

Esercizi sui numeri reali

L'insieme dei numeri reali

Gli esercizi dal numero 1 al numero 10 richiedono di esaminare l'insieme dei numeri reali e gli altri insiemi numerici che lo compongono.

1. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.

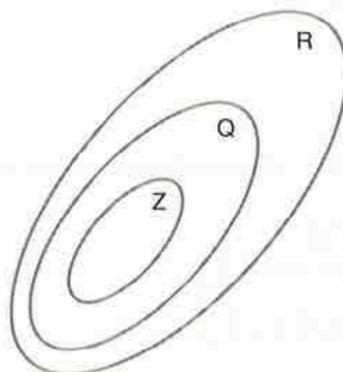
$$\sqrt{0} \quad \sqrt[3]{1} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt[3]{4} \quad \sqrt[3]{27} \quad \sqrt{27}$$

2. Calcolare i quadrati dei numeri assegnati nell'esercizio 1 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
3. Calcolare i cubi dei numeri assegnati nell'esercizio 1 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
4. Esaminare i seguenti numeri e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.

$$\sqrt{\frac{1}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \quad \sqrt{\frac{9}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{100}} \quad \sqrt{\frac{3}{4}}$$

5. Esaminare i quadrati dei numeri assegnati nell'esercizio 4 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
6. Esaminare i cubi dei numeri assegnati nell'esercizio 4 e collocarli in uno schema come quello rappresentato in fig. 1.
7. Collocare in uno schema come quello rappresentato in fig. 1 i seguenti numeri:
- tre numeri interi;
 - tre numeri razionali, ma non interi;
 - tre numeri reali, ma non razionali.
8. Spiegare perché non è possibile trovare i seguenti numeri:
- un numero intero, ma non razionale;
 - un numero intero, ma non reale;
 - un numero razionale, ma non reale.
9. Spiegare il significato dei seguenti termini:
- numero razionale;
 - numero irrazionale;
 - numero reale.
10. Spiegare perché un numero irrazionale è certamente reale, mentre non è detto che un numero reale sia irrazionale.

Figura 1
Insiemi numerici



Rappresentare numeri reali sulla retta

Rappresentare numeri razionali

11. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

1 2 3 4 -1 -2 -3 -4

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
b. si può trovare un numero intero fra 3 e 4?
12. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{2}$
 $\frac{5}{2}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{9}{2}$

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. a quale insieme numerico appartengono tutti i numeri assegnati?
b. indicare almeno due numeri razionali compresi fra 3 e 4;
13. Disegnare sulla retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 12. Indicare almeno un numero razionale compreso fra -4 e -3.
14. Disegnare una retta con tutti gli elementi necessari per rappresentarvi i numeri reali e rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{3}$
 $\frac{5}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{9}{3}$

Indicare almeno due numeri razionali compresi fra 2 e 3.

15. Disegnare sulla retta gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 14. Indicare almeno due numeri razionali compresi fra -3 e -2.
16. Disegnare sulla retta tutti gli elementi necessari per rappresentare i numeri reali e rappresentarvi i seguenti numeri:

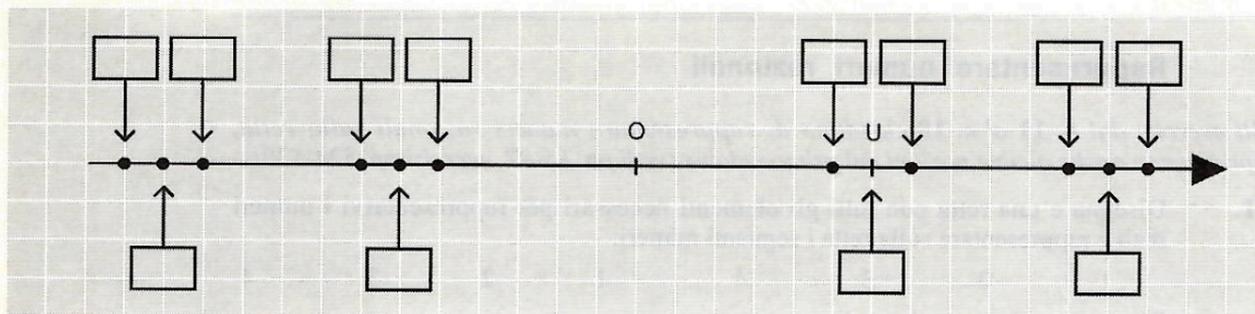
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{3}$ $-\frac{3}{2}$ $-\frac{2}{3}$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché, per ottenere un disegno preciso, conviene scegliere OU lungo 6 quadretti;
b. come sarebbe il disegno scegliendo OU lungo 12 quadretti?
c. come sarebbe il disegno scegliendo OU lungo 2 quadretti?
17. Disegnare sulla retta tutti gli elementi necessari per rappresentare i numeri reali e rappresentarvi i seguenti numeri, scegliendo l'unità di misura più opportuna:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ 1 $-\frac{3}{8}$ $-\frac{5}{4}$ $-\frac{3}{2}$

Figura 2 18. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 2.



Rappresentare radicali quadratici con una costruzione geometrica

Osservare le due figure qui sotto: mostrano come applicare il 2° teorema di Euclide per rappresentare radicali quadratici opposti sulla retta.

Figura 3
I punti che corrispondono a $\sqrt{2}$ e a $-\sqrt{2}$

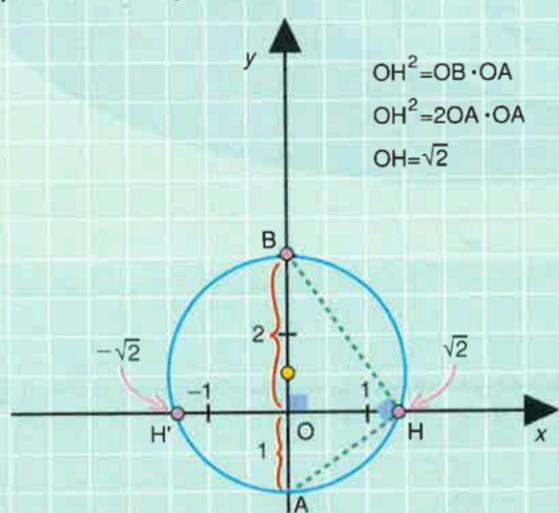
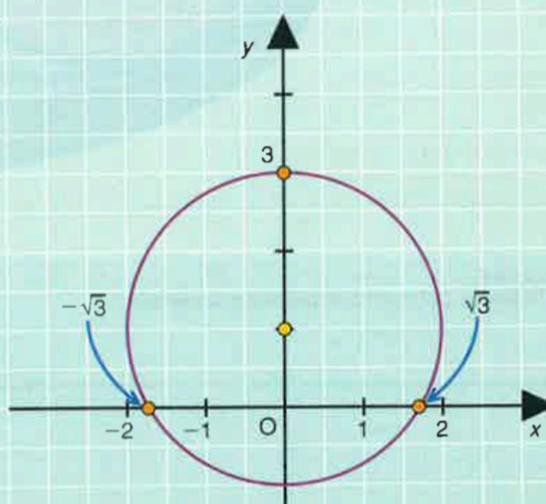


Figura 4
Altri numeri irrazionali rappresentati sulla retta



19. Riprendere la costruzione illustrata qui sopra per rappresentare sulla retta i seguenti numeri.

$$\sqrt{5} \text{ e } -\sqrt{5} \qquad \sqrt{7} \text{ e } -\sqrt{7}$$

20. Dopo aver svolto l'esercizio 19, rappresentare sulla retta i seguenti numeri:

$$\sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt{8} \quad \sqrt{9} \quad \sqrt{10}$$

21. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 20.

22. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{11} \quad \sqrt{12} \quad \sqrt{13} \quad \sqrt{14} \quad \sqrt{15} \quad \sqrt{16} \quad \sqrt{17} \quad \sqrt{18}$$

23. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 22.

24. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 3.
 25. Scrivere i numeri corrispondenti ai punti indicati in fig. 4.

Figura 3

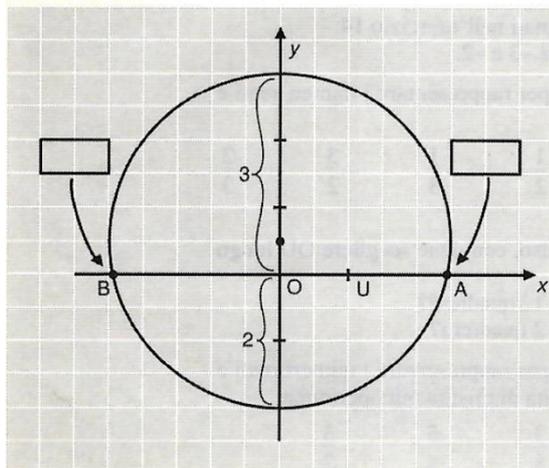
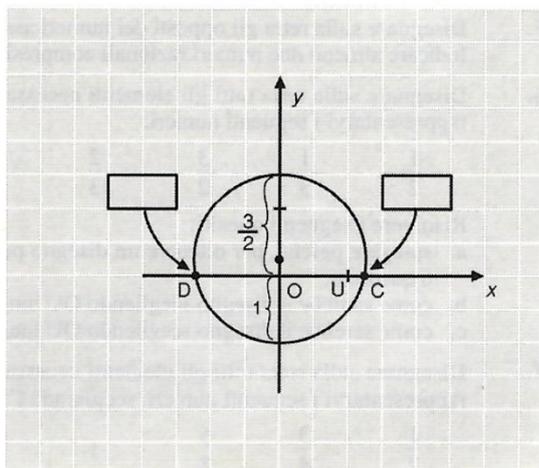


Figura 4



26. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}}$$

27. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 26.
 28. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}}$$

29. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 28.
 30. Rappresentare sulla retta i seguenti numeri, scegliendo un'unità di misura OU adatta:

$$\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{4}}$$

31. Rappresentare sulla retta gli opposti dei numeri rappresentati nell'esercizio 30.

Rappresentare numeri irrazionali basandosi sulla loro scrittura decimale

Esaminare i numeri dati negli esercizi da 32 a 38 e risolvi i seguenti quesiti:

- a. usa la calcolatrice per scrivere i numeri in forma decimale con due cifre dopo la virgola;
 b. rappresenta i numeri sulla retta.

32. $\sqrt{37}$ $\sqrt[3]{37}$ $\sqrt[4]{37}$ $-\sqrt{37}$ $-\sqrt[3]{37}$ $-\sqrt[4]{37}$

33. $\sqrt[3]{65}$ $\sqrt[4]{65}$ $\sqrt[5]{65}$ $-\sqrt[3]{65}$ $-\sqrt[4]{65}$ $-\sqrt[5]{65}$

34. $\sqrt{\frac{5}{4}}$ $\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ $\sqrt[6]{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ $-\sqrt[6]{\frac{5}{4}}$

35. $\sqrt{\frac{4}{5}}$ $\sqrt[4]{\frac{4}{5}}$ $\sqrt[6]{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt[4]{\frac{4}{5}}$ $-\sqrt[6]{\frac{4}{5}}$

36. $\sqrt{\frac{17}{7}}$ $\sqrt[3]{\frac{17}{7}}$ $\sqrt[6]{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt[3]{\frac{17}{7}}$ $-\sqrt[6]{\frac{17}{7}}$

37. $\sqrt{\frac{7}{17}}$ $\sqrt[3]{\frac{7}{17}}$ $\sqrt[6]{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt[3]{\frac{7}{17}}$ $-\sqrt[6]{\frac{7}{17}}$

38. Scrivere in forma decimale 10 numeri irrazionali a piacere e rappresentarli sulla retta reale.

Ordinare numeri reali

Parole e simboli per ordinare numeri reali

39. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

a.	$\sqrt{2}$	>0	si legge	$\llcorner\sqrt{2}$	maggiore di 0	\ggcorner	o	$\llcorner\sqrt{2}$	positiva	\ggcorner ;
b.	$-\sqrt{2}$	<0	si legge	$\llcorner-\sqrt{2}$	minore di 0	\ggcorner	o	$\llcorner-\sqrt{2}$	negativa	\ggcorner ;
c.	$\sqrt{3}$	>0	si legge	$\llcorner\sqrt{3}$		\ggcorner	o	$\llcorner\sqrt{3}$		\ggcorner ;
d.	$-\sqrt{3}$	<0	si legge	$\llcorner-\sqrt{3}$		\ggcorner	o	$\llcorner-\sqrt{3}$		\ggcorner ;
e.	$\sqrt{5}$		si legge	$\llcorner\sqrt{5}$	maggiore di 0	\ggcorner	o	$\llcorner\sqrt{5}$	positiva	\ggcorner ;
f.	$-\sqrt{5}$		si legge	$\llcorner-\sqrt{5}$	minore di 0	\ggcorner	o	$\llcorner-\sqrt{5}$	negativa	\ggcorner .

40. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:

a.	$\sqrt{3}<2$	è una disuguaglianza vera	perché	$\sqrt{3}$	precede 2;
b.	$\sqrt{5}<2$	è una disuguaglianza falsa	perché	$\sqrt{5}$	non precede 2;
c.	$\sqrt{10}<4$	è una disuguaglianza	perché	$\sqrt{10}$ 4;
d.	$\sqrt{17}<4$	è una disuguaglianza	perché	$\sqrt{17}$ 4.

41. Completare le frasi seguenti come nei primi due esempi:
- a. $\sqrt{5} > 2$ è una disuguaglianza *vera* perché $\sqrt{5}$ segue 2;
 b. $\sqrt{3} > 2$ è una disuguaglianza *falsa* perché $\sqrt{3}$ non segue 2;
 c. $\sqrt{10} > 3$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{10}$ 3;
 d. $\sqrt{8} < 3$ è una disuguaglianza perché $\sqrt{8}$ 3.

42. Rappresentare sulla retta reale i numeri seguenti:

$$1 \qquad 2 \qquad \sqrt{3} \qquad \sqrt{5}$$

Completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$\sqrt{3} \square 1 \qquad \sqrt{3} \square 2 \qquad \sqrt{5} \square 3 \qquad \sqrt{5} \square 2$$

43. Dopo aver risolto l'esercizio 42, rappresentare sulla retta reale anche gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 42.

Completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$-\sqrt{3} \square 1 \qquad -\sqrt{3} \square 2 \qquad -\sqrt{5} \square 3 \qquad -\sqrt{5} \square 2$$

44. Dopo aver svolto l'esercizio 43, completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$\sqrt{3} \square -1 \qquad \sqrt{3} \square -2 \qquad \sqrt{5} \square -3 \qquad \sqrt{5} \square -2$$

45. Dopo aver svolto l'esercizio 43, completare le seguenti formule inserendo il corretto segno di disuguaglianza fra i numeri di ciascuna coppia:

$$-\sqrt{3} \square -1 \qquad -\sqrt{3} \square -2 \qquad -\sqrt{5} \square -3 \qquad -\sqrt{5} \square -2$$

Ordinare numeri reali a partire dalla loro scrittura decimale

46. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$1 \qquad 2 \qquad \sqrt[3]{5} \qquad \sqrt{3} \qquad \frac{7}{4}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale, con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 b. scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

47. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 46 e disporli in ordine crescente.

48. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$2 \qquad 3 \qquad \sqrt[3]{11} \qquad \sqrt{5} \qquad \frac{20}{9}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale, con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 b. scrivere tutti i numeri in ordine crescente.

49. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 48 e disporli in ordine crescente.

50. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$3 \quad 4 \quad \sqrt[3]{29} \quad \sqrt[4]{90} \quad \frac{37}{12}$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 - scrivere tutti i numeri in ordine crescente.
51. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 50 e disporli in ordine crescente.
52. Esaminare i seguenti numeri reali:

$$1 \quad \frac{3}{2} \quad \sqrt[5]{8} \quad \sqrt[6]{13} \quad \frac{26}{17}$$

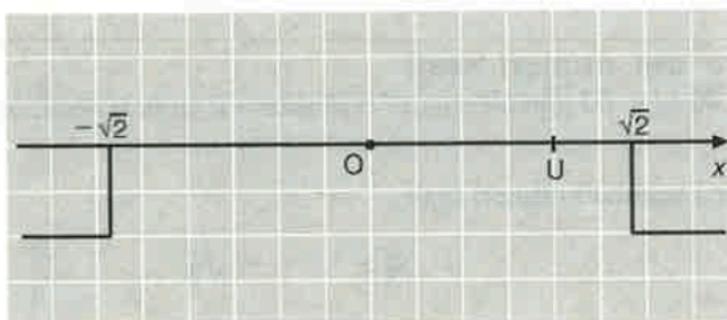
Risolvere i seguenti quesiti:

- scrivere gli ultimi tre numeri in forma decimale con un numero di cifre dopo la virgola adatto a distinguere i numeri uno dall'altro;
 - scrivere tutti i numeri in ordine crescente.
53. Scrivere gli opposti dei numeri assegnati nell'esercizio 52 e disporli in ordine crescente.

Disuguaglianze per descrivere semirette o segmenti

54. Scrivere le disuguaglianze che caratterizzano le semirette indicate in fig. 5.

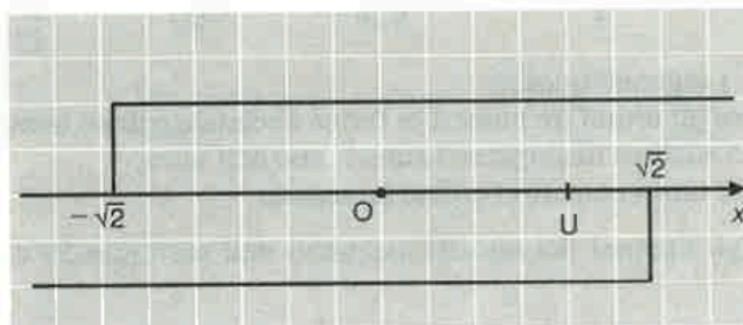
Figura 5



55. Scrivere quattro numeri reali maggiori di $\sqrt{2}$ ed altrettanti minori di $\sqrt{2}$.
56. Scrivere quattro numeri reali maggiori di $-\sqrt{2}$ ed altrettanti minori di $-\sqrt{2}$.
57. Rappresentare le semirette descritte dalle seguenti disuguaglianze:
 $x \leq \sqrt{5}$ $x \geq \sqrt{5}$ $x \leq -\sqrt{5}$ $x \geq -\sqrt{5}$
58. Scrivere quattro numeri reali maggiori di $\sqrt{5}$ ed altrettanti minori di $\sqrt{5}$.
59. Scrivere quattro numeri reali maggiori di $-\sqrt{5}$ ed altrettanti minori di $-\sqrt{5}$.

60. Scrivere le disuguaglianze che caratterizzano le semirette indicate in fig. 6.

Figura 6



61. Rappresentare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
 $0 \leq x \leq \sqrt{5}$ $\sqrt{5} \leq x \leq 3$ $-3 \leq x \leq -\sqrt{5}$ $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$
62. Scrivere quattro numeri positivi e minori di $\sqrt{5}$ ed altrettanti negativi e maggiori di $-\sqrt{5}$.
63. Spiegare perché non si possono trovare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
 $\sqrt{5} \leq x \leq -\sqrt{5}$ $\sqrt{5} \leq x \leq 0$ $-\sqrt{5} \leq x \leq -3$ $0 \leq x \leq -\sqrt{5}$
64. Rappresentare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
 $\frac{2}{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ $\sqrt{8} \leq x \leq \frac{7}{2}$ $-\sqrt{8} \leq x \leq -\sqrt{2}$ $-\frac{5}{3} \leq x \leq \sqrt{8}$
65. Spiegare perché non si possono trovare i segmenti descritti dalle seguenti disuguaglianze:
 $\sqrt{8} \leq x \leq \frac{2}{3}$ $\frac{7}{2} \leq x \leq \sqrt{8}$ $-\sqrt{2} \leq x \leq -\sqrt{8}$ $-\sqrt{8} \leq x \leq \frac{5}{3}$