Derivate di funzioni elementari
Risposte e commenti all’attività

Enrico Pietropoli, 2022

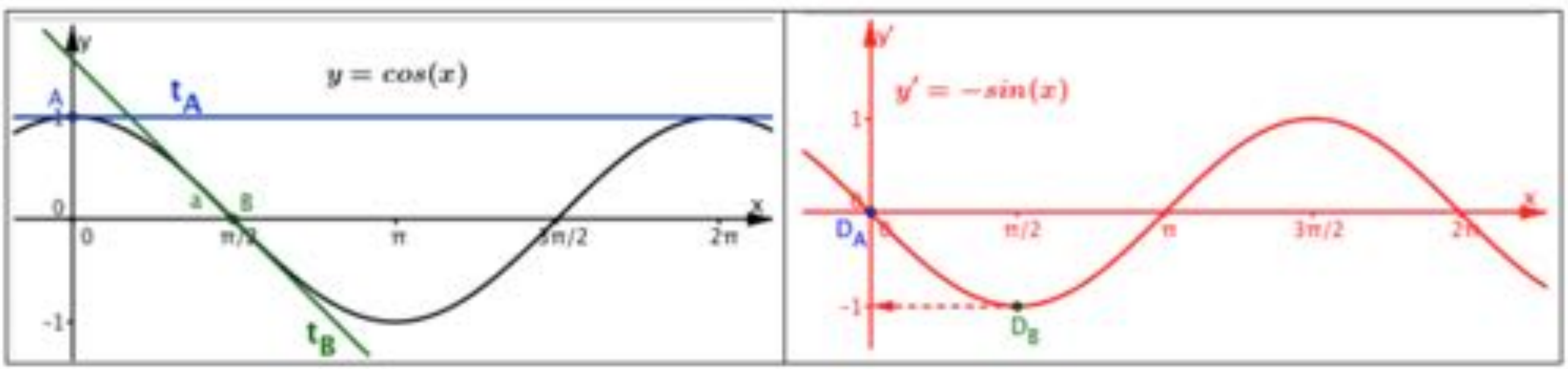
Quesito 1

3. Sono disegnati i grafici di $y = \cos(x)$ e di $y' = -\sin(x)$; rispondi ai seguenti quesiti:
   a. Indica con A il punto della cosinusoide di ascissa 0 e completa le seguenti frasi:
   - L'ordinata del punto A è data da $\cos(0) = 1$;
   - La pendenza m_A della tangente t_A alla cosinusoide in A è $m_A = -\sin(0) = 0$

   b. traccia il grafico della retta t_A.

   c. Indica con B il punto della cosinusoide di ascissa $\pi/2$ e completa le seguenti frasi:
   - L'ordinata del punto B è data da $\cos(\pi/2) = 0$;
   - la pendenza m_B della tangente t_B alla cosinusoide in B è $m_B = -\sin(\pi/2) = -1$

   d. traccia il grafico della retta t_B.



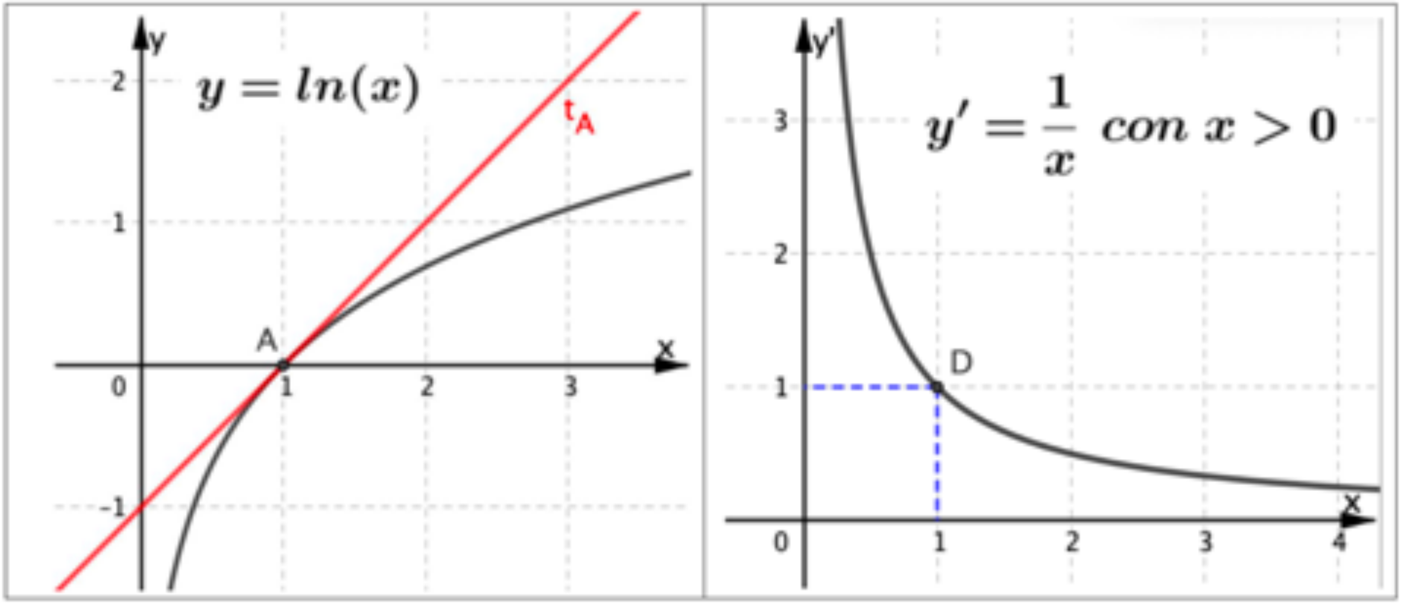
Quesiti 2a e 2b

2. Qui sotto sono disegnati i grafici di $y = \ln(x)$ e della sua derivata $y' = \frac{1}{x}$; completa le frasi e rispondi ai quesiti seguenti:

a. Il punto A della curva logaritmica ha ascissa 1; completa le seguenti frasi:

- L'ordinata del punto A è data da $\mathbf{\ln(1) = 0}$;
- La pendenza m_A della tangente t_A alla curva in A è $m_A = f'(1) = \frac{1}{1} = 1$

b. traccia il grafico della retta t_A.



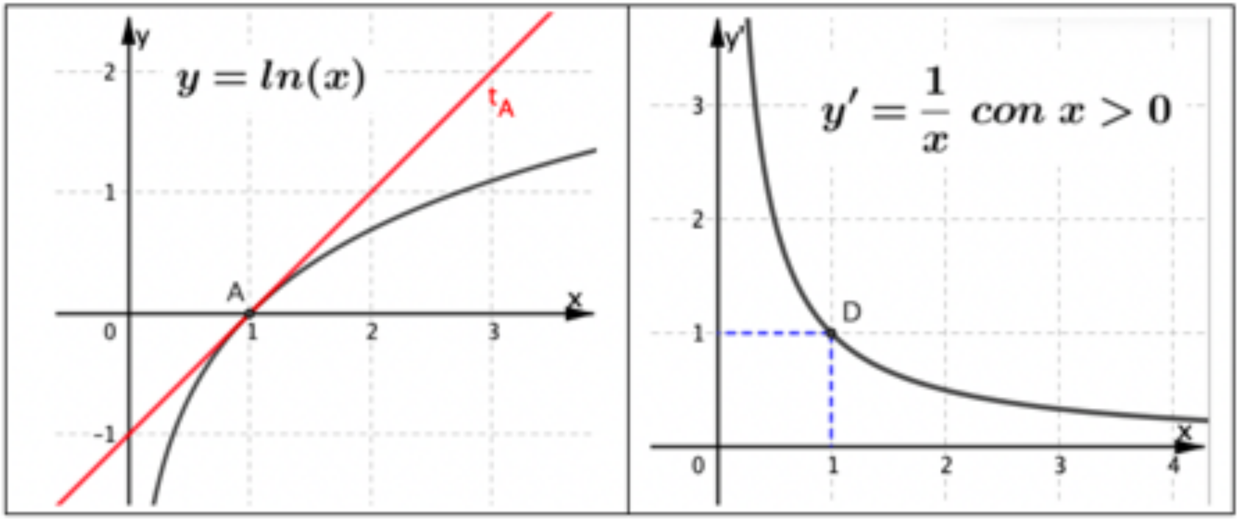
Quesiti 2c e 2d

2. Qui sotto sono disegnati i grafici di $y = \ln(x)$ e della sua derivata $y' = \frac{1}{x}$; completa le frasi e rispondi ai quesiti seguenti:

c. Puoi trovare sulla curva logaritmica punti con la tangente parallela all'asse delle x? **NO**

d. Motiva la tua risposta.

Varie risposte possibili, come ad esempio la seguente.
Un tangente parallela all'asse delle x ha pendenza $m_t = 0$.
La pendenza della tangente in ogni punto è data da $y' = \frac{1}{x}$ con $x>0$ perciò non trovo un valore reale di x per cui risulta $y' = 0$.



Calcolare la derivata di $y = \ln(x)$ con il limite del rapporto incrementale

La derivata di y = ln(x)

Rapporto incrementale	
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\ln(x+h) - \ln(x)}{h} =$	
$= \frac{\ln\left(\frac{x+h}{x}\right)}{h} =$	**Proprietà dei logaritmi** $\ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$
$= \frac{\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}{h} =$	**Proprietà della divisione** $\frac{x+h}{x} = \frac{x}{x} + \frac{h}{x} = 1 + \frac{h}{x}$
$= \frac{\ln(1+z)}{zx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{\ln(1+z)}{z}$	**Nuova variabile** $z = \frac{h}{x} \Longrightarrow h = zx$
Limite del rapporto incrementale	
$\lim_{z\to 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\ln(1+z)}{z} = \frac{1}{x}$	**Limite noto** $\lim_{z\to 0} \frac{\ln(1+z)}{z} = 1$
$y' = \frac{1}{x}$	**Derivata**

$y = \ln(x)$ è definito per $x > 0$ perciò $x \neq 0$ e posso dividere per x.

Se $h \to 0$ anche $z \to 0$

z	$-0{,}01$	$-0{,}001$	$\to 0 \leftarrow$	$0{,}001$	$0,01$
$\frac{\ln(1+z)}{z}$	1,005	1,0005	$\to 1 \leftarrow$	0,9995	0,995