

Derivata del quoziente di funzioni derivabili. Esercizi

Richiamo le derivate di funzioni elementari

Funzione	Derivata
$y = k$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin(x)$	$y' = \cos(x)$
$y = \cos(x)$	$y' = -\sin(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

Derivata della reciproca di una funzione elementare

1. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la seguente tabella

Funzione	Derivata
$y = \frac{1}{f(x)}$	$y' = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$
$y = \frac{1}{\sin(x)}$	
$y = \frac{1}{\cos(x)}$	
$y = \frac{1}{e^x}$	
$y = \frac{1}{\ln(x)}$	

2. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la seguente tabella

Funzione	Derivata
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \frac{1}{x} = x^{-1}$	
$y = \frac{1}{x^2} = \dots$	
$y = \frac{1}{x^4} = \dots$	
$y = \frac{1}{x^7} = \dots$	

Derivata del quoziente di funzioni elementari

3. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la tabella

Funzione	Derivata
$y = \frac{n(x)}{d(x)}$	$y' = \frac{n'(x) \cdot d(x) - n(x) \cdot d'(x)}{[d(x)]^2}$
$y = \frac{x^2}{\text{sen}(x)}$	
$y = \frac{\text{sen}(x)}{x^3}$	
$y = \frac{e^x}{\cos(x)}$	
$y = \frac{\cos(x)}{x^2}$	

4. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la tabella

Funzione	Derivata
$y = \frac{n(x)}{d(x)}$	$y' = \frac{n'(x) \cdot d(x) - n(x) \cdot d'(x)}{[d(x)]^2}$
$y = \frac{x^2}{e^x}$	
$y = \frac{e^x}{x^3}$	
$y = \frac{x^2}{\ln(x)}$	
$y = \frac{\ln(x)}{x^3}$	

Derivata di somma, prodotto e reciproche di funzioni derivabili

5. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la tabella

Funzione	Derivata
$y = 2x + 3$	
$y = \frac{1}{2x + 3}$	
$y = 3x^2 + 4x + 2$	
$y = \frac{1}{3x^2 + 4x + 2}$	

Calcola le derivate delle funzioni date negli esercizi da 6 a 11

6. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{3x}$, $y = \frac{1}{x+3}$

7. $y = \frac{1}{2x-5}$, $y = \frac{1}{2-x}$, $y = \frac{1}{7-4x}$

8. $y = \frac{1}{x^2+2}$, $y = \frac{1}{x^2+2x}$, $y = \frac{1}{x^2+3x-1}$

9. $y = \frac{1}{x^3+x^2}$, $y = \frac{1}{3x^4-4x^2}$, $y = \frac{1}{-2x^3+6x-1}$

10. $y = \frac{1}{2\text{sen}(x)+1}$ $y = \frac{1}{3\text{cos}(x)-4}$ $y = \frac{1}{2\text{sen}(x)-\text{cos}(x)}$

11. $y = \frac{1}{4\text{cos}(x)-1}$ $y = \frac{1}{3-2\text{cos}(x)}$ $y = \frac{1}{3\text{sen}(x)+4\text{cos}(x)}$

Derivata di somma, prodotto e quoziente di funzioni derivabili

12. Calcola le derivate delle funzioni assegnate per completare la tabella

Funzione	Derivata
$y = 3x + 2$	
$y = 4x - 5$	
$y = \frac{3x + 2}{4x - 5}$	
$y = \frac{4x - 5}{3x + 2}$	
$y = x^2 + 4x - 3$	
$y = 2x^2 - 3x$	
$y = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 4x - 3}$	
$y = \frac{x^2 + 4x - 3}{2x^2 - 3x}$	

Calcola le derivate delle funzioni date negli esercizi da 13 a 18

13. $y = \frac{2x+1}{4-3x}$ $y = \frac{4-3x}{2x+1}$

14. $y = \frac{3-2x}{3+2x}$ $y = \frac{4x+5}{4x-5}$

15. $y = \frac{x^2-x}{x^2+1}$ $y = \frac{x^2+1}{x^2+x}$

$$16. y = \frac{2x}{x^2+x+8} \qquad y = \frac{3x}{4x^2+1}$$

$$17. y = \frac{x^3}{2x^2-1} \qquad y = \frac{2x^3}{x^2+3}$$

$$18. y = \frac{2x^2-2x+2}{x^2-2x} \qquad y = \frac{x^2+x}{x^2-x+1}$$

$$19. \text{È data la funzione } y = \frac{x^4+4}{2x^4}$$

- Calcola la derivata con i seguenti due procedimenti:

I. Procedimento

a. Spiega perché puoi scrivere la funzione nella forma $y = \frac{1}{2} + 2x^{-4}$

b. Calcola la derivata della funzione nella nuova forma.

II. Procedimento

Applica la derivata del quoziente per calcolare la derivata della funzione data.

- Quale procedimento ti sembra più semplice?

Calcola le derivate delle funzioni date negli esercizi da 20 a 27

$$20. \quad y = \frac{2x+1}{x}, \quad y = \frac{-3x+4}{x}$$

$$21. \quad y = \frac{4-x}{x^2} \qquad y = \frac{4-x^2}{x^2}$$

$$22. \quad y = \frac{1+4x^2}{3x} \qquad y = \frac{1+x^3}{x^2}$$

$$23. \quad y = x + \frac{1}{x}, \quad y = x - \frac{1}{x^3}, \quad y = \frac{x}{3} - \frac{1}{x^2}$$

In quanti modi si può svolgere il calcolo delle derivate indicate?
Qual'è il procedimento più rapido?

$$24. \quad y = \frac{4}{x^2} - x, \quad y = x^2 + \frac{1}{x^2}, \quad y = x + \frac{4}{x^2}$$

In quanti modi si può svolgere il calcolo delle derivate indicate?
Qual'è il procedimento più rapido?

$$25. \quad y = x + \frac{1}{3x^3}, \quad y = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{x^2}, \quad y = x^2 + \frac{16}{x^2}$$

In quanti modi si può svolgere il calcolo delle derivate indicate?
Qual'è il procedimento più rapido?

$$26. \quad y = \frac{3}{2} - x + \frac{1}{2x^2}, \quad y = x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2x^2}, \quad y = x - 3 + \frac{4}{x^2}$$

In quanti modi si può svolgere il calcolo delle derivate indicate?
Qual'è il procedimento più rapido?

27. È data la funzione $y = \frac{2x^4}{x^2 + 4} \times (x^2 + 4)$.

Calcola la sua derivata con il procedimento più rapido.

Calcola le derivate delle funzioni date negli esercizi da 28 a 34

28. $y = \frac{\text{sen}(x)+1}{\text{sen}(x)}$ $y = \frac{\cos(x)}{2\cos(x)+1}$

29. $y = \frac{1+\text{sen}(x)}{1-\text{sen}(x)}$ $y = \frac{1-\cos(x)}{1+\cos x}$

30. $y = \frac{x+\text{sen}(x)}{x-\text{sen}(x)}$ $y = \frac{x-\cos(x)}{x+\cos x}$

31. $y = \frac{e^x+1}{e^x}$ $y = \frac{e^x-1}{x}$

32. $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$ $y = \frac{x-e^x}{x+e^x}$

33. $y = \frac{1+\ln(x)}{x+1}$ $y = \frac{2-\ln(x)}{2x+1}$

34. $y = \frac{1-\ln(x)}{1+\ln(x)}$ $y = \frac{x+\ln(x)}{x-\ln(x)}$