

Potenze. Esercizi

Potenze ad esponente zero e intero negativo

1. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga

a	a^0	a^{-1}	a^{-2}	a^{-3}
3	$3^0 = 1$	$3^{-1} = \frac{1}{3}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$	$3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$
-3				
$\frac{1}{3}$				
$-\frac{1}{3}$				
$\frac{5}{6}$				
$-\frac{5}{6}$				
10				
-10				
0,4				
-0,4				
1				
-1				
0				

2. Completa le seguenti uguaglianze come mostrano i primi due esempi:

A. $100 = 10^2$

B. $0,01 = 10^{-2}$

C. = 10^{-3}

D. $1 = \dots$

E. = 10^4

F. $0,1 = \dots$

G. = 10^{-4}

H. = 10^3

3. Calcolare le seguenti potenze:

$$(-1)^{-2} \quad (-1)^{-3} \quad 1^{-2} \quad 1^{-3} \quad -1^{-2} \quad -1^{-3}$$

4. Calcolare le seguenti potenze:

$$2^{-3} \quad (-2)^{-3} \quad -2^{-3} \quad 4^{-2} \quad (-4)^{-2} \quad -4^{-2}$$

5. Calcolare le seguenti potenze:

$$0,5^{-3} \quad (-0,5)^{-3} \quad -0,5^{-3} \quad 3,2^{-2} \quad (-3,2)^{-2} \quad -3,2^{-2}$$

Espressioni con potenze: ruolo delle parentesi

Calcolare il risultato delle espressioni date negli esercizi dal numero 6 al 20

6. $20+5 \cdot 2^3$ $20+(5 \cdot 2)^3$ $(20+5 \cdot 2)^3$ $(20+5) \cdot 2^3$
[60; 1020; 27 000; 200]

7. $20+8:2^3$ $20+(8:2)^3$ $(20+8:2)^3$ $(20+8):2^3$
[21; 84; 13 824; 3,5]

8. $100-4 \cdot 5^2$ $100-(4 \cdot 5)^2$ $(100-4 \cdot 5)^2$ $(100-4) \cdot 5^2$
[0; -300; 6400; 2400]

9. $100-16:4^2$ $100-(16:4)^2$ $(100-16:4)^2$ $(100-16):4^2$
[99; 84; 9216; 5,25]

10. $(15-5)^2 \cdot (15+5)^2$ $15-5^2 \cdot 15+5^2$ $15-(5 \cdot 15)^2+5$
[40 000; -335; -5605]

11. $50-7 \cdot 3^0$ $50-(7 \cdot 3)^0$ $(50-7 \cdot 3)^0$ $(50-7) \cdot 3^0$
[43; 49; 1; 43]

12. $36-8 \cdot 2^{-3}$ $36-(8 \cdot 2)^{-3}$ $(36-8 \cdot 2)^{-3}$ $(36-8) \cdot 2^{-3}$
[35; 35,999 755 586; 0,000 125; 3,5]

13. $(8-4)^{-2} \cdot (2+8)^{-2}$ $8-4^{-2} \cdot 2+8^{-2}$ $8-(4 \cdot 2)^{-2}+8$
[0,000 625; 7,890 625; 15,984 375]

14. $44-16 \cdot 4^{-1}$ $44-(16 \cdot 4)^{-1}$ $(44-16 \cdot 4)^{-1}$ $(44-16) \cdot 4^{-1}$
[40; 43,984 375; -0,05; 7]

15. $4,8+2,5 \cdot 0,2^3$ $4,8+(2,5 \cdot 0,2)^3$ $(4,8+2,5) \cdot 0,2^3$
[4,82; 4,925; 0,0584]

16. $12,4-0,5 \cdot 1,6^2$ $12,4-(0,5 \cdot 1,6)^2$ $(12,4-0,5 \cdot 1,6)^2$
[11,12; 11,76; 134,56]

17. $(1,6-0,6)^2 \cdot (1,6+0,6)^2$ $1,6-0,6^2 \cdot 1,6+0,6^2$
[4,84; 1,384]

18. $(1,6-0,6)^2 \cdot 1,6+0,6^2$ $1,6-0,6^2 \cdot (1,6+0,6)^2$
[1,96; -0,1424]

19. $2,5^2 - 0,4^2 \cdot 2,5 - 0,72$ $2,5^2 \cdot (-0,4 \cdot 2,5)^2 - 0,72$ [5,13; 5,53]
20. $6,7 - 1,7 \cdot 2,3^0$ $6,7 - (1,7 \cdot 2,3)^0$ $(6,7 - 1,7 \cdot 2,3)^0$ [5; 5,7; 1]

Proprietà delle potenze

Proprietà delle potenze	Esempio numerico
Potenza di potenza $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$	$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$
Prodotto di potenze con la stessa base $a^m \cdot a^p = a^{m+p}$	$7^3 \times 7^5 = 7^{3+5} = 7^8$
Prodotto di potenze con lo stesso esponente $a^n \cdot b^n = (ab)^n$	$10^3 \times 5^3 = (10 \times 5)^3$
Quoziente di potenze con la stessa base $a^m : a^p = a^{m-p}$	$7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$
Quoziente di potenze con lo stesso esponente $a^n : b^n = (a:b)^n$	$10^3 : 5^3 = (10:5)^3$

21. Fra le seguenti uguaglianze scegli quella vera e spiega perché le altre sono false
 (a) $5^6 : 5^2 = 5^{6-2}$ (b) $5^6 : 5^2 = 5^{6:2}$ (c) $5^6 : 5^2 = (5:5)^{6-2}$
22. Fra le seguenti uguaglianze scegli quella vera e spiega perché l'altra è falsa
 (a) $5^6 - 5^2 = 5^{6-2}$ (b) $5^6 - 5^2 = 5^{6+(-5^2)}$
23. Fra le seguenti uguaglianze scegli quella vera e spiega perché l'altra è falsa
 (a) $(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7^2$ (b) $(5+7)^2 = 5^2 + 7^2$
24. Fra le seguenti uguaglianze scegli quella vera e spiega perché l'altra è falsa
 (a) $(12:4)^3 = 12^3 : 4^3$ (b) $(12-4)^3 = 12^3 - 4^3$
25. Spiega perché le seguenti uguaglianze sono *tutte false*.
 (a) $(12:4)^3 = 12^3 : 4$ (b) $(12:4)^3 = 12:4^3$
26. Spiega perché le seguenti uguaglianze sono *tutte false*.
 (a) $(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7$ (b) $(5 \cdot 7)^2 = 5 \cdot 7^2$
27. Completa i seguenti calcoli.

Espressione	Calcolo come è scritta	Calcolo con una proprietà delle potenze
$2^3 \times 5^3$	$2^3 \times 5^3 = 8 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$2^3 \times 5^3 = (\underline{\quad})^3 = \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}$
$12^2 : 4^2$	$12^2 : 4^2 = 144 : \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$12^2 : 4^2 = (\underline{\quad})^2 = \underline{\quad}^2 = \underline{\quad}$

Quale procedimento ti sembra più agevole?

28. Calcola nel modo più agevole il risultato delle seguenti espressioni.

$2^2 \cdot 5^2$ $2^3 \cdot 5^3$ $2^5 \cdot 5^5$ $4^2 \cdot 25^2$ $4^{-1} \cdot 25^{-1}$

29. Calcola nel modo più agevole il risultato delle seguenti espressioni.

$$24^3:8^3 \qquad 125^2:25^2 \qquad 21^4:7^4 \qquad 48^2:8^2$$

30. Calcola nel modo più agevole il risultato delle seguenti espressioni.

$$2^3 \cdot 5^3 \cdot 3^3 \qquad 4^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \qquad 3^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 4^{-2}$$

31. Calcola nel modo più agevole il risultato delle seguenti espressioni.

$$(9 \cdot 13 : 45)^0 \qquad 4^2 \cdot 5^2 : 2^2 \qquad 4^{-2} \cdot 5^{-2} : 2^{-2}$$

Potenze e frazioni

Con le proprietà calcolo la potenza di una frazione

$$\left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{7^2}{5^2}$$

Necessarie le parentesi per elevare a potenza una frazione

Elevo a potenza numeratore e denominatore

Calcola il risultato delle espressioni date negli esercizi da 32 a 35

32. $\frac{2^2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{2}{3^2} \cdot \frac{1}{3}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3}$ $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}\right)^2$
 $\left[\frac{4}{9}; \frac{2}{27}; \frac{4}{27}; \frac{4}{81}\right]$

33. $\frac{4^{-2}}{5} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{4}{5^{-2}} \cdot \frac{3}{5}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{5}$ $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5}\right)^{-2}$
 $\left[\frac{3}{400}; 60; \frac{15}{16}; \frac{625}{144}\right]$

34. $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^3$ $\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{8}\right)^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4}\right)^3$ $\frac{3}{4} - \frac{7^2}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3^3}{4}$
 $\left[0; \frac{1}{16}; -\frac{93}{8}\right]$

35. $\left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} + 2\right)^2$ $\frac{3}{2} - \frac{7^3}{4} \cdot \frac{2}{3} + 2^2$ $\frac{3}{2} - \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{2}{3}\right)^3 + 2^2$
 $\left[-\frac{1}{9}; -\frac{155}{3}; \frac{845}{216}\right]$

Quesiti a risposta multipla sulle potenze

36. L'espressione $10^{37} + 10^{38}$ è anche uguale a

- A. 20^{75}
- B. 10^7
- C. $11 \cdot 10^{37}$
- D. $10^{37 \cdot 38}$

37. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

- A. $2a^{75}$
- B. a^{75}
- C. $a^{37}(a+1)$
- D. $a^{37 \cdot 38}$

38. Il risultato di $16^{100} : 2$ è uguale a

- A. 8^{99}
- B. 8^{100}
- C. 16^{50}
- D. 2^{399}

39. L'espressione $a^{43} + a^{44}$ è uguale a

- A. $a^{44 \cdot 43}$
- B. $a^{43} \cdot (a+1)$
- C. a^{87}
- D. $2a^{87}$

40. Quale tra le seguenti sequenze di numeri è ordinata in modo crescente?

- A. $-10^4, -4 \cdot 10^{-4}, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}$
- B. $-4 \cdot 10^{-4}, -10^4, \frac{1}{10^{-4}}, 10^{-4}$
- C. $-10^4, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}, -4 \cdot 10^{-4}$
- D. $-4 \cdot 10^{-4}, -10^4, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}$

41. Giovanni afferma che $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ è maggiore di $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$. Ha ragione?

- A. Giovanni ha ragione perché quando si eleva a potenza una qualsiasi frazione il risultato diminuisce all'aumentare dell'esponente.
- B. Giovanni non ha ragione perché l'esponente della seconda frazione è maggiore dell'esponente della prima.
- C. Giovanni ha ragione perché moltiplicando $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ per $\frac{3}{40}$, che è minore di 1, si ottiene un numero minore di $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$.
- D. Giovanni non ha ragione perché calcolando $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$ si ottiene una frazione con un numeratore maggiore di quello di $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$.

42. Si sa che $2^{10} = 1024$. Quale fra le seguenti potenze del 10 è quella che più si avvicina a 2^{70} ?
- A. 10^{24}
- B. 10^{21}
- C. 10^{14}
- D. 10^7

Problemi sulle potenze con risposta multipla

43. Oggi la popolazione mondiale è di circa 7 miliardi. Tenuto conto che 2^{10} è circa 10^3 , qual è, fra le seguenti, la potenza di 2 più vicina al numero di abitanti della Terra?
- A. 2^{27}
- B. 2^{33}
- C. 2^{90}
- D. 2^{1007}
44. Un atomo di idrogeno contiene un protone la cui massa m_p è all'incirca $2 \cdot 10^{-27}$ kg, e un elettrone la cui massa m_e è all'incirca $9 \cdot 10^{-31}$ kg. Quale tra i seguenti valori approssima meglio la massa totale dell'atomo di idrogeno (cioè $m_p + m_e$)?
- A. $2 \cdot 10^{-27}$ kg
- B. $11 \cdot 10^{-31}$ kg
- C. $11 \cdot 10^{-58}$ kg
- D. $18 \cdot 10^{-58}$ kg
45. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?
- A. $4,5 \times 10^9$ anni
- B. $3,5 \times 10^9$ anni
- C. $4,5 \times 10^6$ anni
- D. $4,5 \times 10^3$ anni

46. Il cuore umano compie circa un battito al secondo. Quale fra le seguenti è la potenza di 10 più vicina al numero totale di battiti del cuore di una persona di 70 anni?

- A. 10^2
- B. 10^3
- C. 10^9
- D. 10^6

47. La massa del Sole è di circa 10^{30} kg. La nostra galassia ha una massa complessiva di circa 10^{11} masse solari. La massa dell'universo conosciuto è circa 10^{11} volte la massa della nostra galassia. Quale fra le seguenti è la potenza di 10 più vicina alla massa dell'Universo conosciuto?

- A. 10^{3630} kg
- B. 10^{41} kg
- C. 10^{22} kg
- D. 10^{52} kg

48. L'anno luce è una misura di lunghezza: è la distanza che la luce percorre nel vuoto in un anno. Sai che la luce viaggia nel vuoto alla velocità di circa 300 000 km al secondo. Fra quali potenze di 10 è compresa la misura di un anno luce in chilometri?

- A. fra 10^{11} e 10^{12}
- B. fra 10^{12} e 10^{13}
- C. fra 10^{13} e 10^{14}
- D. fra 10^5 e 10^6

Esercizi e problemi sono tratti da:

- *Castelnuovo E., Gori Giorgi C. e Valenti D. 'Matematica oggi' vol. 1*
- *Prove invalsi 2011 - 2017*