Le potenze con la calcolatrice

Il tasto con il simbolo $\boxed{x^2}$

Attività 1

Il tasto con il simbolo $\boxed{x^2}$ serve per *calcolare il quadrato di un numero* e si usa nel modo seguente:

1. si digitano le cifre che compongono il numero;
2. si preme il tasto $\boxed{x^2}$.

Calcolo da eseguire	Tasti da premere	Visualizzatore
10^2	$\boxed{1}\,\boxed{0}\,\boxed{x^2}$	100.
$(-10)^2$	$\boxed{1}\,\boxed{0}\,\boxed{+/-}\,\boxed{x^2}$	100.
$0{,}1^2$	$\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$	
$(-0{,}1)^2$	$\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$	
	$\boxed{0}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{0}\,\boxed{5}\,\boxed{+/-}\,\boxed{x^2}$	

Conviene provare subito questo tasto, completando la tabella seguente:

Completando la tabella si osserva un fatto: *il calcolatore esegue subito l'elevazione al quadrato*, senza aspettare il tasto $\boxed{=}$.

Si ritrova un risultato ben noto: *il quadrato di un numero è sempre positivo.*

Il tasto con il simbolo $\boxed{y^x}$

Attività 2

Il tasto $\boxed{x^2}$ permette di calcolare solo potenze ad esponente 2; *per scegliere sia la base che l'esponente* di una potenza si usa il tasto contrassegnato con il simbolo $\boxed{y^x}$ (o $\boxed{x^y}$ o $\boxed{a^x}$).

Per impadronirsi di questo tasto, completare la tabella seguente:

Calcolo da eseguire	Tasti da premere	Visualizzatore
3^5	3 y^x 5 =	243.
5^3	5 y^x 3 =	125.
4^0		
2^7		
	2 y^x 7 +/– =	
	2 +/– y^x 7 =	
	2 +/– y^x 6 =	

Completando la tabella si scopre *come usare il tasto* y^x :

1. si digitano le cifre che fissano la base della potenza;
2. si preme il tasto y^x ;
3. si digitano le cifre che fissano l'esponente;
4. si preme il tasto = per eseguire il calcolo.

Le ultime quattro righe della tabella suggeriscono qualche osservazione.

A. Per calcolare 2^7 si fissa la base 2 e l'esponente 7; si ottiene come potenza:

$$2^7=128$$

B. Per calcolare 2^{-7} si fissa ancora la base 2, ma l'esponente è il numero negativo –7; si ottiene come potenza un numero positivo dato da:

$$2^{-7}=\frac{1}{2^7}=0{,}007\,812\,5$$

C. Invece, per calcolare $(-2)^7$, si fissa sempre l'esponente positivo 7, ma la base è il numero negativo –2; si ottiene in questo caso (l'esponente 7 è dispari) un valore negativo della potenza, data da:

$$(-2)^7=-128$$

D. Sarà invece positiva la potenza $(-2)^6$, dato che l'esponente 6 è pari; si ha:

$$(-2)^6=64$$

Infine un'avvertenza: *alcuni calcolatori danno un messaggio di errore quando si inserisce una base negativa.*

In questi casi il messaggio non è dovuto ad un errore d'impostazione, ma al particolare programma usato dalla macchina per calcolare la potenza.

In tali condizioni, per calcolare le potenze con base negativa basta valersi delle precedenti osservazioni sul segno della potenza:

- invece di calcolare $(-2)^6$, si calcola 2^6, dato che la potenza rimane positiva;
- per calcolare $(-2)^7$, si calcola 2^7 e poi si cambia segno al risultato.

La notazione esponenziale

Attività 3

Premere il tasto x^2 più volte, osservando il visualizzatore, e completare la tabella:

Sequenza di tasti	Calcoli eseguiti	Visualizzatore
1 0 x^2 x^2	$(10^2)^2=10^{2\cdot 2}=10^4$	10000.
x^2	$(10^4)^2=10^{4\cdot 2}=10^8$	1. 08
x^2	$(10^8)^2=10^{8\cdot 2}=10^{16}$	
x^2		

Che senso hanno le cifre 1. 08 mostrate nella seconda riga?

Certamente non indicano il numero 108, che è scritto in altro modo (senza lo spazio dopo 1). Si ha invece che:

1. 08 significa $1\cdot 10^8$

Un'avvertenza importante: *questa non è una regola della matematica!* È un modo di scrivere adottato dai costruttori di calcolatori, quando nel visualizzatore possono essere scritte al massimo 8 cifre; in tal caso, infatti, il numero $10^8=100\,000\,000$ (che presenta 9 cifre) non può apparire nel visualizzatore.

I costruttori di calcolatori si sono basati su un modo di scrivere i numeri largamente adottato nelle scienze sperimentali (cfr. anche «La notazione esponenziale nelle scienze», p. 33): un qualunque numero $\boldsymbol{a}$ viene scritto nella forma $\boldsymbol{b\cdot 10^n}$.

Si ha così il numero $\boldsymbol{a}$ scritto in *notazione esponenziale*, cioè nella forma:

$$a=b\cdot 10^n$$

dove:

$\boldsymbol{b}$ è un numero decimale compreso fra 1 e 10 (o fra –10 e –1 se a è negativo);
$\boldsymbol{n}$ è un numero intero.

E così, per esempio, si scrive:

$200\,000=2\cdot 100\,000=2\cdot 10^5$
$-480\,000=-4{,}8\cdot 100\,000=-4{,}8\cdot 10^5$
$0{,}000\,1=1\cdot 10^{-4}$
$0{,}000\,6=6\cdot 0{,}000\,1=6\cdot 10^{-4}$
$-0{,}000\,469=-4{,}69\cdot 0{,}000\,1=-4{,}69\cdot 10^{-4}$

Conviene impadronirsi subito di questa notazione, usando il calcolatore per completare la seguente tabella:

Calcoli da eseguire	Sequenza di tasti	Visualizzatore	Risultato
24^7	2 4 y^x 7 =	4.5865 09	$4{,}5865\cdot 10^9$
$0{,}2^{15}$	0 · 2 y^x 1 5 =	3.2768 -11	$3{,}2768\cdot 10^{-11}$
	2 4 y^x 7 +/– =		
	0 · 2 y^x 1 5 +/– =		
$(-24)^7$			
$(-0{,}2)^{15}$			

Potenze con la calcolatrice. Esercizi

1. Dire a che cosa servono i seguenti tasti del calcolatore tascabile:

$\boxed{+/-}$ $\boxed{\frac{1}{x}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{y^x}$ $\boxed{x^2}$

Spiegare perché il reciproco di un numero si può calcolare anche con il tasto $\boxed{y^x}$.

Spiegare perché 7^8 si può calcolare anche usando ripetutamente il tasto $\boxed{x^2}$.

Spiegare perché 7^6 non si può calcolare usando ripetutamente il tasto $\boxed{x^2}$.

2. Usare opportunamente il calcolatore per completare la seguente tabella:

Calcoli da eseguire	Sequenza di tasti	Visualizzatore	Risultato
421^6			
$0{,}0085^7$			
283^{-9}			
$0{,}0084^{-6}$		Testo	
$(-248)^5$			
$(-0{,}00071)^6$			

Calcolare le espressioni assegnate negli esercizi da 3 a 8 in due modi:

- con carta e penna e le frazioni;
- con la calcolatrice

Confrontare i risultati ottenuti.

3. $16+\frac{9}{3}\cdot 2^2$ $\quad \frac{16+9}{3}\cdot 2^2$ $\quad 16+\frac{9}{(3\cdot 2)^2}$ $\quad \frac{16+9}{(2\cdot 3)^2}$

4. $\frac{2^2}{3}\cdot\frac{1}{3}$ $\quad \frac{2}{3^2}\cdot\frac{1}{3}$ $\quad \left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{3}$ $\quad \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)^2$

5. $\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)^3$ $\quad \frac{3}{4}-\left(\frac{7}{8}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}\right)^3$ $\quad \frac{3}{4}-\frac{7^2}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3^3}{4}$

6. $$\frac{2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2-1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}}$$

7. $$\frac{\frac{2^2}{3}-\frac{1^3}{2}+\frac{3^2}{4}}{\frac{1^2}{2}-\frac{1^2}{3}}$$

8. $$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2}$$