

Funzioni e simbolo $f(x)$

Significato della parola “funzione”.

Il significato della parola ‘funzione’ è cambiato nel corso dei secoli. Ecco due definizioni famose.

- «Se x rappresenta una quantità variabile, allora tutte le quantità che dipendono da x in un modo qualunque ... sono chiamate *funzioni* di essa» (*Eulero, 1755*)
- «Due variabili reali si dicono *funzioni* una dell'altra, quando variano simultaneamente in modo che *il* valore dell'una determina *il* valore dell'altra» (*Cauchy, 1857*)

Ed ecco la definizione condivisa oggi dalla comunità scientifica

- «Si intende una *funzione* come una legge arbitraria che, ad ogni x appartenente ad un insieme D (detto *dominio* della funzione), fa corrispondere *una sola* y appartenente ad un insieme C (detto *codominio* della funzione)» (*Kolmogorov, 1974*).

Le funzioni dell'analisi matematica

L'analisi matematica studia particolari funzioni con le seguenti caratteristiche:

- dominio e codominio sono insiemi di numeri reali;
- la legge è espressa da una formula o da un grafico.

Funzioni di questo tipo prendono il nome di *funzioni reali di variabile reale*.

Molto spesso troverai funzioni descritte solo da una formula; in questo caso sono sottintese due informazioni:

- il dominio è l'insieme dei numeri reali per i quali la formula dà un risultato reale;
- il codominio è l'insieme dei numeri reali.

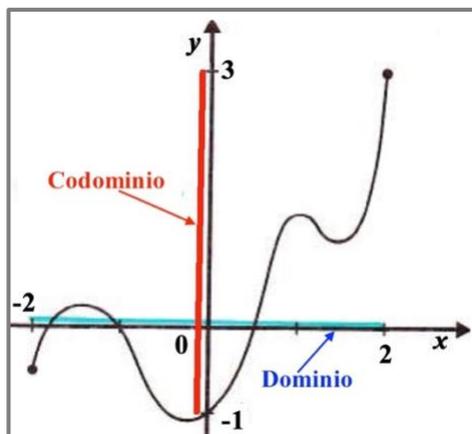
Esempi

$y = \frac{1}{x}$ Non posso dividere per 0, perciò il dominio sottinteso è l'insieme \mathcal{R}_0 dei numeri reali escluso 0.

$y = \sqrt{x}$ La radice quadrata di x dà un risultato reale solo se $x \geq 0$, perciò il dominio sottinteso è l'insieme \mathcal{R}^+ dei numeri reali positivi.

Ma puoi trovare anche funzioni descritte solo da un grafico; in questo caso ottieni dominio e codominio dal grafico.

Esempio



Il dominio è l'intervallo $[-2, 2]$
Il codominio è l'intervallo $[-1, 3]$

Il simbolo $f(x)$

Trovi il simbolo $y = f(x)$ per descrivere procedimenti validi per tutte le funzioni reali di variabile reale. Il simbolo si legge ‘y uguale ad effe di x’ ed è stato introdotto per la prima volta nel 1734 dal matematico svizzero Leonardo Eulero.

I simboli x, y, f hanno abitualmente il seguente significato:

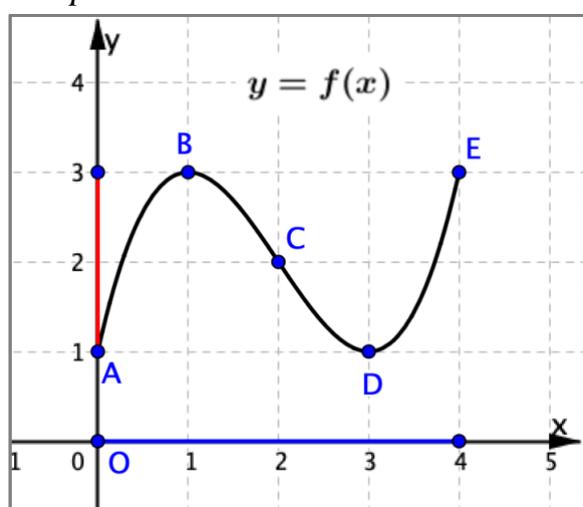
x indica un elemento del dominio e prende il nome di **variabile indipendente**;

y indica l’elemento del codominio corrispondente ad x e prende il nome di **variabile dipendente**;

f indica una qualunque formula per ottenere y a partire da x .

Una funzione può essere data anche solo con un grafico; in questo caso la formula f non è data, ma dal grafico si possono ricavare molte informazioni.

Esempio



Ad esempio, dal grafico posso ricavare che:

- il *dominio* è l’intervallo $[0, 4]$
- il *codominio* è l’intervallo $[1, 3]$
- il punto A ha coordinate $(0, 1)$, perciò $f(0) = 1$
- il punto B ha coordinate $(1, 3)$, perciò $f(1) = 3$

ESERCIZI

- Basati sulla figura qui sopra per risolvere i seguenti quesiti:
 - Quanto vale $f(2)$? _____
 - Quanto vale $f(3)$? _____
 - Quanto vale $f(4)$? _____
- Basati sulla figura qui sopra per risolvere i seguenti quesiti:
 - Quanto vale $f(2 + 1)$? _____
 - Quanto vale $f(2) + f(1)$? _____
 - È vero che $f(2 + 1) = f(2) + f(1)$? _____
- Basati sulla figura qui sopra per risolvere i seguenti quesiti:
 - Quanto vale $f(3 - 1)$? _____
 - Quanto vale $f(3) - f(1)$? _____
 - È vero che $f(3 - 1) = f(3) - f(1)$? _____
- Basati sulla figura qui sopra per risolvere i seguenti quesiti:
 - Quanto vale $f(4 - 3) + f(3)$? _____
 - Quanto vale $f(3 + 1) - f(1)$? _____
 - Quanto vale $f(4 - 2) + f(4 - 3)$? _____