Derivazione grafica

Nelle scienze e nella tecnologia si trovano spesso funzioni descritte non con una formula, ma solo con un grafico; in questi casi posso trovare la derivata per descrivere la rapidità di variazione di una grandezza? Ecco un esempio per scoprire un procedimento ‘storico’, oggi abbandonato dopo la diffusione dei computer, ma praticato nelle facoltà scientifiche e negli ITI nell’800 e fino agli anni ’60 del secolo scorso.

Consideriamo una funzione $y=f(x)$ data mediante una curva disegnata sul piano cartesiano (fig. 1) e vediamo come si può ottenere la sua derivata $y'=f'(x)$ con un procedimento grafico.

Si comincia col fissare l’attenzione su un punto A della curva di ascissa a e si determina $f'(a)$, basandosi sul significato geometrico della derivata: $f'(a)$ indica la pendenza della tangente alla curva in A. Si può allora procedere così (fig. 2):

- si traccia la tangente t_A alla curva nel punto A,
- si fissa sull’asse delle x il punto $P(-1, 0)$,
- da P si conduce la retta $r_A // t_A$, fino ad incontrare l’asse delle y in Q_A.

Fig.1

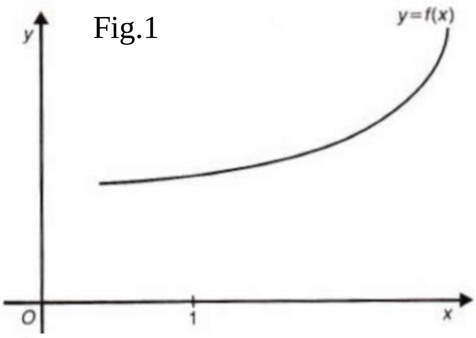
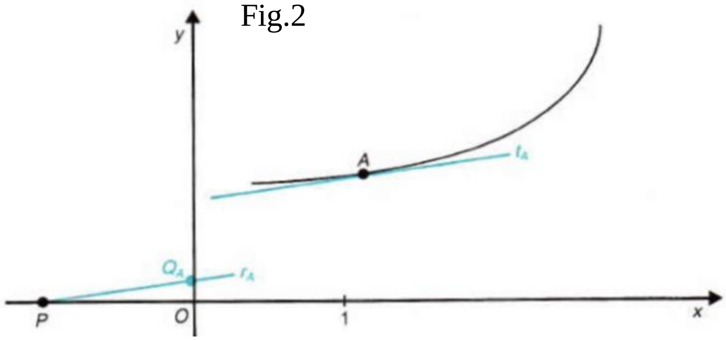


Fig.2



È facile verificare che l’ordinata del punto Q_A indica proprio la derivata $f'(a)$, dato che risulta

$$Q_A[0, f'(a)].$$

Infatti, le due rette r_A e t_A hanno la stessa pendenza $m=f'(a)$; perciò la retta r_A, che passa per $P(-1, 0)$, ha l’equazione

$$y=f'(a)(x+1)$$

ed incontra l’asse delle y nel punto che ha l’ascissa $x=0$ e l’ordinata $y=f'(a)$.

Ora è facile continuare il procedimento per ottenere il grafico di $y'=f'(x)$:

- si traccia da A la parallela all’asse delle y e da Q_A la parallela all’asse delle x, in modo da determinare il punto $T_A[a, f'(a)]$ (fig. 19);
- si ripete il procedimento a partire da altri punti B, C, … della curva (fig. 3);
- si raccordano i vari punti T_B, T_C, … così ottenuti (fig. 4).

In questo modo si arriva a tracciare un grafico approssimativo della funzione $y'=f'(x)$. È chiaro che il grafico sarà solo grossolanamente approssimato se i punti costruiti sono pochi e distanti, ma diventerà sempre più soddisfacente quanto più numerosi e “fitti” sono i punti ottenuti.

Fig.4

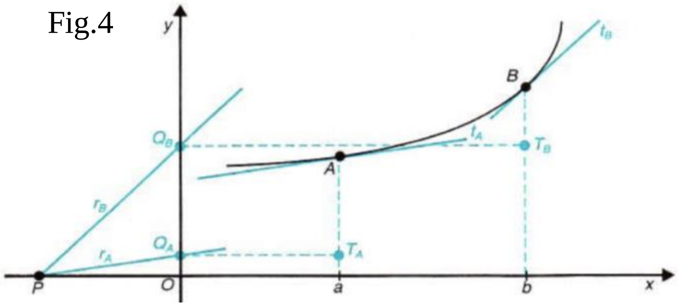
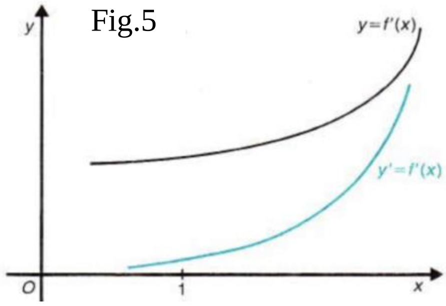


Fig.5



Documento tratto dal testo fuori catalogo
E. Castelnuovo, C. Gori Giorgi, D. Valenti
Elementi di analisi matematica