

Retta tangente e differenziale risposte e commenti all'attività

Problema 1

Quesito a

1. È data la funzione $y = 1 - x^3$, con il grafico disegnato qui a fianco. Completa la soluzione dei seguenti quesiti:

- a. Scrivi l'equazione della retta t_A , tangente al grafico della funzione nel punto A di ascissa 1. Traccia il grafico della retta t_A nella figura qui a fianco.

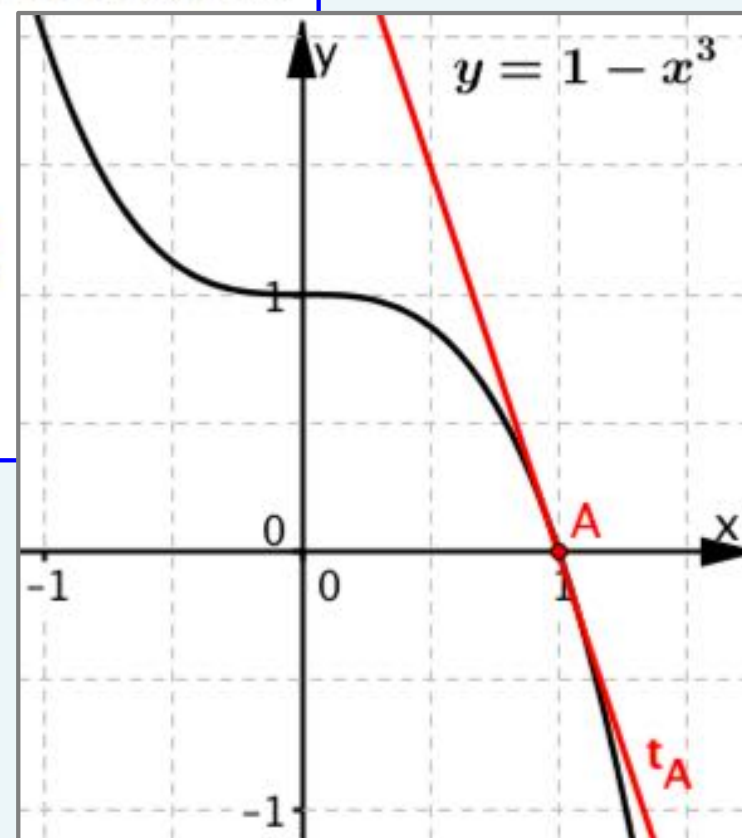
Nel problema assegnato sono dati:

$$f(x) = 1 - x^3 \Rightarrow f'(x) = -3x^2$$

$$a = 1 \Rightarrow f(1) = 1 - 1^3 = 0 \quad f'(1) = -3 \cdot 1^2 = -3$$

L'equazione della tangente t_A è

$$y - 0 = -3(x - 1) \Rightarrow y = -3x + 3$$



Problema 1

Quesito b

1. È data la funzione $y = 1 - x^3$, con il grafico disegnato qui a fianco. Completa la soluzione dei seguenti quesiti:

b. Scrivi l'equazione della retta t_B , tangente al grafico della funzione nel punto B di ascissa 0. Traccia il grafico della retta t_B nella figura qui a fianco.

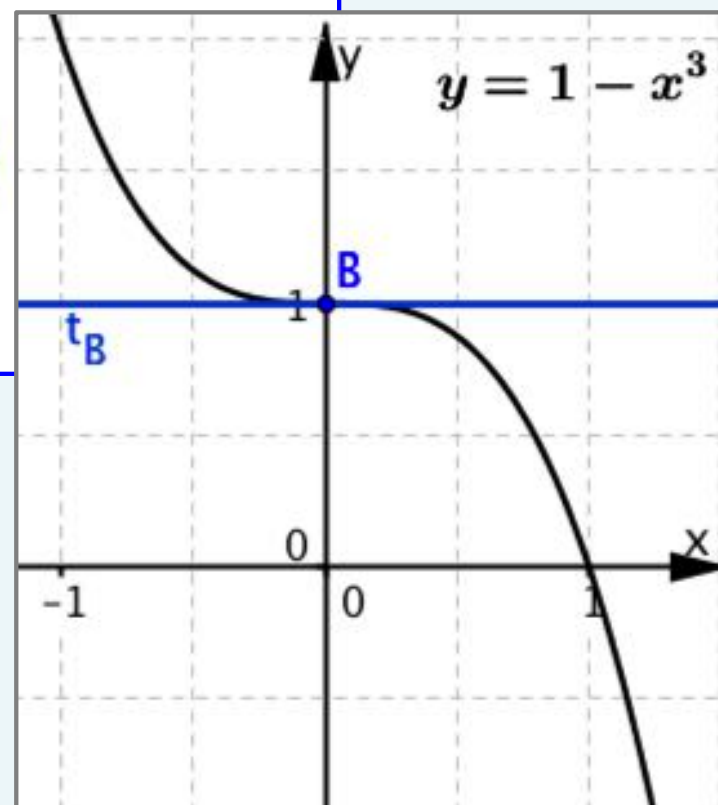
Nel problema assegnato sono dati:

$$f(x) = 1 - x^3 \Rightarrow f'(x) = -3x^2$$

$$a = 0 \Rightarrow f(0) = 1 - 0^3 = 1 \quad f'(0) = -3 \cdot 0^2 = 0$$

L'equazione della tangente è

$$y - 1 = 0(x - 0) \text{ ossia } y = 1.$$



t_B è parallela all'asse delle x e passa per $B(0; 1)$; posso scrivere direttamente l'equazione $y = 1$. Applicare la formula generale è un procedimento corretto, ma più lungo.

Problema 2

2. Una ditta deve produrre cubetti di marmo con il volume di 1cm^3 e l'errore tollerato sul volume è di $0,001\text{cm}^3$, ma posso misurare direttamente solo il lato. Come calcolo l'errore tollerato sul lato? Completa la risposta qui sotto.

Il volume V è legato alla lunghezza x dalla legge $V = x^3$

Se il lato è lungo 1, il volume è $V = 1$

Se indico con h l'errore tollerato sul lato, ho $x = 1 + h$ e $V = (1 + h)^3$

L'errore nella misura del volume è $\Delta V = (1 + h)^3 - 1 = 3h + 3h^2 + h^3$

Per avere l'errore tollerato sul lato, dovrei trovare h in modo che

$$-0,001 < 3h + 3h^2 + h^3 < 0,001$$

Ma trovo facilmente la risposta se approssimo ΔV con il differenziale

$$dV = 3h$$

Così da $-0,001 < 3h < 0,001$ divido i due membri per 3 e ricavo

$$-0,0003 < h < 0,0003$$



Valutare l'errore

Visualizzo geometricamente l'errore che commetto quando approssimo ΔV con dV

$$V = x^3 \quad a = 1$$

$$1 + \Delta V = 1 + 3h + \boxed{3h^2 + h^3}$$

$$1 + dV = 1 + 3h$$

Valuto l'errore in qualche caso numerico

h	$3h^2 + h^3$
0,001	0,000003
0,0003	0,00000027
0,0001	0,00000003

