3
Esercizi

Sulla misura degli angoli in radianti

1. Esprimere in radianti, senza usare il calcolatore, i seguenti angoli, la cui ampiezza è data in gradi sessagesimali; scrivere i risultati sotto forma di una frazione moltiplicata per π:

360°;	60°;	1°;	1′;	1″
360°;	36°;	3°36′;	21′36″;	2′9″,6

2. Ripetere l'esercizio precedente a partire dai seguenti angoli:

18°;	9°;	4°30′;	2°15′;	1°7′30″;	33′45″
30°;	15°;	7°30′;	3°45′;	1°52′30″;	56°15′
45°;	22°30′;	11°15′;	5°37′30″;	2°48′45″;	1°24′22″,5

3. Ripetere l'esercizio 1 a partire dai seguenti angoli α e dai loro supplementari (ampi $180°-\alpha$):

18°;	6°;	2°;	40′;	13′20″;	$4'26'',\overline{6}$
30°;	10°;	3°20′;	1°6′40″;	$22'13'',\overline{3}$	
45°;	15°;	5°;	1°40′;	33′20″;	$11'6'',\overline{6}$
60°;	20°;	6°40′;	2°13′20″;	$44'26'',\overline{6}$	

4. Ripetere l'esercizio 1 a partire dai seguenti angoli β e dagli angoli ampi $180°+\beta$:

60°;	12°;	2°24′;	28′48″;	5′45″,6
45°;	9°;	1°48′;	21′36″;	4′19″,2
30°;	6°;	1°12′;	14′24″;	2′52″,8
18°;	3°36′;	43′12″;	8′38″,4	

5. Svolgere gli esercizi 1, 2, 3, 4 usando il calcolatore tascabile e confrontare i risultati con quelli precedentemente ottenuti.

(Il metodo più semplice per passare dalle misure di angoli in gradi a quelle in radianti si basa sulla formula $\frac{l}{r}=\frac{\pi}{180}\alpha°$*: basta calcolare il fattore di conversione*

$$\frac{\pi}{180}\cong 0{,}0174533,$$

e moltiplicare le misure in gradi per questo numero).

6. Esprimere in gradi sessagesimali i seguenti angoli dati in radianti, senza usare il calcolatore:

$$2\pi; \quad \pi; \quad \frac{\pi}{2}; \quad \frac{\pi}{4}; \quad \frac{\pi}{8}; \quad \frac{\pi}{16}$$

$$2\pi; \quad \frac{2}{3}\pi; \quad \frac{2}{9}\pi; \quad \frac{\pi}{3}; \quad \frac{\pi}{6}; \quad \frac{\pi}{12}.$$

$$2\pi; \quad \frac{2}{5}\pi; \quad \frac{2}{25}\pi; \quad \frac{\pi}{5}; \quad \frac{\pi}{10}; \quad \frac{\pi}{20}$$

7. Ripetere l'esercizio 6 a partire dai seguenti angoli β e dagli angoli ampi $\pi+\beta$:

$$\pi; \quad \frac{\pi}{10}; \quad \frac{\pi}{100}; \quad \frac{\pi}{1000}; \quad \frac{\pi}{10.000}$$

$$1; \quad 10; \quad 100; \quad \frac{1}{10}; \quad \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{1000}$$

$$2; \quad 0{,}5; \quad 3; \quad 3{,}1; \quad 1{,}57; \quad 4{,}71$$

8. Svolgere gli esercizi 6 e 7 usando il calcolatore tascabile e confrontare i risultati ottenuti.
(Il metodo più semplice per passare dalle misure di angoli in radianti a quelle in gradi si basa sulla formula

$$\frac{l}{r}=\frac{\pi}{180}\alpha^\circ \longrightarrow \alpha^\circ=\frac{l}{r}\cdot\frac{180}{\pi};$$

basta calcolare il fattore di conversione

$$\frac{180}{\pi}\cong 57{,}29578$$

e moltiplicare le misure in radianti per questo numero, approssimandolo, quando è opportuno, con 57)

La misura degli angoli in radianti permette di scrivere in forma molto semplice la relazione che lega la lunghezza l di un arco di circonferenza all'angolo al centro e al raggio r (Fig. 1).
Se infatti indichiamo con θ la misura dell'angolo al centro in radianti, si ha:

$$\frac{l}{r}=\theta$$

da cui:

$$\boxed{l=r\theta}$$

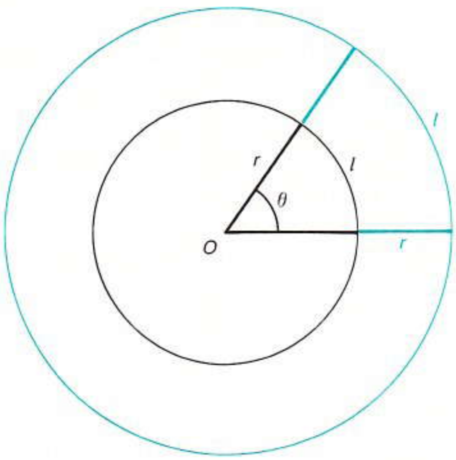

Fig. 1

La stessa relazione si presenta in una forma meno semplice misurando l'angolo al centro in gradi; in tal caso, infatti, dalla

$$\frac{l}{r}=\frac{\pi}{180^\circ}\alpha^\circ$$

si ottiene:

$$l=r\frac{\pi}{180^\circ}\alpha^\circ.$$

Calcolare la lunghezza l degli archi di circonferenza seguenti, in base ai dati presentati negli esercizi 9 e 10.

9. $r=1$ e $\theta=\frac{\pi}{2}$; $r=2$ e $\theta=\frac{\pi}{2}$; $r=4$ e $\theta=\frac{\pi}{4}$

$r=3$ e $\theta=\frac{2}{3}\pi$; $r=5$ e $\theta=\frac{2}{5}\pi$; $r=8$ e $\theta=\frac{\pi}{4}$

$r=1$ e $\theta=2$; $r=10$ e $\theta=0{,}2$; $r=100$ e $\theta=0{,}02$

10. $r=1$ e $\alpha=1°$; $r=10$ e $\alpha=1°$; $r=100$ e $\alpha=1°$

$r=4$ e $\alpha=10°$; $r=4$ e $\alpha=20°$; $r=4$ e $\alpha=285°$

$r=10$ e $\alpha=1'$; $r=100$ e $\alpha=1'$; $r=1000$ e $\alpha=1'$

$r=10$ e $\alpha=1''$; $r=100$ e $\alpha=1''$; $r=1000$ e $\alpha=1''$

Calcolare la grandezza incognita indicata negli esercizi 11 e 12 tenendo presente che l indica la lunghezza di un arco di circonferenza di raggio r; $\alpha°$ e θ indicano l'ampiezza del corrispondente angolo al centro misurata in gradi o in radianti.

11. a) $r=10$ km e $\theta=1{,}7$, quanto vale l?
b) $r=10$ km e $l=23$ km, quanto vale θ?
c) $r=10$ km e $l=23$ km, quanto vale $\alpha°$?

12. a) $l=243$ km e $\theta=0{,}57$, quanto vale r?
b) $l=0{,}23$ mm e $\theta=10°$, quanto vale r?

13. In una circonferenza di raggio r si fissa l'angolo al centro ampio 1 radiante, che intercetta un arco lungo l; su un'altra circonferenza, di raggio r', si fissa l'angolo al centro ampio 1°, che intercetta un arco lungo l'. Come si possono scegliere r e r', in modo che risulti

$$l=l'?$$

La misura degli angoli in radianti permette anche di esprimere in modo semplice l'area di un settore circolare AOB (Fig. 2), noto il raggio r del cerchio e l'ampiezza dell'angolo al centro. Infatti l'area S del settore è data da:

$$S=\frac{1}{2}rl;$$

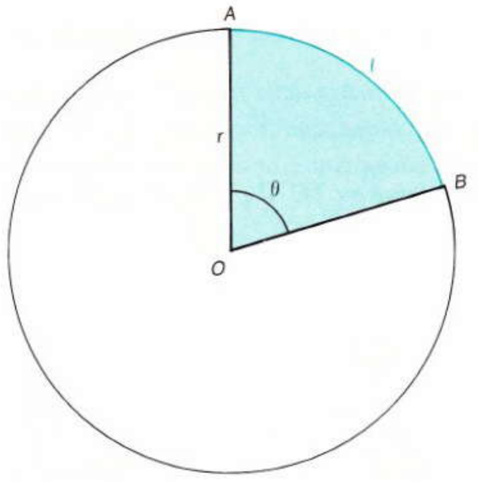

Fig. 2

se indichiamo con θ la misura dell'angolo al centro in radianti, si ha:

$$l=r\theta$$

e quindi:

$$\boxed{S=\frac{1}{2}r^2\theta}$$

La stessa area S si determina con calcoli meno semplici, se è data la misura α dell'angolo al centro in gradi; in tal caso, dalla

$$l=r\frac{\pi}{180}\alpha^{\circ}$$

segue:

$$S=\frac{1}{2}r^{2}\frac{\pi}{180}\alpha.$$

14. Calcolare le aree S dei settori circolari corrispondenti ai dati proposti negli esercizi 9 e 10.

15. Scrivere la formula che permette di trovare l'area dei segmenti circolari ad una base illustrati nella Fig. 3, quando l'angolo al centro è misurato in radianti.

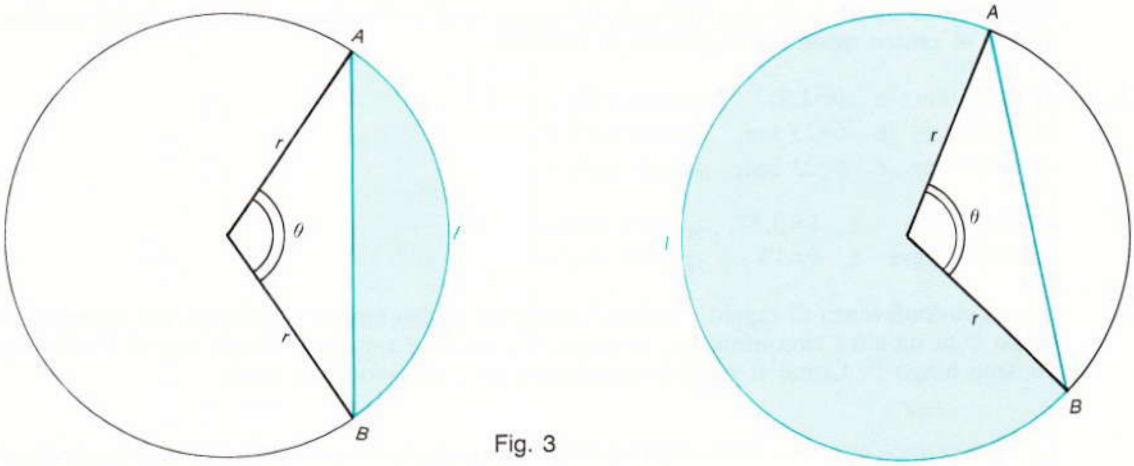

Fig. 3

16. Determinare la lunghezza della striscia di cuoio che collega le due pulegge di Fig. 4, in cui sono noti r, r', d.
(Tracciata la retta OO', per la simmetria della figura, la lunghezza della striscia di cuoio risulterà il doppio di quella della linea in colore, composta dall'arco $\widehat{AT}$, dal segmento di tangente comune TT' e dall'arco $\widehat{T'A'}$. Indicata allora con α la misura in radianti dell'angolo $T'\hat{O}'A'$, e condotta da O' la parallela a TT', si determina su OT il punto H; si ha così... Calcolare α è facile dato che risulta $\cos\alpha=\ldots$).

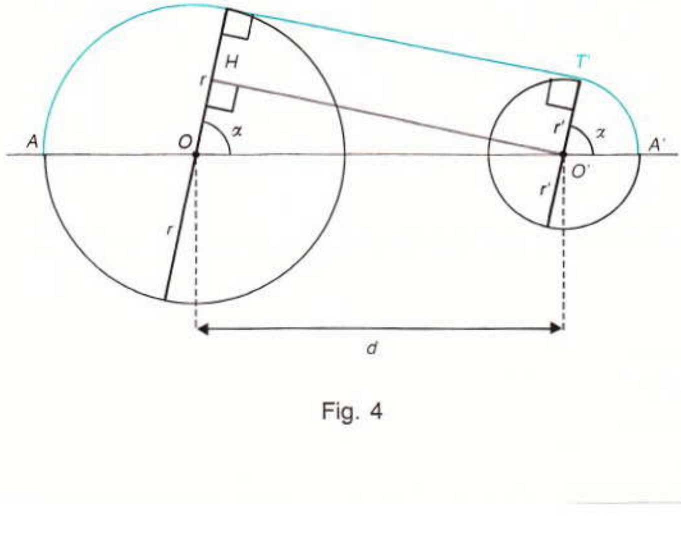

Fig. 4

17. La portata ottica di un faro AB di altezza h è la lunghezza dell'arco $\widehat{AT}$ (Fig. 5). Calcolare la portata ottica di un faro alto 100 m, tenendo presente che il raggio R della terra è

$$\overline{OT}=\overline{OA}=6376{,}755 \text{ km}.$$

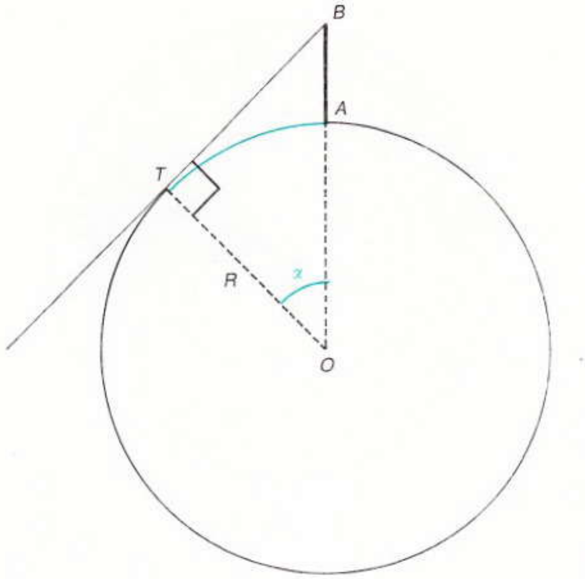

Fig. 5

18. *Il miglio marittimo* è un'unità di misura delle distanze così definita: è la lunghezza di un arco di cerchio massimo sotteso sulla superficie della terra da un angolo al centro che misura 1'. Si chiede: a quanti chilometri equivale un miglio marittimo?
(*Tenere presente la lunghezza del raggio della terra data nell'esercizio 17*).

19. Ecco come Eratostene (III sec. a.C.) riuscì a dare una misura approssimativa del meridiano terrestre: era noto che a Siene (oggi Assuan), città dell'Egitto situata quasi sul Tropico del Cancro, il Sole è sulla verticale al mezzogiorno del 21 giugno; lo stesso giorno e alla stessa ora, Eratostene misurava nella città di Alessandria, l'ombra AA' di un bastone (Fig. 6) e riusciva così a determinare l'angolo $A'\hat{B}A=\alpha$. In tal modo trovava $\alpha=\frac{1}{50}$ di angolo giro.

Ora, le due città, Siene ed Alessandria, si trovano circa sullo stesso meridiano, ad una distanza AS che, a quell'epoca, era valutata approssimativamente a 5000 stadi.
Supponendo i raggi del Sole paralleli, quale lunghezza ottenne Eratostene per il meridiano terrestre? Valutare il risultato precedente in chilometri, sapendo che

$$1 \text{ stadio} \cong 157{,}5 \text{ m} \ .$$

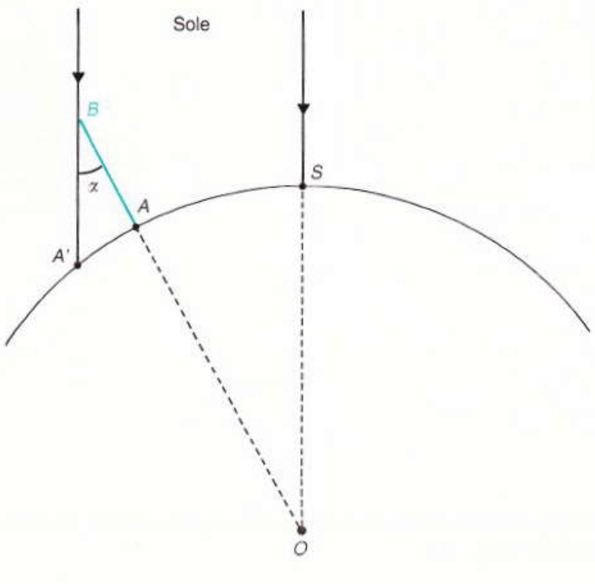

Fig. 6

Si trova, anche nello studio della fisica, la nozione di ***stereangolo o angolo solido****, rappresentato in Fig. 7; si definisce così: fissato un punto O e una porzione S della sfera di centro O e raggio r, l'angolo solido di vertice O è il luogo delle semirette che escono da O e che passano per i punti di S (contorno compreso).*

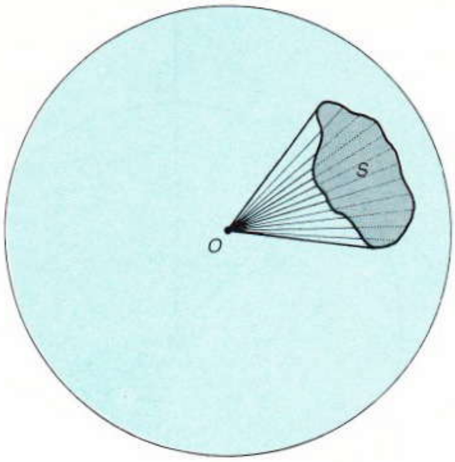

Fig. 7

Gli angoli solidi si misurano, comunemente, valutando il rapporto

$$\omega = \frac{\sigma}{r^2}$$

dove σ è l'area della superficie S, ed r è il raggio della sfera di centro O. Ovviamente, se

$$\sigma = r^2$$

risulta

$$\omega = 1;$$

lo stereangolo corrispondente prende il nome di ***steradiante****.*

20. Valutare in steradianti gli angoli solidi indicati in Fig. 8.

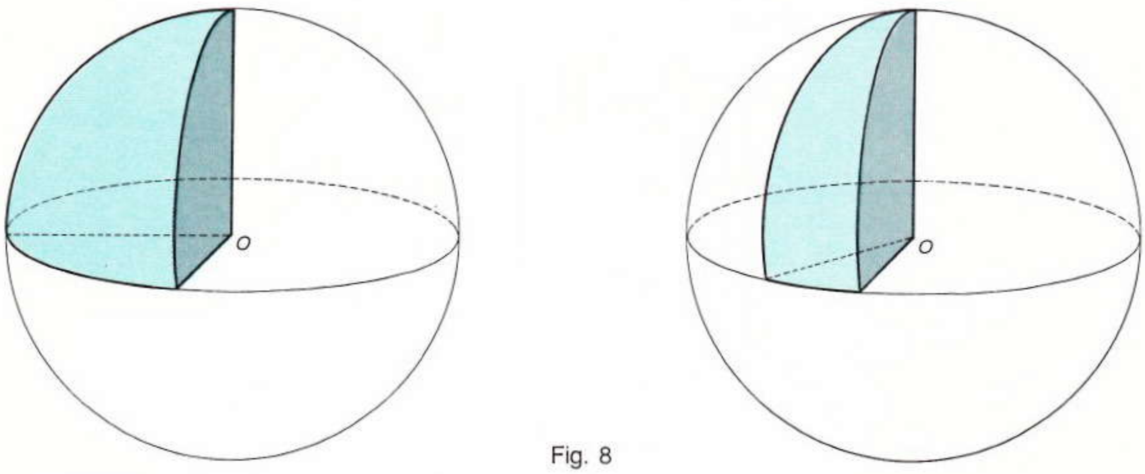

Fig. 8

21. Scrivere la formula che permette di valutare l'area della calotta sferica sottesa da un angolo solido che misura ω steradianti (Fig. 9).

22. Scrivere la formula che permette di valutare il volume del settore sferico corrispondente all'angolo solido di ω steradianti (Fig. 10).

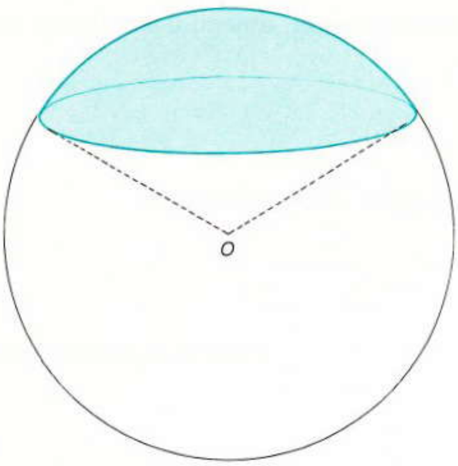

Fig. 9

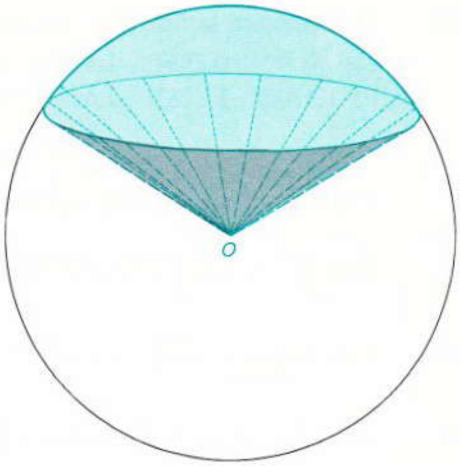

Fig. 10

Sulle funzioni circolari

23. Determinare, senza usare il calcolatore, seno, coseno e tangente dei seguenti angoli:

a) 0; π; 2π; 3π; 4π; 5π; 6π; 7π; 8π; 9π; 10π; 100π

b) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi$; $\frac{\pi}{6}+4\pi$; $\frac{\pi}{6}+6\pi$; $\frac{\pi}{6}+8\pi$; $\frac{\pi}{6}+10\pi$; $\frac{\pi}{6}+100\pi$

c) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}+2\pi$; $\frac{\pi}{4}+4\pi$; $\frac{\pi}{4}+6\pi$; $\frac{\pi}{4}+8\pi$; $\frac{\pi}{4}+10\pi$; $\frac{\pi}{4}+100\pi$

24. Usare il calcolatore per determinare seno, coseno e tangente degli angoli indicati nell'esercizio precedente. Ricordare di predisporre il calcolatore per la misura degli angoli in radianti.
Svolgendo l'esercizio a), si incontra, con i calcolatori più comuni, una difficoltà: si ottiene seno, coseno e tangente per angoli ampi fino a 8π radianti. Se invece si cerca seno, coseno e tangente di un angolo ampio più di 8π, il calcolatore dà un segnale di errore. È una limitazione, dovuta a motivi tecnici, di cui occorre tener conto anche quando ci si vale della misura degli angoli in gradi (un angolo ampio 8π radianti misura circa 1440°).
Se ci si basa sulla periodicità delle funzioni circolari, si può, invece, determinare seno, coseno e tangente di angoli grandi quando si vuole.

25. Riprendere in esame le nozioni sugli angoli associati (p. 38 e p. 207), e scriverle esprimendo gli angoli in radianti. Risulta, per esempio:

$$\operatorname{sen}(\pi-\alpha)=\operatorname{sen}\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\operatorname{tg}(\pi-\alpha)=-\operatorname{tg}\alpha.$$

26. Determinare, senza usare il calcolatore, seno e coseno dei seguenti angoli:

a) 0; $\frac{\pi}{2}$; π; $\frac{3}{2}\pi$; 2π; $\frac{5}{2}\pi$; 3π; $\frac{7}{2}\pi$; 4π

b) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$; $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{11}{6}\pi$; $\frac{13}{6}\pi$; $\frac{17}{6}\pi$; $\frac{19}{6}\pi$; $\frac{23}{6}\pi$

c) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{4}{3}\pi$; $\frac{5}{3}\pi$; $\frac{7}{3}\pi$; $\frac{8}{3}\pi$; $\frac{10}{3}\pi$; $\frac{11}{3}\pi$

d) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3}{4}\pi$; $\frac{5}{4}\pi$; $\frac{7}{4}\pi$; $\frac{9}{4}\pi$; $\frac{11}{4}\pi$; $\frac{13}{4}\pi$; $\frac{15}{4}\pi$

27. Determinare seno e coseno degli stessi angoli proposti nel precedente esercizio, usando il calcolatore tascabile; confrontare i risultati ottenuti.

28. Determinare la tangente dei seguenti angoli, misurati in radianti, usando il calcolatore tascabile

a) 0; 0,7854; 1,4835; 1,5533; 1,5706

b) 1,5708; 1,5882; 1,6581; 2,3562; 3,1416

Calcolare il valore delle espressioni presentate negli esercizi dal n. 29 al n. 40.

29. $2\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}-3\cos\pi\,\text{tg}\,\pi+5\,\text{tg}\,0-\cos\frac{3}{2}\pi$ [2]

30. $3\,\text{sen}\,0+5\,\text{tg}\,\frac{\pi}{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}-4\cos\frac{\pi}{2}$ [non ha significato perché...]

31. $4\,\text{sen}\,\frac{5}{2}\pi-2\cos 3\pi+3\cos 0\,\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi$ [5]

32. $\cos\frac{5}{2}\pi-\sqrt{3}\cos\frac{7}{2}\pi+\cos 4\pi-\cos 3\pi$ [2]

33. $\cos\frac{3}{2}\pi-\text{sen}\,\frac{\pi}{2}+\cos\pi-\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi+\cos 2\pi$ [0]

34. $\cos\frac{7}{2}\pi-\text{tg}\,\frac{2}{3}\pi\cos\frac{2}{3}\pi+\text{sen}\,\frac{2}{3}\pi$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

35. $\text{sen}\,\frac{7}{6}\pi\,\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi-\cos\frac{7}{6}\pi\cos\frac{5}{6}\pi$ [−1]

36. $\text{sen}\,\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}-\text{tg}\,\frac{\pi}{3}\,\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

37. $\text{ctg}\,\frac{4}{3}\pi\,\text{sen}\,\frac{4}{3}\pi+\text{tg}\,\frac{4}{3}\pi\cos\frac{4}{3}\pi-\text{sen}\,\frac{4}{3}\pi$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

38. $a\,\text{tg}\,\pi-b\cos\frac{\pi}{2}+a\,\text{tg}\,0-b\,\text{ctg}\,\frac{\pi}{2}$ [0]

39. $a^2\cos 2\pi-2ab\cos\pi+b^2\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}$ $[(a+b)^2]$

40. $4a\,\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi+b\sqrt{2}\cos\frac{7}{4}\pi-a\cos 2\pi$ $[a+b]$

Scrivere nella forma più semplice le espressioni assegnate negli esercizi dal n. 41 al n. 48.

41. $\text{sen}\,(\alpha+\pi)\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\alpha$ [0]

42. $\text{sen}\,(2\pi-\alpha)\cos\alpha+\text{sen}\,(\pi-\alpha)\cos\alpha+\text{sen}\,\alpha\cos(2\pi-\alpha)-\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ [0]

43. $\text{sen}\,(\pi+\alpha)-\cos(\pi-\alpha)-2\,\text{tg}\,(2\pi-\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ $[\cos\alpha+2\,\text{tg}\,\alpha]$

44. $\text{sen}^2(\pi-\alpha)+\cos^2(2\pi-\alpha)-\text{ctg}\,(2\pi-\alpha)\,\text{tg}\,(\pi+\alpha)$ [2]

45. $\text{sen}\,(\pi-\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(\pi-\alpha)\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ $[1-\cos^2\alpha]$

46. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{tg}(\pi+\alpha)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ [0]

47. $\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)+\operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)+\operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)$ [$\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha$]

48. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{tg}(\pi+\alpha)-3\operatorname{tg}(\pi-\alpha)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ [$2\operatorname{tg}^2\alpha$]

49. Basandosi sulla Fig. 11 verificare che, per valori positivi di x prossimi a zero, risulta

$$\operatorname{sen}x<x<\operatorname{tg}x\,.$$

(Ricordare che x rappresenta la lunghezza dell'arco AP, ...)

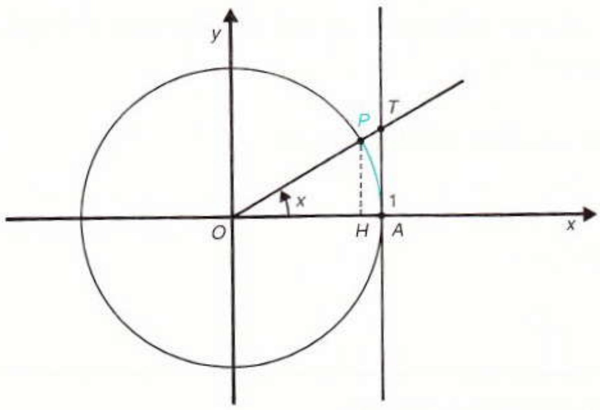

Fig. 11

50. Dopo aver predisposto il calcolatore ad usare la misura degli angoli in radianti, completare la seguente tabella:

x (in radianti)	sen x	tg x
0,25		
0,20		
0,15		
0,10		
0,05		
0,01		
0,005		
0,001		

Che cosa si osserva?

51. Sulla base della tabella compilata nell'esercizio precedente, verificare la validità della seguente regola di approssimazione: se la misura di un angolo α è inferiore a 15°, si può sostituire il seno o la tangente di α con la misura in radianti di α; si commette così un errore che non supera 0,01.

52. Riprendere la disuguaglianza stabilita nell'esercizio 49.

$$\operatorname{sen} x < x < \operatorname{tg} x ,$$

e dividerne i tre membri per $\operatorname{sen} x$; si ottiene:

$$1 < \frac{x}{\operatorname{sen} x} < \frac{1}{\cos x} .$$

A partire da queste disuguaglianze, verificare che, se x assume valori positivi sempre più vicini a zero, l'espressione

$$\frac{\operatorname{sen} x}{x}$$

assume valori sempre più vicini ad 1.

Possiamo così mettere in evidenza tre relazioni fondamentali, che derivano dalla misura degli angoli in radianti:

1) la lunghezza l di un arco AB sotteso, in una circonferenza di raggio r, da un angolo al centro $A\hat{O}B$ ampio θ radianti, è:

$$l = r\theta ;$$

2) l'area S del settore circolare AOB è data da

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta ;$$

3) se $x \to 0$, $\quad \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} \to 1.$

Il grafico delle funzioni circolari

53. Tracciare il grafico di

$$y = \sec x ,$$

tenendo presente che risulta

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} .$$

La curva è periodica? La curva ha degli asintoti paralleli all'asse delle y?

54. Tracciare il grafico di

$$y = \operatorname{cosec} x ,$$

tenendo presente che risulta

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} .$$

La curva è periodica? La curva ha degli asintoti paralleli all'asse delle y?

55. Tracciare il grafico di

$$y = \operatorname{ctg} x ,$$

tenendo presente che risulta

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} .$$

La curva è periodica? La curva ha degli asintoti paralleli all'asse delle y?

56. Operare la simmetria rispetto all'asse delle x e la simmetria rispetto all'asse delle y sui grafici delle funzioni:

$$y = \operatorname{ctg} x , \quad y = \sec x , \quad y = \operatorname{cosec} x .$$

Quali funzioni sono pari e quali sono dispari?

57. Le Figg. 12 e 13 suggeriscono un metodo per determinare l'equazione della tangente t alla sinusoide nell'origine O:

— si sceglie una distanza $\overline{OH}=h$ abbastanza piccola;

— si determina il punto $P(h, \operatorname{sen} h)$;

— si scrive l'equazione della retta secante OP:

$$\frac{y}{x}=\frac{\operatorname{sen} h}{h};$$

— si fa «scivolare» il punto P sulla curva verso O, assegnando ad h dei valori sempre più vicini a zero; la secante OP tende così alla tangente t.

Qual è l'equazione della retta t?

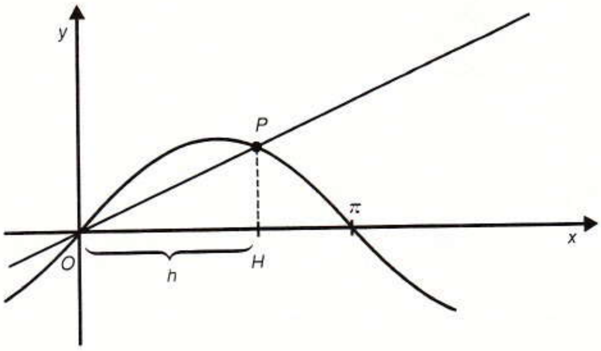

Fig. 12

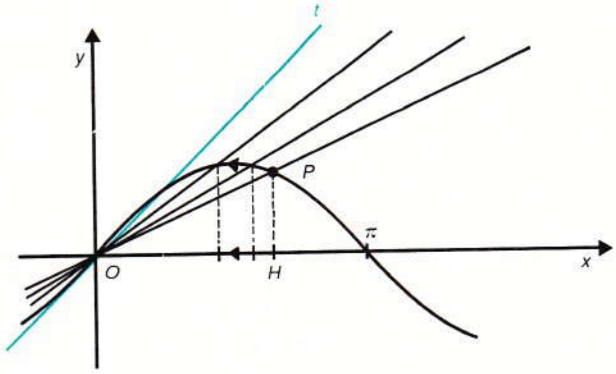

Fig. 13

58. Basandosi sulle Figg. 14 e 15, scrivere l'equazione della tangente t alla sinusoide nel punto $A(\pi, O)$.

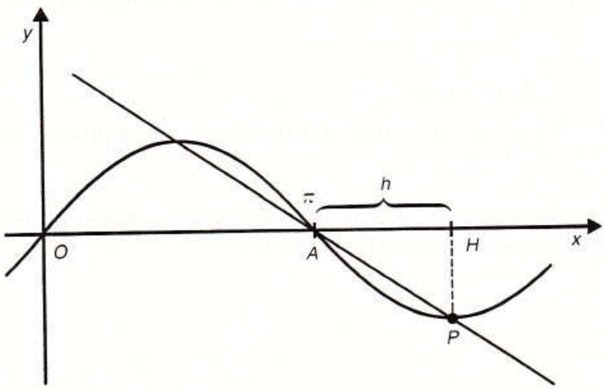

Fig. 14

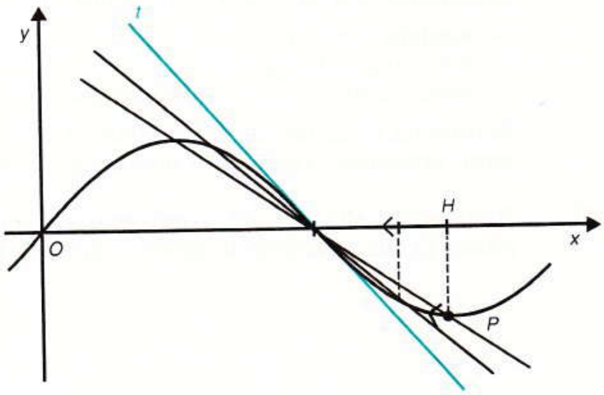

Fig. 15

59. Tracciare il grafico delle curve

$$y=|\operatorname{sen} x| \quad \text{e} \quad y=\operatorname{sen}|x|$$

(*Tenere presente la nozione di valore assoluto,* $|\boldsymbol{a}|$, *di un numero* $\boldsymbol{a}$:

$$|\boldsymbol{a}|=\boldsymbol{a} \text{ se } \boldsymbol{a}>0; \quad |\boldsymbol{a}|=-\boldsymbol{a} \text{ se } \boldsymbol{a}<0).$$

60. Tracciare il grafico delle curve

$$y=|\cos x| \quad \text{e} \quad y=\cos|x|.$$

61. Tracciare il grafico delle curve

$$y=|\operatorname{tg} x| \quad \text{e} \quad y=\operatorname{tg}|x|.$$

62. In Fig. 16 è rappresentato il vettore $\vec{v}_c$, velocità istantanea del punto P che si muove di moto circolare uniforme (p. 70), descrivendo una circonferenza di raggio $r=1$ m e percorrendo un radiante al secondo. Il vettore $\vec{v}_c$, ha:

— modulo $v_c = \frac{2\pi \cdot 1}{2\pi} = 1$ m/sec;
— direzione tangente alla traiettoria, e cioè perpendicolare al raggio;
— verso, come è indicato in figura.

Si proietta il vettore $\vec{v}_c$ sul diametro AB, ottenendo la velocità istantanea $\vec{v}$ del punto Q che si muove di moto armonico. Descrivere modulo e verso del vettore $\vec{v}$.

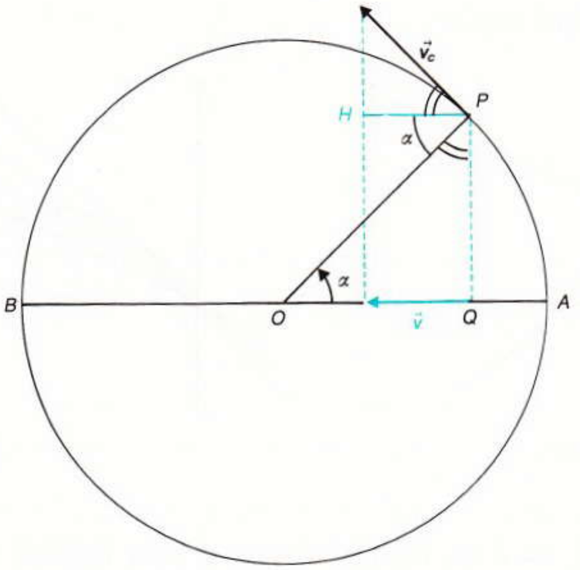

Fig. 16

63. In Fig. 17 è rappresentato il vettore $\vec{a}_c$, accelerazione centripeta del punto P che percorre la circonferenza con lo stesso movimento, di cui si parla nell'esercizio precedente. Il vettore $\vec{a}_c$ ha:

— modulo $a_c = 1$ m/sec^2;
— direzione del raggio;
— verso centripeto, cioè orientato verso il centro della traiettoria.

Si proietta il vettore $\vec{a}_c$ sul diametro AB; si otterrà l'accelerazione $\vec{a}$ del punto Q che si muove di moto armonico. Descrivere modulo e verso del vettore $\vec{a}$.

64. Riferendosi alla Fig. 18, confrontare il vettore spostamento $\vec{d}$ e il vettore accelerazione $\vec{a}$ del punto Q che si muove di moto armonico. Quale relazione passa fra $\vec{a}$ e $\vec{d}$?

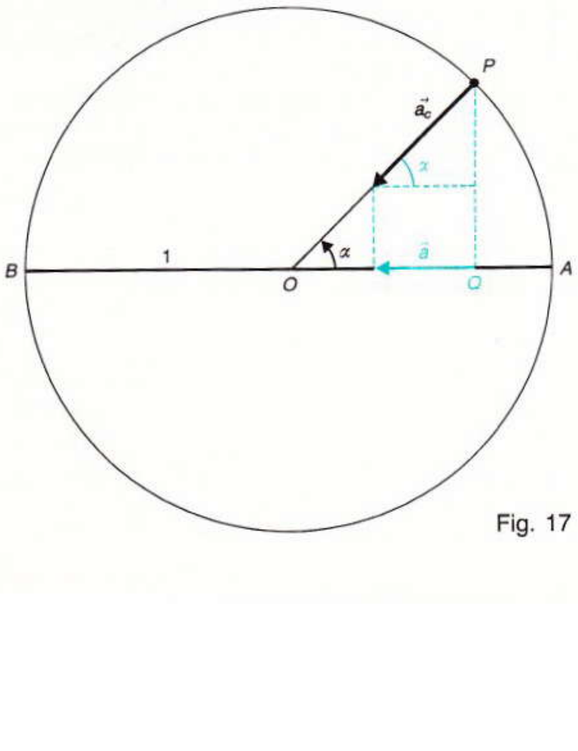

Fig. 17

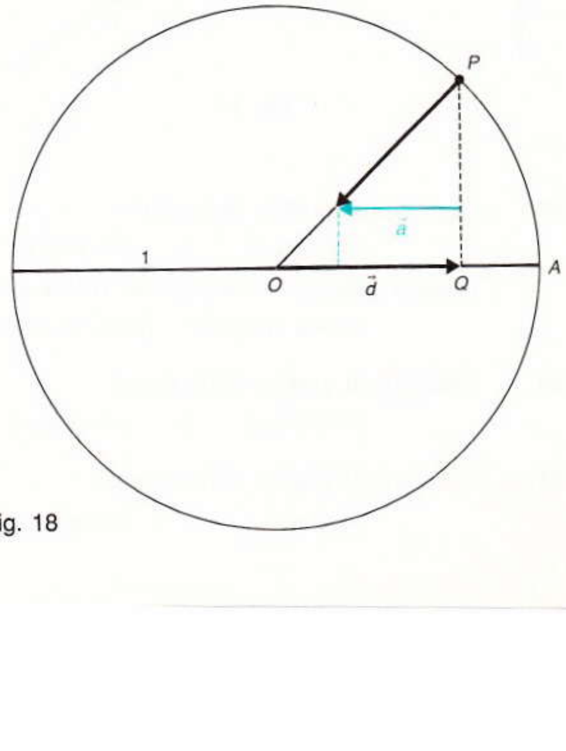

Fig. 18