1) = \dots \quad f(1+h) = \dots \quad f'(x) = \dots \quad f'(1) = \dots$$

$$\Delta f = f(1+h) - f(1) = \dots \quad df = f'(1)h = \dots$$

- b. rappresenta  $\Delta f$  e  $df$  nella figura 14 qui sotto;

- c. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1+h) = (1+h)^2$

$$f(1+h) = \Delta f + \dots = \dots \quad \text{valutazione approssimata } (1+h)^2 \approx df + \dots = \dots$$

- d. Valuta l'errore commesso applicando il differenziale e interpretalo geometricamente nella figura 15 qui sotto.

$$\Delta f - df = \dots$$

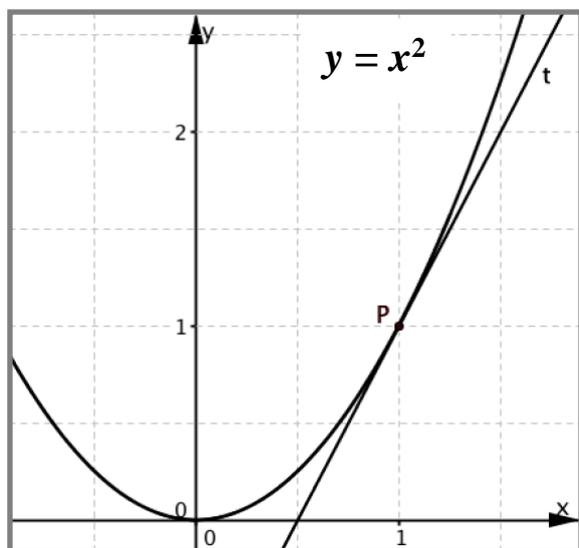


Fig.14

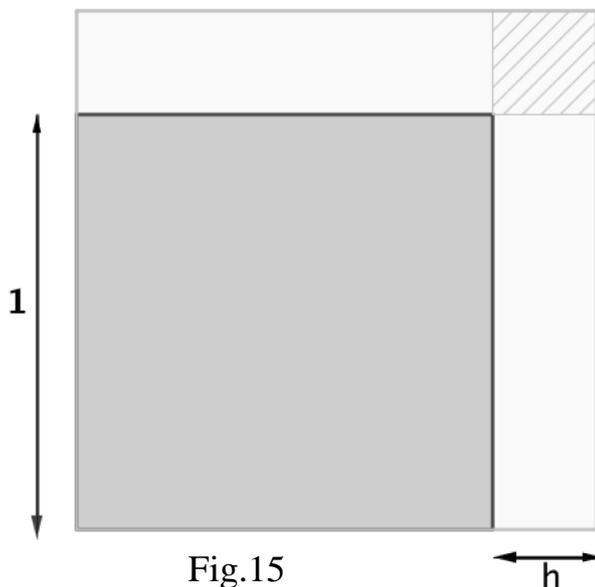


Fig.15

22. Spiega perché un errore  $h$  sulla misura del raggio di un cerchio comporta approssimativamente un errore  $2h$  nella misura dell'area del cerchio.  
 [Tieni presente che:  
 - la superficie  $y$  è legata alla lunghezza  $x$  del raggio dalla funzione  $y = \pi x^2$ ;  
 - l'errore sulla superficie è  $\Delta y$  che può essere approssimato con  $dy$ .]
23. Una ditta deve produrre pannelli quadrati con la superficie di  $1 \text{ m}^2$  e l'errore tollerato sulla superficie è di  $0,01 \text{ m}^2$ . Per controllare la qualità della produzione può misurare i lati dei pannelli prodotti. Determina l'errore  $h$  ammissibile sulla lunghezza del lato.  
 [Tieni presente che:  
 - la superficie  $y$  è legata alla lunghezza  $x$  del lato dalla funzione  $y = x^2$ ;  
 - l'errore sulla superficie è  $\Delta y$  che può essere approssimato con  $dy$ .]
24. È data  $f(x) = x^3$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ , completa le risposte ai seguenti quesiti:
- calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa;  
 $f(x) = \dots\dots$      $f(1) = \dots\dots$      $f(1+h) = \dots\dots$      $f'(x) = \dots\dots$      $f'(1) = \dots\dots$   
 $\Delta f = f(1+h) - f(1) = \dots\dots$      $df = f'(1)h = \dots\dots$
  - rappresenta  $\Delta f$  e  $df$  nella figura 16 qui sotto;
  - Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1+h) = (1+h)^3$   
 $f(1+h) = \Delta f + \dots = \dots\dots$     valutazione approssimata  $(1+h)^3 \approx df + \dots = \dots\dots$
  - Valuta l'errore commesso applicando il differenziale e interpretalo geometricamente nella figura 17 qui sotto.  
 $\Delta f - df = \dots\dots\dots$

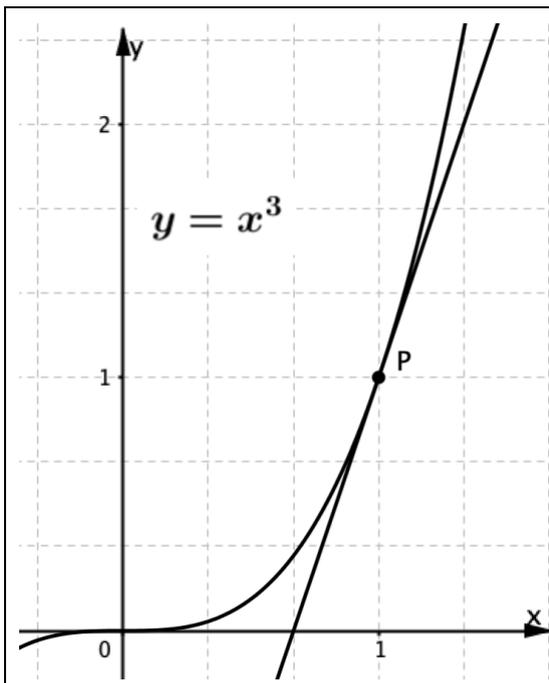


Fig.16

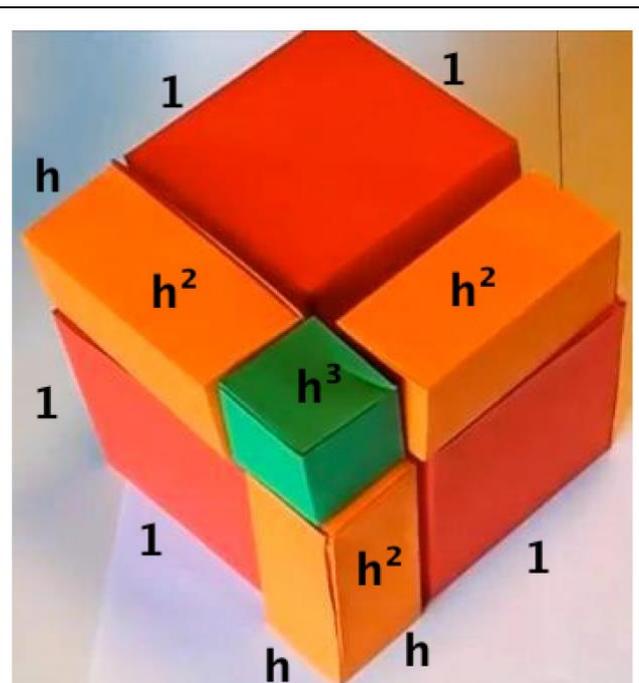


Fig.17

25. Generalizza i risultati ottenuti nell'esercizio precedente: considera una funzione del tipo  $f(x) = x^n$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ . Rispondi ai seguenti quesiti.
- Calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa.
  - Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1 + h) = (1 + h)^n$
  - Spiega perché ottieni  $(1 + h)^n \approx 1 + nh$ .
26. Spiega perché un errore  $h$  sulla misura del raggio di una sfera comporta approssimativamente:
- un errore  $2h$  nella misura della superficie della sfera;
  - un errore  $3h$  nella misura della superficie della sfera
- [Tieni presente che:
- la superficie  $y$  è legata alla lunghezza  $x$  del raggio dalla funzione  $y = 4\pi x^2$ ;
  - il volume  $y$  è legato alla lunghezza  $x$  del raggio dalla funzione  $y = \frac{4}{3}\pi x^3$ ;
27. Il raggio della Terra misura circa 6400 km, l'altezza dell'atmosfera è di circa 50 km; valuta approssimativamente il volume occupato dall'atmosfera (in  $\text{km}^3$ ).
28. È data la funzione  $f(x) = \text{sen}(x)$  e il suo punto P di ascissa  $a = 0$ . Rispondi ai seguenti quesiti:
- calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $\alpha$  dato all'ascissa;
  - Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(0 + \alpha) = \text{sen}(\alpha)$
  - Spiega perché ottieni  $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$ .
  - Osserva la figura 18 qui sotto per interpretare geometricamente l'approssimazione ottenuta.
29. È data la funzione  $f(x) = \text{cos}(x)$  e il suo punto P di ascissa  $a = 0$ . Rispondi ai seguenti quesiti:
- calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $\alpha$  dato all'ascissa;
  - Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(0 + \alpha) = \text{cos}(\alpha)$
  - Spiega perché ottieni  $\text{cos}(\alpha) \approx 1$ .
  - Osserva la figura 19 qui sotto per interpretare geometricamente l'approssimazione ottenuta.

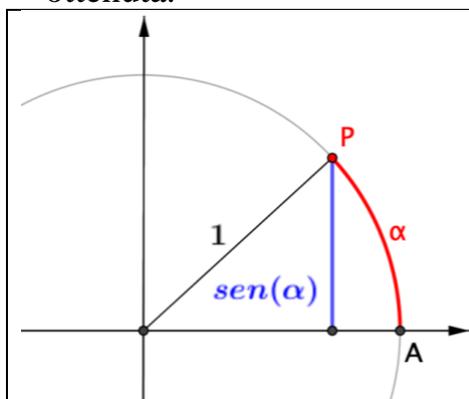


Fig.18

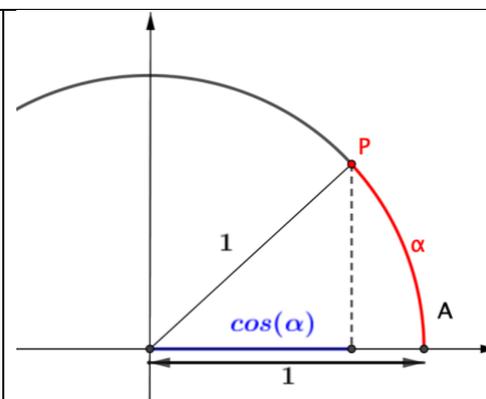


Fig.19

30. È data la funzione  $f(x) = e^x$  e il suo punto P di ascissa  $a = 0$ .

Rispondi ai seguenti quesiti:

a. Calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa.

b. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(0 + h) = e^h$

c. Spiega perché ottieni  $e^h \approx 1 + h$ .

**Problemi che chiedono di applicare le regole di derivazione di quoziente, somma e prodotto di funzioni derivabili.**

### Regole di derivazione in sintesi

#### Algebra delle derivate

Funzione	Derivata
$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = g(x)$	$y' = g'(x)$
$y = f(x) + g(x)$	$y' = f'(x) + g'(x)$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$y = \frac{1}{g(x)}$	$y' = \frac{-g'(x)}{[g(x)]^2}$
$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

#### Derivate di funzioni elementari

Funzione	Derivata
$y = k$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin(x)$	$y' = \cos(x)$
$y = \cos(x)$	$y' = -\sin(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

**Differenziale di  $y = f(x)$  in  $x = a$ :  $df = f'(a)h$**

31. È data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x}$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ .

Rispondi ai seguenti quesiti:

a. Calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa.

b. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1 + h) = \frac{1}{1+h}$

c. Spiega perché ottieni  $f(1 + h) \approx 1 - h$

32. È data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ .

Rispondi ai seguenti quesiti:

a. Calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa.

b. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1 + h) = \frac{1}{(1+h)^2}$

c. Spiega perché ottieni  $f(1 + h) \approx 1 - 2h$

33. Generalizza i risultati dei due precedenti esercizi: ora è data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x^n}$  e il suo punto P di ascissa  $a = 1$ . Rispondi ai seguenti quesiti:

a. Calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $h$  dato all'ascissa.

b. Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(1 + h) = \frac{1}{(1+h)^n}$

c. Spiega perché ottieni  $f(1 + h) \approx 1 - nh$ .

34. È data la funzione  $f(x) = \tan(x)$  e il suo punto P di ascissa  $a = 0$ .  
 Rispondi ai seguenti quesiti:
- calcola la variazione  $\Delta f$  e il differenziale  $df$ , corrispondenti ad un incremento  $\alpha$  dato all'ascissa;
  - Applica il differenziale per dare un valore approssimato di  $f(0 + \alpha) = \tan(\alpha)$
  - Spiega perché ottieni  $\tan(\alpha) \approx \alpha$ .
  - Osserva la figura 20 qui sotto per interpretare geometricamente l'approssimazione ottenuta.

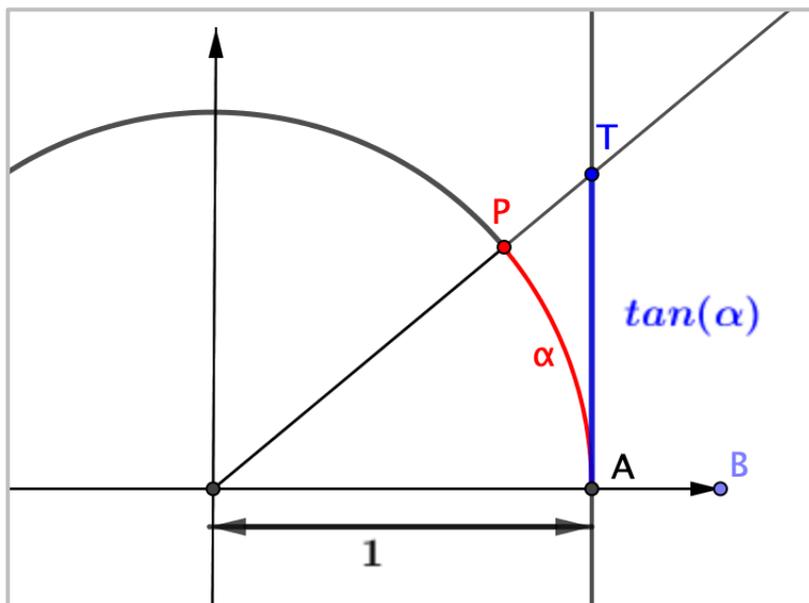


Fig. 20