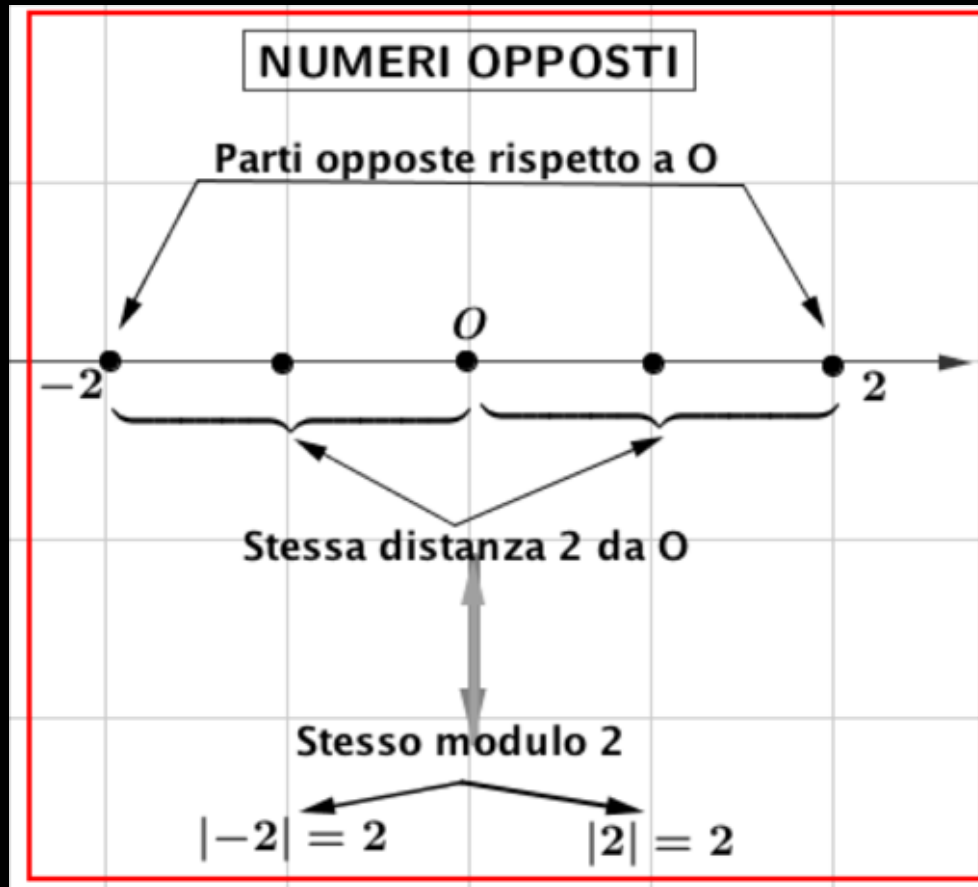


Valore assoluto o modulo



Uno sguardo alla storia

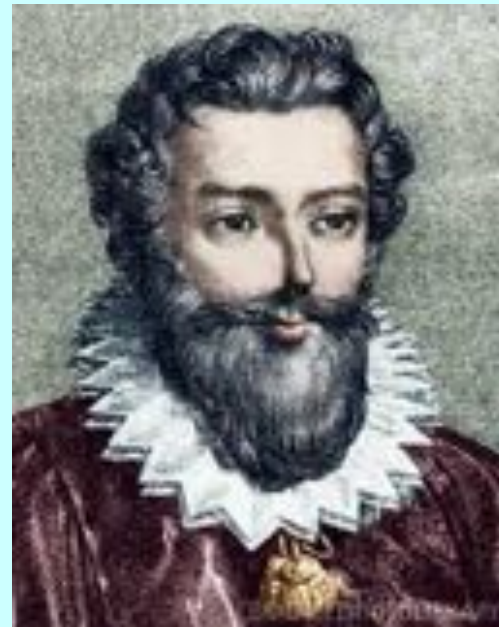
La storia del *valore assoluto* è legata alla lunga e controversa storia dei numeri negativi.

I numeri 'assurdi'

Dei numeri negativi si trovano tracce a partire dal 2000 a.C.,
ma ancora nel 1500 matematici famosi come Stifel o Viète
li consideravano 'Numeri assurdi'



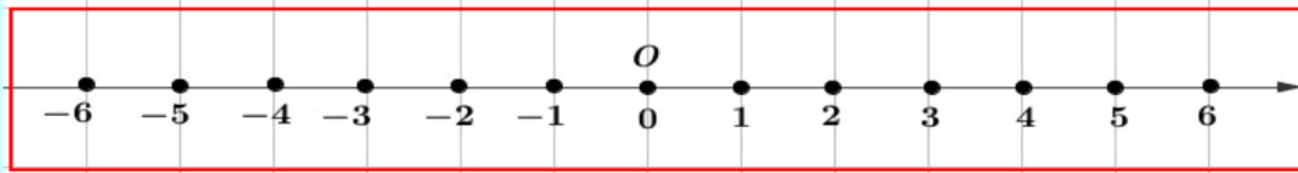
M. Stifel 1487 - 1567



F. Viète 1540 - 1603

I numeri negativi

Altri matematici 'progressisti', come Stevin e Bombelli, a partire dalla fine del 1500, propongono di rappresentare i numeri su una retta. Così anche i numeri negativi hanno una visualizzazione geometrica.



S. Stevin 1548 - 1620

L'ALGEBRA OPERA

DI RAFAEL BOMBELLI da Bologna
Divisa in tre Libri.

*Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta
cognitione della teorica dell'Arithmetica.*

Con una Tavola copiosa delle materie, che
in ella si contengono.

*Essa hora in luce à beneficio della Studijs di
detta professione.*



IN BOLOGNA,
Per Gio:anni Rosi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori

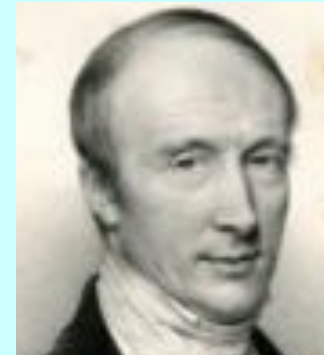
R. Bombelli 1526 - 1572

La scrittura dei numeri negativi

In questo panorama confuso, fra le ricerche dei matematici e le necessità delle applicazioni, si diffondono vari modi di intendere i numeri negativi e il valore assoluto.

Ad esempio, nel 1821 in un famoso testo di analisi di Cauchy si trova:

'il segno + o – messo davanti ad un numero ne modifichera` il significato, pressappoco come un aggettivo modifica quello di un sostantivo'.



A. Cauchy
1789 - 1857

Questo forse suggerisce l'idea di 'togliere il segno ad un numero' e spiega alcune definizioni che si trovano in alcuni testi ancora oggi.

Un numero relativo è formato dal segno e dal modulo o valore assoluto.

Segno = + e –

Modulo o valore assoluto = numero senza segno

+3 → segno + e valore assoluto 3

–5 → segno – e valore assoluto 5

La scrittura dei numeri negativi

Dalla fine del 1800 ai primi anni del 1900
ricerche sulla natura e la scrittura dei numeri

Testo di matematica
per l'università di
Harvard (USA), 1917

20

TYPES OF SERIAL ORDER

22. An example of a discrete series is the class of all integers (positive, negative, and zero), arranged in the usual order:

..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3,

I segni '-' e '+' nei numeri relativi
sono esponenti prima delle cifre

La scrittura dei numeri negativi

Testo di matematica
per l'università di
Harvard (USA), 1917

20

TYPES OF SERIAL ORDER

22. An example of a discrete series is the class of all integers (positive, negative, and zero), arranged in the usual order:

..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3,

Questa 'scomoda' scrittura è stata abbandonata, ma è rimasto pienamente valido un concetto importante:

Il segno '−' è parte inseparabile di un numero negativo e va distinto dal simbolo di sottrazione.

**Perciò non si trova più in matematica la definizione:
'valore assoluto = numero senza segno'**

Valore assoluto, calcolo letterale e funzioni

“*Valore assoluto = numero senza segno*” può rimanere una ‘regola pratica’ per il calcolo numerico?

E che succede quando passo a calcolo letterale e funzioni?

x è ‘*un contenitore*’ dove trovo numeri positivi e negativi. **NON** trovo il ‘segno da togliere’ ad x .

La definizione di valore assoluto

x è 'un contenitore' dove trovo numeri positivi e negativi. **NON** trovo il 'segno da togliere' ad x .

Capisco allora che debbo 'guardare i numeri contenuti in x ' e decidere come procedere.

- Se il numero è positivo o 0 lo lascio inalterato.
- Se il numero è negativo, debbo 'trasformarlo in positivo' e per questo ho il procedimento: la moltiplicazione per (-1).

Ed ecco la definizione di valore assoluto

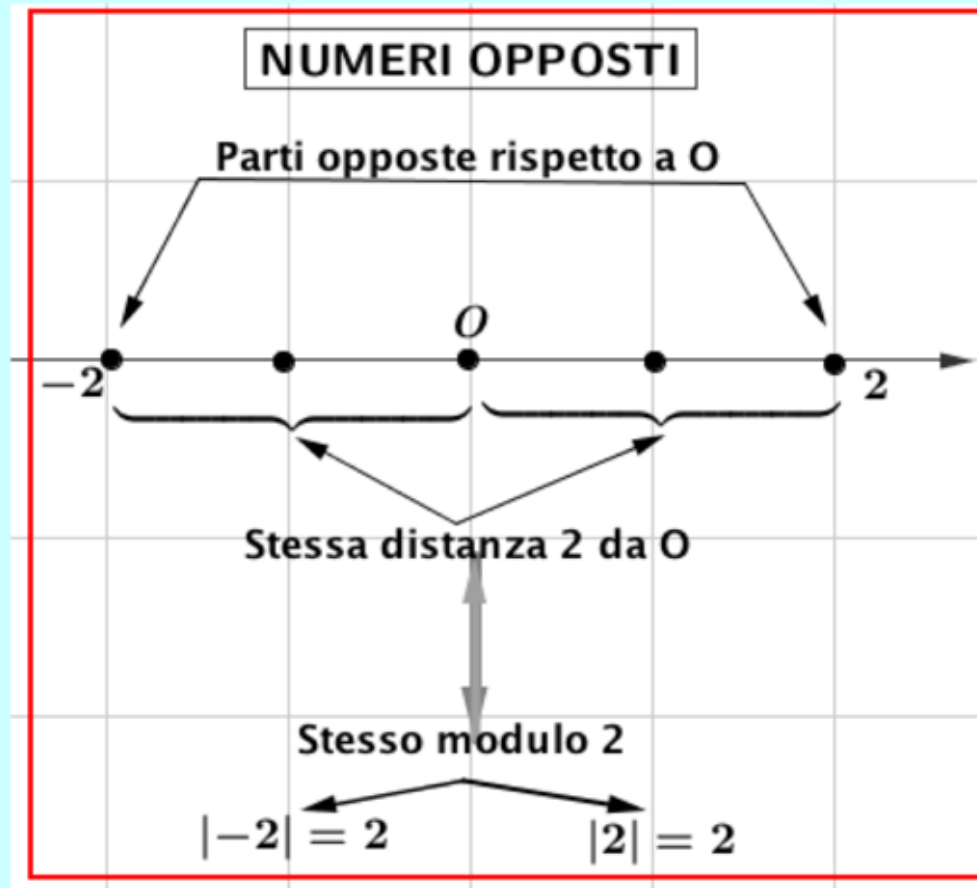
$$|x| = \begin{cases} x & , \text{ se } x \geq 0 \\ (-1) \cdot x = -x & , \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Valore assoluto (o modulo)

La definizione condivisa oggi dalla comunità scientifica

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Valore assoluto sulla retta dei numeri



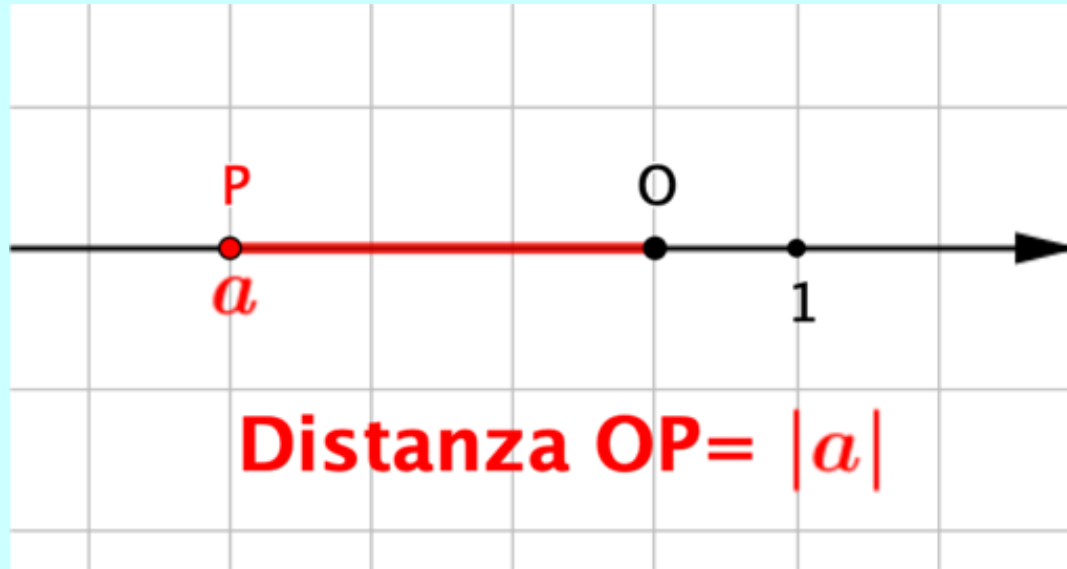
Valore assoluto sulla retta dei numeri



$$\text{Distanza } OP = |-5| = 5$$

Valore assoluto sulla retta dei numeri

Che cosa mostra il video

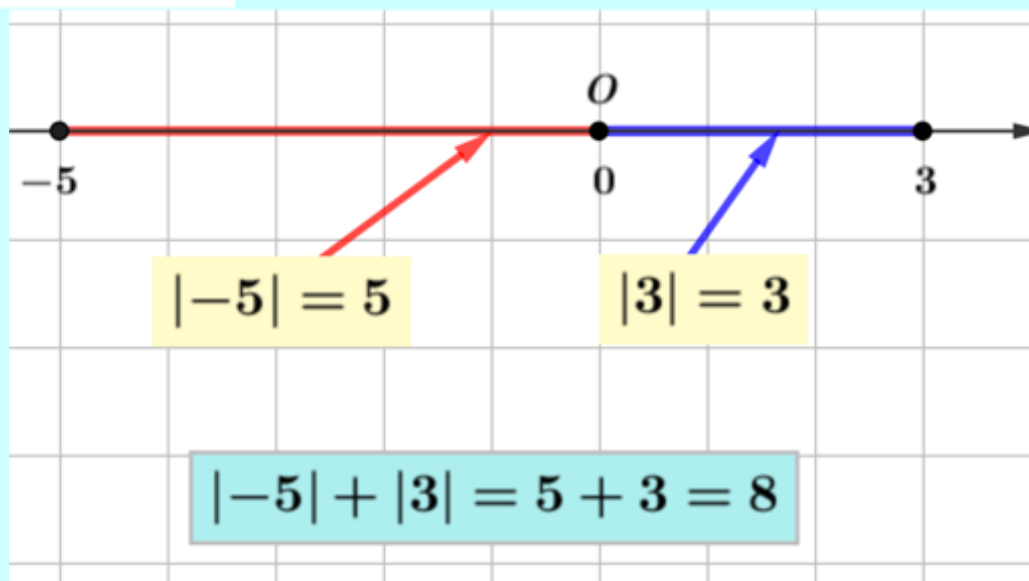
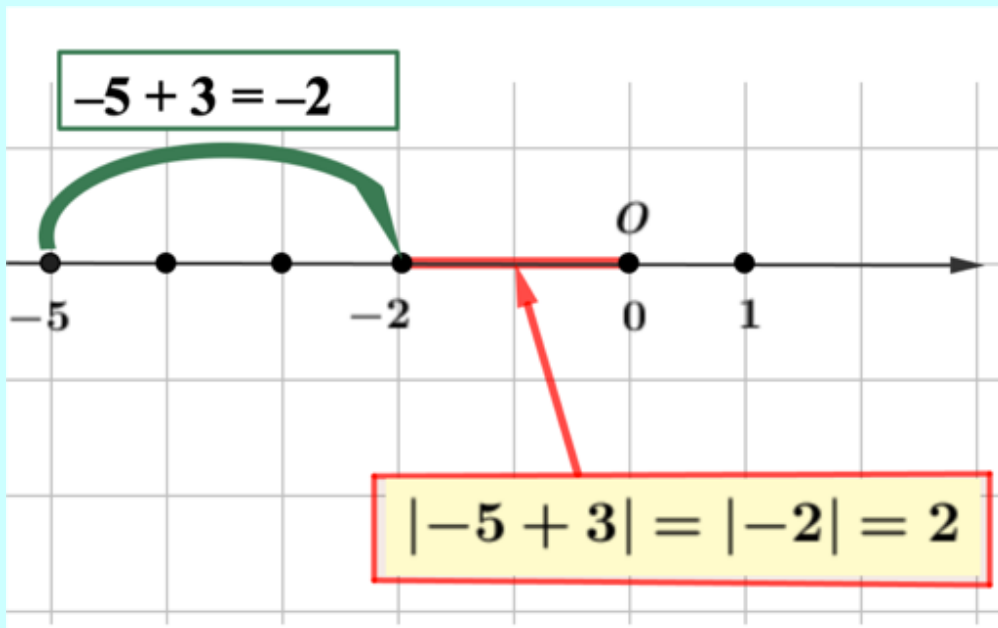


Ad ogni punto P corrisponde un numero a

Distanza $OP = |a|$

Calcoli con valore assoluto

Lettura 'visiva' di calcoli con valore assoluto



Attenzione ai calcoli con valore assoluto

$$\underbrace{|-5 + 3| = |-2|}_{\text{prima l'addizione}} = 2$$

$$\underbrace{|-5| + |3| = 5 + 3}_{\text{prima il modulo}} = 8$$

$$\underbrace{|-4 - 7| = |-11|}_{\text{prima la sottrazione}} = 11$$

$$\underbrace{|-4| - |7| = 4 - 7}_{\text{prima il modulo}} = -3$$

Attività

Completa la scheda di lavoro per consolidare quello che hai imparato.

Che cosa hai ottenuto

Quesiti 1 e 2

1. Quale fra le seguenti definizioni è condivisa oggi dalla comunità scientifica? **C**

A. $|a|$ = numero a senza il segno.

B. $|a| = a^2$

C. $|a| = \begin{cases} -a, & \text{se } a < 0 \\ a, & \text{se } a \geq 0 \end{cases}$

D. $|a| = \pm a$

2. Completa le seguenti uguaglianze

$$|4| = 4$$

$$|-5| = 5$$

$$|-7| = 7$$

$$|-8| = 8$$

$$\left| \frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}$$

$$\left| -\frac{5}{3} \right| = \frac{5}{3}$$

$$\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\left| -\frac{7}{4} \right| = \frac{7}{4}$$

Quesito 3

3. Completa il procedimento per calcolare il risultato delle seguenti operazioni

$$|5| + |-3| = 5 + 3 = 8$$

$$|5 - 3| = |2| = 2$$

$$|-7| + |-8| = 7 + 8 = 15$$

$$|-7 - 8| = |-15| = 15$$

$$|-6| + |9| = 6 + 9 = 15$$

$$|-6 + 9| = |3| = 3$$

$$\left| \frac{2}{3} \right| + \left| -\frac{5}{3} \right| = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\left| \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \right| = \left| -\frac{3}{3} \right| = 1$$

$$\left| -\frac{3}{4} \right| + \left| -\frac{7}{4} \right| = \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4}$$

$$\left| -\frac{3}{4} - \frac{7}{4} \right| = \left| -\frac{10}{4} \right| = \frac{10}{4}$$

Quesiti 4 e 5

4. Quale fra le seguenti uguaglianze è falsa?

(a) $|(-5)^2| = 5^2$ $25 = 25$

(b) $(-5)^2 = 5^2$ $25 = 25$

(c) $|-5^2| = 5^2$ $25 = 25$

(d) $|-5|^2 = 5^2$ $25 = 25$

(e) $-5^2 = 5^2$ **$-25 = 25$**

5. Pensa di sostituire ad x uno dei numeri che conosci. Quale fra le seguenti uguaglianze è vera, comunque scegli il numero?

(a) $|-x| \neq 0$

(b) $|-x| > 0$

(c) $|-x| = |x|$

(d) $|x| \neq 0$

(e) $|x| > 0$

Tutte le altre uguaglianze sono false se sostituisco 0 ad x