

Dimostrare che $\sqrt{2}$ è irrazionale

1. Studia i ragionamenti esposti qui sotto.

Perché $\sqrt{2}$ è irrazionale?	
I. Tentativi con esempi numerici <i>Tutte le frazioni scelte negli esempi sono ridotte ai minimi termini, cioè hanno i termini senza fattori comuni</i>	
<p>Può essere $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$?</p> <p>Verifico se $\left(\frac{7}{5}\right)^2$ può dare 2</p> <p>da $\left(\frac{7}{5}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{7^2}{5^2} = 2$</p> <p>e quindi $7^2 = 2 \times 5^2$ FALSA</p> <p>perché:</p> <ul style="list-style-type: none">- in $2 \cdot 5^2$ trovo il fattore 2;- in 7^2 non trovo il fattore 2;	<p>Può essere $\sqrt{2} = \frac{10}{7}$?</p> <p>Verifico se $\left(\frac{10}{7}\right)^2$ può dare 2</p> <p>da $\left(\frac{10}{7}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{(5 \cdot 2)^2}{7^2} = 2$</p> <p>e quindi $2^2 \times 5^2 = 2 \times 7^2$ FALSA</p> <p>perché:</p> <ul style="list-style-type: none">- in $2^2 \times 5^2$ trovo il fattore $2^2 = 4$;- in $2 \cdot 7^2$ non trovo il fattore 4.
II. Dimostrazione $\frac{p}{q}$ è una frazione ridotta ai minimi termini, perciò p e q non hanno fattori comuni.	
<p>Può essere $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$?</p> <p>Verifico se $\left(\frac{p}{q}\right)^2$ può dare 2</p> <p>da $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ ricavo $\frac{p^2}{q^2} = 2$ e quindi $p^2 = 2 \cdot q^2$ FALSA</p> <p>Ecco perché.</p> <p>Se scelgo p dispari (ad esempio 7), in p non trovo il fattore 2 e anche p^2 è dispari, perciò:</p> <ul style="list-style-type: none">- in p^2 non trovo il fattore 2;- in $2 \cdot q^2$ trovo il fattore 2. <p>Se scelgo p pari (ad esempio 10), in p trovo il fattore 2 e debbo scegliere q dispari, perciò:</p> <ul style="list-style-type: none">- in p^2 trovo il fattore $2^2 = 4$- in $2 \cdot q^2$ trovo il fattore 2, ma non il fattore 4.	

2. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale $\sqrt{3}$

3. Modifica i ragionamenti precedenti per spiegare perché è irrazionale $\sqrt[3]{2}$