

Retta di regressione che passa per l'origine. Esercizi

Per svolgere i calcoli richiesti negli esercizi è utile una calcolatrice tascabile.

1. In un laboratorio di fisica si è organizzato un esperimento per studiare le deformazioni di una molla: si appendono ad una molla diversi pesi e si misurano i corrispondenti allungamenti della molla. Si tiene presente che, se la molla è in equilibrio, la tensione F della molla è uguale ed opposta al peso ad essa sospeso. Ecco i dati rilevati in un esperimento di questo tipo (la tensione F è misurata in kg e gli allungamenti x in millimetri):

tensione F	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
allungamento x	9	15	29	45	62	85	104

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione.

In base alla retta trovata, scrivere la legge che lega la tensione F all'allungamento x della molla: si otterrà la **legge di Hooke**.

Di quanto aumenta la lunghezza, quando il peso aumenta di 1 kg?

Quale allungamento si prevede in corrispondenza ad un peso di 8 kg?

2. In un laboratorio di fisica si è organizzato un esperimento per studiare la dilatazione termica di una sbarretta di metallo: si porta la sbarretta ad una temperatura di 0° e se ne misura la lunghezza; quindi si aumenta gradualmente la temperatura x a cui si trova la sbarretta e si misurano i corrispondenti allungamenti y . Ecco i dati rilevati in un esperimento di questo tipo (gli allungamenti sono misurati in decimi di millimetro e le temperature in gradi centigradi):

temperatura x	0	20	40	60	80	100
allungamenti y	0	2,4	4,9	7,1	9,7	11,9

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione.

In base alla retta trovata, scrivere la legge che lega l'allungamento y alla temperatura x : si otterrà la **legge della dilatazione termica lineare**.

Di quanto aumenta la lunghezza, quando la temperatura aumenta di 10° ?

Quale allungamento si prevede in corrispondenza ad una temperatura di 130° ?

3. In un laboratorio di fisica si è organizzato un esperimento classico per studiare la resistenza di un conduttore: si è montato un circuito come quello di fig. 2, si è applicata ai capi del conduttore una tensione V variabile e si è misurata l'intensità I della corrente che attraversa il conduttore. I dati ottenuti sono i seguenti (V è misurata in volt e I in ampère):

tensione V	8,0	12,0	16,7	19,8	22,3
corrente I	0,20	0,29	0,41	0,50	0,56

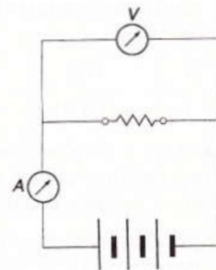


Fig. 2

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione.

In base alla retta trovata, scrivere la legge che lega la tensione V alla intensità I della corrente: si otterrà la **legge di Ohm**. Quale significato ha il coefficiente angolare della retta di regressione?

Di quanto aumenta la corrente, quando la tensione aumenta di 1 Volt?

Quale corrente si prevede in corrispondenza ad una tensione di 50 Volt?

4. Per studiare la capacità di un condensatore si è organizzato un esperimento, applicando alle armature del condensatore una tensione variabile V e rilevando la quantità di carica q , che si deposita sulle armature. I dati ottenuti sono i seguenti (V è misurata in volt e q in coulomb):

tensione V	50	80	100	150
carica q	$9,5 \cdot 10^{-9}$	$15,5 \cdot 10^{-9}$	$21 \cdot 10^{-9}$	$28 \cdot 10^{-9}$

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione.

In base alla retta trovata, scrivere la legge che lega la tensione V alla quantità di carica q .

Quale significato ha il coefficiente angolare della retta di regressione?

Di quanto aumenta la carica, quando la tensione aumenta di 100 Volt?

Quale carica si prevede in corrispondenza ad una tensione di 220 Volt?

5. Durante uno studio sulla temperatura all'interno della Terra, si è misurata la temperatura a diverse profondità all'interno di un pozzo artesiano. Si è scelto un punto che si trova circa 28 metri sotto terra come origine sia per le profondità che per le temperature, ottenendo i dati seguenti:

profondità h	0	40	150	220	270
temperatura T	0	1,2	4,7	9,3	10,5

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione.

Di quanto aumenta la temperatura ogni 100 metri?

Quale temperatura si prevede ad una profondità di 500 metri?

6. Uno studio storico della seconda guerra mondiale ha cercato di ricostruire l'effettivo numero di sottomarini affondati ogni mese dalla marina americana. Per questo si è esaminato il numero y di sottomarini effettivamente affondati ed il numero x di affondamenti comunicati durante gli ultimi 16 mesi di guerra. I dati considerati sono i seguenti:

y	3	2	6	3	4	3	11	9	10	16	13	5	6	19	15	15
x	3	2	4	2	5	5	9	12	8	13	14	3	4	13	10	16

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione, ipotizzando una retta di regressione che passa per l'origine.

Quale numero effettivo di sottomarini affondati si può considerare corrispondente a 20 affondamenti comunicati?

Spesso i ricercatori per studiare un fenomeno esaminano delle grandezze che variano in un ristretto intervallo. In tal caso la relazione tra le variabili può essere con buona approssimazione lineare, anche se in un intervallo più ampio la relazione è molto lontana dall'essere lineare. Per questo la retta di regressione è tanto importante nelle scienze sperimentali. Gli esercizi da 7 a 9 presentano situazioni di questo tipo.

7. La tabella seguente fornisce le coordinate di punti della parabola d'equazione $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$; si tratta di punti che hanno l'ascissa x variabile in un intervallo piuttosto ristretto, dato che risulta $-0,2 \leq x \leq 0,2$.

x	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2
y	-0,420	-0,205	0	0,195	0,380

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione che li raccorda.

Considerare l'ascissa $x_1 = 0,05$ e calcolare i seguenti valori:

y_r , corrispondente di x_1 sulla retta di regressione,

y_c , corrispondente di x_1 sulla curva.

Calcolare la differenza $y_r - y_c$.

8. La tabella seguente fornisce le coordinate di punti della circonferenza d'equazione $x^2 + y^2 + 14x - 14y = 0$; si tratta di punti di ordinata positiva che hanno l'ascissa x variabile in un intervallo piuttosto ristretto, dato che risulta $-0,4 \leq x \leq 0,4$.

x	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4
y	14,378	14,194	0	13,794	13,576

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione che li raccorda.

Considerare l'ascissa $x_1 = 0,1$ e calcolare i seguenti valori:

y_r , corrispondente di x_1 sulla retta di regressione,

y_c , corrispondente di x_1 sulla curva.

Calcolare la differenza $y_r - y_c$.

9. La tabella seguente fornisce le coordinate di punti della curva d'equazione $y = \ln(x+1)$; si tratta di punti che hanno l'ascissa x variabile in un intervallo piuttosto ristretto, dato che risulta $-0,2 \leq x \leq 0,2$.

x	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2
y	-0,223	-0,105	0	0,095	0,182

Rappresentare i dati su un piano cartesiano e calcolare, con il metodo dei minimi quadrati, la retta di regressione che li raccorda.

Considerare l'ascissa $x_1 = 0,05$ e calcolare i seguenti valori:

y_r , corrispondente di x_1 sulla retta di regressione,

y_c , corrispondente di x_1 sulla curva.

Calcolare la differenza $y_r - y_c$.

Gli esercizi 10 e 11 conducono a riflettere sull'equazione della retta di regressione per l'origine.

10. Rappresentare sul piano cartesiano i seguenti punti $A(2,4)$, $B(3,6)$, $C(5,10)$; calcolare con il metodo dei minimi quadrati la retta di regressione che li raccorda.
11. Dimostrare che ha pendenza k la retta di regressione per l'origine calcolata a partire dai punti seguenti: $A(x_1, kx_1)$, $B(x_2, kx_2)$, $C(x_3, kx_3)$.