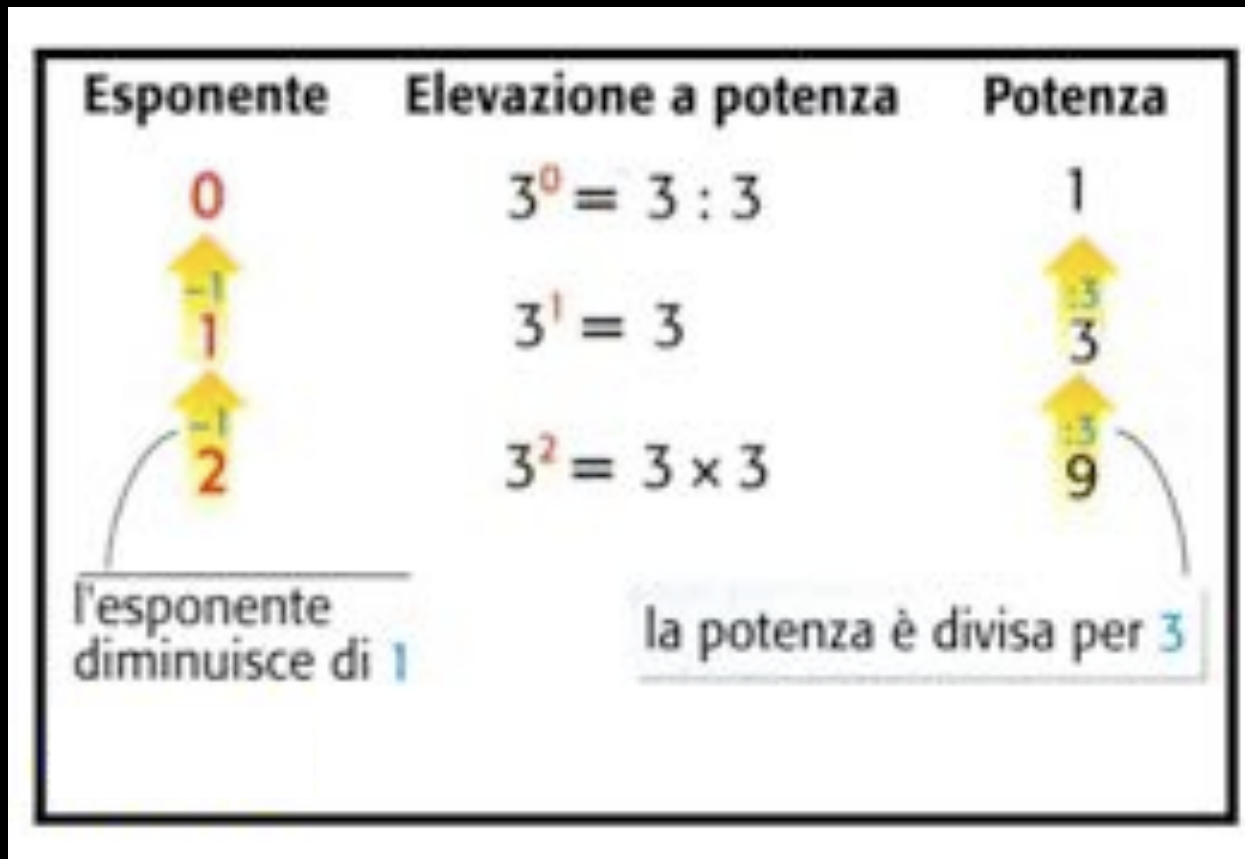


Potenze con esponente intero



L'elevazione a potenza

È la scrittura abbreviata di una moltiplicazione ripetuta

Esponente

Base

$$3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fattori uguali}}$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fattori}}$$

L'elevazione a potenza. Esempi

Altri esempi

$$3^2 = \underbrace{3 \times 3}_{2 \text{ volte}}$$

$$3^1 = \underbrace{3}_{1 \text{ volta}}$$

E posso trovare 3^0 ?

Ha senso moltiplicare 0 volte 3?

L'elevazione a potenza. Verso l'esponente 0

E posso trovare 3^0 ?

Non ha senso moltiplicare 0 volte 3

**Ma in matematica posso ragionare
per arrivare anche all'esponente 0**

Ecco come si può ragionare

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
1	$3^1 = 3$	3
2	$3^2 = 3 \times 3$	9
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3$	27

l'esponente aumenta di 1

la potenza è moltiplicata per 3

Per passare da 3^1 a 3^2
moltiplico la potenza per 3.

Arrivo all'esponente 0

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
0	$3^0 = 3 : 3$	1
1	$3^1 = 3$	3
2	$3^2 = 3 \times 3$	9

l'esponente diminuisce di 1

la potenza è divisa per 3

Per passare da 3^1 a 3^0
divido la potenza per 3.

Così trovo $3^0 = 1$

Ripeto il ragionamento con altre basi.

E trovo

$$3^0 = 1 \quad 5^0 = 1 \quad 10^0 = 1 \quad 0,1^0 = 1$$

Ma posso scegliere **0 anche come base?**

Riprendo le potenze di 0

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
1	$0^1 = 0$	0
2	$0^2 = 0 \times 0$	0
3	$0^3 = 0 \times 0 \times 0$	0
⋮	⋮	⋮
	$0^3 = 0$	

Figura 3

Con base 0 il ragionamento non procede

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
0	0^0	non ha risultato
1	$0^1 = 0$	0
2	$0^2 = 0 \times 0$	0

non posso dividere per 0

Figura 4

Per passare da 0^1 a 0^0 dovrei dividere per 0 la potenza.
Ma non posso dividere per 0.










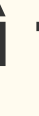
0^0 non ha risultato

Attività

Completa la scheda di lavoro per continuare ad esplorare le potenze.

Che cosa hai trovato

Esponente intero negativo

Esponente	Potenza
-2  -1	$3^{-2} = \frac{1}{3} : 3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$  : 3
-1  -1	$3^{-1} = 1 : 3 = \frac{1}{3}$  : 3
0  -1	$3^0 = 3 : 3 = 1$  : 3
+1  -1	× 3  : 3
1  -1	$3^1 = 3$
2  -1	$3^2 = 3 \times 3 = 9$

Per passare da 3^1 a 3^0 **divido** la potenza per 3.

Così trovo

$$3^{-1} = \frac{1}{3^1} \quad 3^{-2} = \frac{1}{3^2} \dots$$

Ripeto il ragionamento con altre basi e altri esponenti interi negativi

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} \quad 3^{-4} = \frac{1}{3^4} \quad 10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

Ma posso scegliere **0** come base?

NO!

Esponente	Elevazione a potenza	Potenza
-1	0^{-1}	non ha risultato
0	0^0	non ha risultato
1	$0^1 = 0$	0

non posso dividere per 0

0^{-1} , 0^{-2} , 0^{-3} ... non hanno risultato

Esponente intero negativo e base 0

2. Che cosa puoi dire delle seguenti uguaglianze?

$$0^0 = 0$$

$$0^{-1} = 0$$

$$0^{-2} = 0$$

Sono tutte false

Potenze di 10 ad esponente intero

Esponente z	10^z	Scrittura decimale
3	$10^3 = \mathbf{1000}$	3 zeri dopo la cifra 1
1	$10^1 = \mathbf{10}$	1 zero dopo la cifra 1
0	$10^0 = \mathbf{1}$	Nessuno zero dopo la cifra 1
-1	$10^{-1} = \frac{1}{10} = \mathbf{0,1}$	1 zero prima della la cifra 1
-3	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \mathbf{0,001}$	3 zeri prima della la cifra 1

Potenze con esponente intero negativo

Base	Esponente	Potenza
3	-1	$\frac{1}{3}$
3	-2	$\frac{1}{3^2}$
2	-3	$\frac{1}{2^3}$

In generale, solo se l'esponente n è un numero naturale e la base $a \neq 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

0⁻ⁿ non ha risultato

Potenze con esponente intero negativo

4. Quali fra le seguenti affermazioni sono corrette? **C e D**

A. $a^{-1} = \frac{1}{a}$, se scelgo come base a un numero razionale.

B. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, dove a è un numero razionale e n è un numero naturale escluso 0.

C. $a^{-1} = \frac{1}{a}$, dove a un numero razionale, escluso zero.

D. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, dove a è un numero razionale escluso 0 ed n è un numero naturale.

Attenzione all'affermazione B.

Se $a \neq 0$, ad esempio $a = 3$, perché escludere $n = 0$?

Sviluppo $3^{-0} = \frac{1}{3^0}$

E ottengo $3^0 = \frac{1}{1}$ **ossia.** $1 = \frac{1}{1}$ **che è vera**

Una riflessione sulle potenze con esponente intero negativo

L'esponente -1

Numero razionale a	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
2	$2^{-1} = \frac{1}{2}$
-2	$(-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$
$\frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$
$0,2 = \frac{1}{5}$	$0,2^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$
0	Non esiste il reciproco di 0

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

$\frac{1}{a}$ è il reciproco di a

a^{-1} può sostituire
il reciproco