Proprietà dei radicali

Proprietà dei radicali	Esempio numerico
Prodotto *di radicali* ***con stesso indice*** $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$	$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{5\cdot 2}$
Quoziente *di radicali* ***con stesso indice*** $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{16}{2}}$
Potenza di un radicale $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p=\sqrt[n]{a^p}$	$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{5^2}$
Radice di un radicale $\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n\cdot p]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{7}}=\sqrt[3\cdot 2]{7}=\sqrt[6]{7}$

Vantaggi degli esponenti frazionari

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

Conosci le proprietà delle potenze con esponente intero.

Puoi applicare le stesse proprietà anche nel caso di esponenti frazionari.

Così puoi ritrovare rapidamente le regole per i calcoli con radicali.

Anche in questa lezione penso di sostituire solo numeri positivi alla lettera a.

Ricordo tre proprietà delle potenze

1. Prodotto di potenze con lo stesso esponente

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

2. Quoziente di potenze con lo stesso esponente

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

3. Potenza di potenza

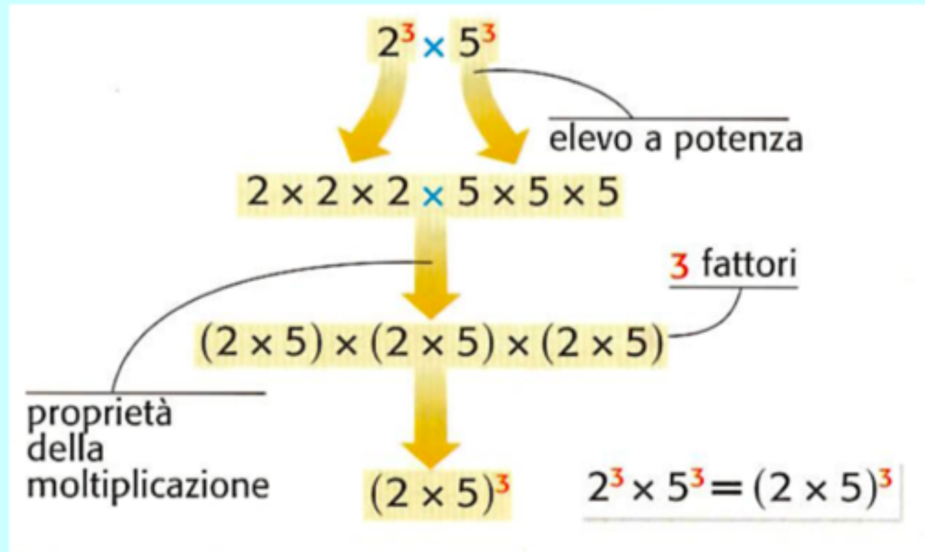
$$\left(a^n\right)^p = a^{n \cdot p}$$

Rifletto per ricordare meglio

1. Prodotto di potenze con lo stesso esponente

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

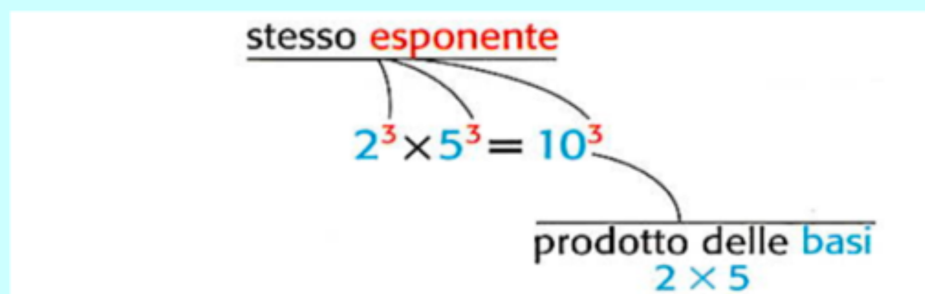
Come scopro la proprietà con esponenti interi positivi.



NON trovo una proprietà per la somma di potenze con lo stesso esponente

$$2^3 + 5^3 = 8 + 125 = 133$$

$$(2+5)^3 = 7^3 = 343$$



Attività. Proprietà dei radicali

Che cosa succede, se estendo le tre proprietà delle potenze anche al caso di esponenti frazionari?

Completa la scheda di lavoro per trovare la risposta.

Che cosa hai trovato?

Hai applicato le tre proprietà delle potenze anche nel caso di esponenti frazionari e hai trovato regole per eseguire calcoli con i radicali.

Quesito 1

1. Completa la tabella qui sotto per scoprire una regola di calcolo con i radicali.

Proprietà delle potenze n numero naturale	Potenze ad esponente frazionario	Radicali	Esempi numerici
Prodotto di potenze con stesso esponente $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \cdot 2}$

Proprietà del prodotto di radicali con lo stesso indice

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Vantaggi degli esponenti frazionari

Esponenti frazionari e parentesi facilitano la corretta lettura delle formule

$4^{\frac{1}{3}} \cdot 5$ si distingue bene da $(4 \cdot 5)^{\frac{1}{3}}$

Per distinguere le espressioni scritte con i radicali, bisogna osservare attentamente il segno di radice!

$\sqrt[3]{4} \cdot 5$ $\sqrt[3]{4 \cdot 5}$

Questo spiega perché vari software chiedono di inserire formule solo con esponenti frazionari e parentesi.

Quesito 2

Proprietà del prodotto di radicali con lo stesso indice

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$$

Uguaglianza	V/F
A. $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3\cdot 9}$	V
B. $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{25}=\sqrt{4\cdot 25}$	F
C. $\sqrt{4}+\sqrt{25}=\sqrt{4+25}$	F
D. $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$	V
E. $\sqrt{10}=\sqrt{9+1}=\sqrt{9}+\sqrt{1}$	F

Un'osservazione

Uguaglianza	V/F
D. $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$	V

Proprietà dei radicali applicata	Radicale dato	Calcoli	Conclusione
$\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$	$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$$2\sqrt{2}\ ,\quad 3\sqrt{5}\ ,\quad 4\sqrt[3]{10}\ ,\quad \dots\ a\sqrt[n]{b}$$

Formule che puoi ritrovare in vari rami della matematica.

Quesito 3

3. Completa la tabella qui sotto per scoprire una regola di calcolo con i radicali.

Proprietà delle potenze n numero naturale	Quoziente di potenze ad esponente frazionario	Radicali	Esempio numerico
Quoziente di potenze con stesso esponente $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{16}{2}}$

Proprietà del quoziente di radicali con lo stesso indice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Quesito 4

Proprietà del quoziente di radicali con lo stesso indice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Uguaglianza	V/F
A. $\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\dfrac{54}{2}}$	**F**
B. $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}}$	**V**
C. $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{2} = \sqrt[3]{\dfrac{16}{2}}$	**F**
D. $\sqrt{\dfrac{15}{4}} = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{4}}$	**V**

Daniela Valenti, 2021

Una riflessione

Uguaglianza	V/F
D. $\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{4}}$	V

Proprietà dei radicali applicata	Radice di frazione	Calcoli	Conclusione
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt{\frac{15}{4}}$	$\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$	$\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

Radice di frazione espressa con radicali

Quesito 5

Proprietà delle potenze n, p numeri naturali	Potenze ad esponente frazionario	Radicali	Esempi numerici
Potenza di potenza $\left(a^n\right)^p = a^{n \cdot p}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^p = a^{\frac{1}{n} \cdot p} = a^{\frac{p}{n}}$	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$	$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$
	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{p}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{p}} = a^{\frac{1}{np}}$	$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{7}} = \sqrt[3 \cdot 2]{7} = \sqrt[6]{7}$

Potenza di un radicale

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$$

Radice di un radicale

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$$

Quesito 6

Uguaglianza	V/F
A. $\left(\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$	V
B. $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = \left(\sqrt[3]{5}\right)^2$	V
C. $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16}$	V
D. $\sqrt[5]{27} = \sqrt[2+3]{27} = \sqrt{\sqrt[3]{27}}$	F
E. $\sqrt[6]{8} = \sqrt[2\cdot 3]{8} = \sqrt{\sqrt[3]{8}}$	V

Potenza di un radicale

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$$

Radice di un radicale

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n\cdot p]{a}$$

Quesiti 7 e 8

7. Quale delle seguenti uguaglianze è **errata**?

A. $\sqrt{3}+\sqrt{5}=3^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}}$ **B.** $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{15}$

C. $\sqrt{3+5}=(3+5)^{\frac{1}{2}}$ **D.** $\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}$ **E.** $\sqrt{3+5}=\sqrt{8}$

8. Quale delle seguenti uguaglianze è **errata**?

A. $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\frac{9^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}}$ **B.** $\frac{9^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}}=\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ **C.** $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{9}{4}}$ **D.** $\frac{\sqrt{9}}{4}=\sqrt{\frac{9}{4}}$ **E.** $\frac{9^{\frac{1}{2}}}{4}=\frac{\sqrt{9}}{4}$

Daniela Valenti, 2021

Proprietà dei radicali

Ecco le proprietà che abbiamo trovato

Proprietà dei radicali	Esempio numerico
Prodotto di radicali *con stesso indice* $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$	$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{5\cdot 2}$
Quoziente di radicali *con stesso indice* $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{16}{2}}$
Potenza di un radicale $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p=\sqrt[n]{a^p}$	$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{5^2}$
Radice di un radicale $\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n\cdot p]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{7}}=\sqrt[3\cdot 2]{7}=\sqrt[6]{7}$

Le proprietà guidano i calcoli anche con esponenti negativi

ESEMPI

$$5^{-2} = (5^{-1})^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$9^{-\frac{1}{2}} = (9^{-1})^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

Radicali ed esponenti frazionari

Radicali ed esponenti frazionari sono due *linguaggi* diversi per esprimere gli stessi risultati irrazionali di estrazione di radice.

Radicali	Potenze con esponenti frazionari
$\left(\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{5}\right)^2=\left(\sqrt[3]{10}\right)^2=\sqrt[3]{10^2}$	$\left(2^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^2=\left(10^{\frac{1}{3}}\right)^2=10^{\frac{2}{3}}$
$\sqrt[3]{10^2}=10^{\frac{2}{3}}$	