

Dal testo
E. Castelnuovo, C. Gori Giorgi, D. Valenti
‘Matematica oggi’ 1

**La notazione esponenziale
nelle scienze**

Numeri grandi e numeri piccoli nelle scienze

Le scienze – fisica, biologia, chimica, astronomia, geologia – arrivano oggi a studiare oggetti molto grandi o molto piccoli: la grande galassia di Andromeda fotografata da un potente telescopio (fig. 1), il pianeta Saturno fotografato da una sonda spaziale (fig. 2), minuscoli organismi fotografati con un microscopio (fig. 3), il virus dell’AIDS visibile attraverso un microscopio elettronico (fig. 4).



Figura 1 (a sinistra)
La galassia di Andromeda

Figura 2 (a destra)
Il pianeta Saturno

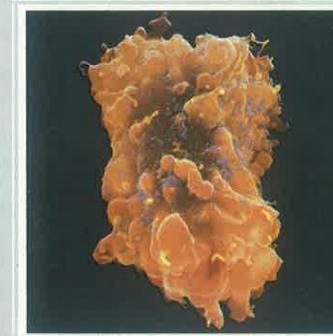
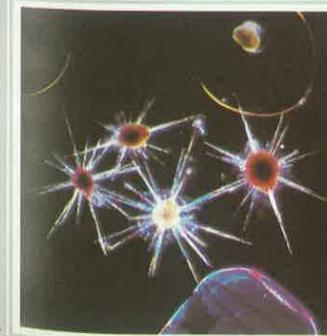


Figura 3 (a sinistra)
Un microorganismo fotografato al microscopio

Figura 4 (a destra)
Il virus dell’AIDS fotografato al microscopio elettronico

Le fotografie hanno tutte le stesse dimensioni e, per riuscire ad interpretarle correttamente, bisogna indicare le dimensioni reali dell'oggetto fotografato: il diametro di Andromeda, espresso in metri, è circa:

2 000 000 000 000 000 000 000

mentre le dimensioni del virus, sempre in metri, sono circa:

0,000 000 02

La notazione esponenziale

È scomodo lavorare con numeri come quelli scritti prima, perché è facile dimenticare o aggiungere uno zero e trovare risultati assurdi. Per questo motivo nelle scienze si è introdotto un particolare modo di scrivere i numeri, chiamato *notazione esponenziale* o *notazione scientifica*, che consiste in questo: un qualunque numero a viene scritto nella forma $b \cdot 10^n$.

Si ha dunque:

$$a = b \cdot 10^n$$

dove:

b è un numero decimale compreso fra 1 e 10 (o fra -10 e -1 se a è negativo);
 n è un numero intero (positivo o negativo).

In questo modo i due numeri precedenti si scrivono più in breve; si ha infatti:

$$2\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 2 \cdot 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

e quindi:

$$2\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 2 \cdot 10^{21}$$

E, analogamente, si scrive:

$$0,000\,000\,02 = 2 \cdot 0,000\,000\,01 = 2 \cdot 10^{-8}$$

Perciò si dice che:

- le dimensioni di Andromeda sono di circa $2 \cdot 10^{21}$ metri;
- le dimensioni di un virus sono di circa $2 \cdot 10^{-8}$ metri.

Ordine di grandezza

La notazione esponenziale porta a leggere un numero fissando l'attenzione soprattutto sulla potenza di 10.

Per questo, spesso si descrivono numeri molto grandi o molto piccoli assestando solo la potenza di 10 che compare nella notazione esponenziale; in tal caso si dice:

«La galassia di Andromeda ha dimensioni con ordine di grandezza 10^{21} metri». Oppure: «L'ordine di grandezza delle dimensioni di Andromeda è di 10^{21} metri».

Dunque, l'ordine di grandezza di un numero è la potenza di 10 che compare nella notazione esponenziale.

Quando si indica solo l'ordine di grandezza di un numero, si usa spesso il simbolo « \approx » e si scrive:

$$\text{dimensioni di Andromeda} \approx 10^{21} \text{ m}$$

frase che si legge nel modo seguente:

«Le dimensioni di Andromeda hanno ordine di grandezza di 10^{21} metri».

Lunghezze e tempi: qualche dato importante

L'ordine di grandezza permette di esplorare i campi del molto grande e del molto piccolo; ecco qualche esempio.

Tempi (in secondi)	Lunghezze (in metri)
Periodo di oscillazione del nucleo di un atomo $\approx 10^{-21}$	Diametro del nucleo di un atomo $\approx 10^{-14}$
Periodo di oscillazione di un atomo $\approx 10^{-15}$	Diametro di un atomo $\approx 10^{-10}$
Tempo impiegato dalla luce a percorrere 3 metri $\approx 10^{-8}$	Dimensioni di un virus $\approx 10^{-8}$
Durata di un lampo stroboscopico $\approx 10^{-5}$	Dimensioni di un batterio $\approx 10^{-5}$
Battito d'ala di una mosca $\approx 10^{-3}$	Spessore di una moneta $\approx 10^{-3}$
Intervallo fra due battiti cardiaci ≈ 1	Altezza di un uomo ≈ 1
Tempo impiegato dalla luce del Sole per arrivare alla Terra $\approx 10^3$	Altezza del Monte Bianco $\approx 10^3$
1 anno $\approx 10^7$	Diametro della Terra $\approx 10^7$
Vita media di un uomo $\approx 10^9$	Distanza Terra-Sole $\approx 10^{11}$
Presenza dell'uomo sulla Terra $\approx 10^{13}$	Distanza della stella più vicina $\approx 10^{17}$
Età della Terra $\approx 10^{15}$	Distanza della galassia più vicina $\approx 10^{22}$
Età dell'Universo $\approx 10^{17}$	Distanza della galassia più lontana $\approx 10^{26}$

Prefissi

Molto spesso, specialmente in fisica, invece dell'ordine di grandezza si usano appositi prefissi da aggiungere all'unità di misura. Due prefissi sono di uso molto frequente anche nella vita quotidiana:

- **kilo** (simbolo **k**), per indicare 10^3
(1 **kilometro** = 1 **km** = 10^3 m = 1000 m)
- **milli** (simbolo **m**) per indicare 10^{-3}
(1 **millimetro** = 1 **mm** = 10^{-3} m = 0,001 m)

I prefissi più usati sono elencati nella seguente tabella:

Ordine di grandezza	Prefisso	Simbolo
10^{12}	Tera...	T
10^9	Giga...	G
10^6	Mega...	M
10^3	kilo...	k
10^{-3}	milli...	m
10^{-6}	micro...	μ
10^{-9}	nano...	n
10^{-12}	pico...	p

Notazione esponenziale. Esercizi

- Scrivere i seguenti numeri in notazione esponenziale e individuarne l'ordine di grandezza.

1003	100,3	10,03	1,003	0,1003	0,001003
0,00023	0,0023	0,023	0,23	2,3	23
- Scrivere i seguenti numeri in notazione esponenziale e individuarne l'ordine di grandezza.

230	2300	23000	230000	2300000	23000000
0,0005	0,005	0,05	0,5	5	50
- Scrivere i seguenti numeri in notazione intera o decimale.

$8 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^4$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$
$4 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-5}$	$6,25 \cdot 10^8$	$6,25 \cdot 10^{-8}$	$6,25 \cdot 10^{-1}$
- Scrivere i seguenti numeri in notazione intera o decimale.

$5,123 \cdot 10$	$5,123 \cdot 10^2$	$5,123 \cdot 10^3$	$5,123 \cdot 10^4$	$5,123 \cdot 10^5$
$5,123 \cdot 10^{-1}$	$5,123 \cdot 10^{-2}$	$5,123 \cdot 10^{-3}$	$5,123 \cdot 10^{-4}$	$5,123 \cdot 10^{-5}$
- Calcolare il risultato delle seguenti espressioni, dopo averne valutato l'ordine di grandezza.

$3 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}$
--------------------------------------	-------------------------------------	---
- Calcolare il valore delle seguenti espressioni, dopo averne valutato l'ordine di grandezza.

$\frac{8 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{12,8 \cdot 10^4}{3,2 \cdot 10^2}$	$\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 4,5}{10^4 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{2 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-4}}$
--	--	---	---
- Dare l'ordine di grandezza delle seguenti espressioni:

$10^5 + 10^3 - 10^{5+3}$	$10^5 - 10^3 - 10^{5-3}$
--------------------------	--------------------------
- Dare l'ordine di grandezza delle seguenti espressioni:

$10^{15} + 10^{-1} - 10^{15-1}$	$10^{15} - 10^{-1} - 10^{15-1}$
---------------------------------	---------------------------------
- Completare le seguenti uguaglianze come mostrato nel primo esempio.

16 megabyte	=	$16 \cdot 10^6$	byte
4 megabyte	=	byte
8 chiloton	=	ton
20 megaton	=	ton
3 gigawatt	=	watt
140 millisecondi	=	secondi
5 nanosecondi	=	secondi
35 microsecondi	=	secondi
25 picofarad	=	farad
12 milliampère	=	ampère
- Completare le seguenti uguaglianze come mostrato negli esempi.

1 m	=	10^2	cm	1 cm	=	10^{-2}	m
1 m ²	=	cm ²	1 cm ²	=	m ²
1 m ³	=	cm ³	1 cm ³	=	m ³
1 cm	=	mm	1 mm	=	cm
1 cm ²	=	mm ²	1 mm ²	=	m ²
1 cm ³	=	mm ³	1 mm ³	=	m ³
1 km	=	m	1 m	=	km
1 km ²	=	m ²	1 m ²	=	m ²
1 km ³	=	m ³	1 m ³	=	m ³

Notazione esponenziale. Problemi

- Calcolare i seguenti numeri:
 - il numero dei secondi contenuti in un'ora;
 - il numero dei secondi contenuti in un giorno;
 - il numero dei secondi contenuti in un anno.
- Calcolare la distanza fra il Sole e la Luna, sapendo che:
 - la distanza fra la Terra e la Luna misura $3,844 \cdot 10^8$ m;
 - la distanza fra il Sole e la Terra misura $1,496 \cdot 10^{11}$ m.
- La stella a noi più vicina è Proxima Centauri, che dista dalla Terra 4,3 anni luce. Risolvere i seguenti quesiti:
 - calcolare la distanza Terra-Proxima Centauri in metri;
 - calcolare il rapporto fra questa distanza e la distanza Terra-Sole, data nell'esercizio precedente.
- Nel più semplice modello atomico, un atomo di idrogeno ha al centro il nucleo, intorno al quale ruota un elettrone. Calcolare la distanza fra il nucleo e l'elettrone sapendo che:
 - il raggio dell'atomo di idrogeno misura $5,292 \cdot 10^{-11}$ m;
 - il raggio del nucleo misura $1,2 \cdot 10^{-15}$ m.
- Calcolare il rapporto fra la massa del Sole e la massa della Terra, sapendo che:
 - la massa del Sole misura $1,991 \cdot 10^{30}$ kg;
 - la massa della Terra misura $5,977 \cdot 10^{24}$ kg.
- Valutare quante stelle come il Sole possono trovarsi nella galassia di Andromeda, sapendo che:
 - la massa del Sole misura $1,991 \cdot 10^{30}$ kg;
 - la massa di Andromeda misura $8 \cdot 10^{41}$ kg;
- Calcolare il rapporto fra la massa del protone e la massa dell'elettrone, sapendo che:
 - la massa del protone misura $1,672 \cdot 10^{-27}$ kg;
 - la massa dell'elettrone misura $9,108 \cdot 10^{-31}$ kg.
- Un personal computer può compiere in un secondo $2 \cdot 10^5$ operazioni con numeri interi, mentre un potente calcolatore può compiere in un secondo $4 \cdot 10^8$ operazioni dello stesso tipo. Risolvere i seguenti quesiti:
 - calcolare il tempo impiegato da ciascun calcolatore a compiere un'operazione;
 - calcolare il rapporto fra il tempo impiegato dal personal ed il tempo impiegato dal potente calcolatore.
- Un motore fa compiere ad un albero 1000 giri al minuto; quanti giri compie l'albero in una settimana?
- La velocità di una nave viene misurata in *nodi*: una nave che viaggia ad una velocità di 1 nodo percorre in 1 ora 1 miglio marino, che equivale a 1852 metri. Calcolare quanti chilometri percorre in un'ora una nave che ha una velocità di 15 nodi.
- La quota di un aereo viene misurata in *piedi*: 1 piede equivale a 30,48 cm. Calcolare quanti metri misura una quota di 5000 piedi.
- La *lega* è un'antica unità di misura che equivale a 5,555 km. Un grande scrittore francese del secolo scorso, Jules Verne, ha scritto un romanzo dal titolo *Ventimila leghe sotto i mari*. Calcolare quanti chilometri misura la lunghezza di 20 000 leghe.