

Calcoli e approssimazioni



Calcoli con decimali e frazioni



Eseguire calcoli è una delle attività matematiche più diffuse dai tempi antichi fino a oggi

Calcoli con decimali e frazioni



Oggi si possono eseguire i calcoli a mano o con mezzi di calcolo elettronici

Ecco una scheda che ti porterà a richiamare e arricchire quello che già sai e sai fare.

Attività: esplorare calcoli con decimali e frazioni

L'attività è divisa in due parti:

- I. Calcoli con carta e penna**
- II. Calcoli con calcolatrice e approssimazioni**

Che cosa hai trovato

Calcoli con carta e penna

La scrittura di molte espressioni con frazioni ‘a più piani’ è basata sulla seguente idea.

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \text{ diventa in generale } a : b = \frac{a}{b}$$

Così indico la divisione con un simbolo frazionario, anche quando sostituisco ad a e b delle frazioni o delle espressioni con frazioni.

Calcoli con carta e penna

Espressioni con ':' e decimali	Espressioni con frazioni
$(6 : 3) : 2 = 2 : 2 = 1$	$\frac{6}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{2} = 1$
$6 : (3 : 2) = 6 : 1,5 = 4$	$\frac{6}{\frac{3}{2}} = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$
$4 : (5 : 2 + 1 : 3) \cong$ $\cong 4 : (2,5 + 0,3) = 4 : 2,8 \cong 1,4$	$\frac{4}{\frac{5}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{15+2}{6}} = \frac{4}{\frac{17}{6}} = 4 \cdot \frac{6}{17} = \frac{24}{17}$
$4 : (5 : 2) + 1 : 3 =$ $= 4 : 2,5 + 1 : 3 \cong 1,6 + 0,3 = 1,9$	$\frac{4}{\frac{5}{2}} + \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{5} + \frac{1}{3} = \frac{29}{15}$

La **linea di frazione lunga** prende il posto delle parentesi.

Significato delle parole



**Calcolatore, Computer,
PC, Portatile**

Calcolatrice, Tascabile



App per cellulare

Calcolatrice o app per cellulare: ti serve una calcolatrice scientifica



App di calcolatrice
**non scientifica: non
ha le parentesi**

Parentesi

Rad	x!	$\sqrt{\quad}$	C	()	%	÷
sin	cos	tan	7	8	9	×
ln	log	1/x	4	5	6	-
e^x	x^2	y^x	1	2	3	+
x	π	e	.	0	+/-	=

App di calcolatrice
**scientifica: ha le parentesi
e molte altre funzioni.**

Calcolo di espressioni frazionarie con calcolatrice o con cellulare + app



Caratteristiche delle calcolatrici

- Il display mostra un numero finito di cifre (da 8 a 15);
- Il numero da mostrare viene approssimato, se ha più cifre di quelle del display;
- Il punto è al posto della virgola.

Calcolo di espressioni frazionarie con calcolatrice o con cellulare + app

Caratteristiche delle calcolatrici scientifiche più comuni

- Non lavorano con frazioni, ma solo con numeri decimali finiti.

Perciò non posso inserire un'espressione frazionaria, ma devo riscriverla come divisione, con \div e parentesi.



Calcolo di espressioni frazionarie con calcolatrice o con cellulare + app

Espressione frazionaria	Sequenza di tasti	Risultato del tascabile	Risultato con frazioni
$\frac{\frac{6}{3}}{2}$	$(6 \div 3) \div 2 =$	1	1
$\frac{6}{\frac{3}{2}}$	$6 \div (3 \div 2) =$	4	4
$\frac{4}{\frac{5}{2}} + \frac{1}{3}$	$4 \div (5 \div 2) + 1 \div 3 =$	1.9333333333	$\frac{29}{15}$
$\frac{4}{\frac{5}{2} + \frac{1}{3}}$	$4 \div (5 : 2 + 1 \div 3) =$	1.411764706	$\frac{24}{17}$

Divisioni con la calcolatrice

In quali casi la calcolatrice dà un risultato esatto?

ESEMPI

$$333\ 333\ 333 : 1\ 000\ 000\ 000 = \frac{333333333}{1000000000} = 0,3333333333$$

$10^9 = (2 \times 5)^9$

$$777\ 777\ 777 : 1\ 000\ 000\ 000 = \frac{777777777}{1000000000} = 0,7777777777$$

$10^9 = (2 \times 5)^9$

Denominatore composto solo con 2 o 5

Quoziente decimale finito scritto con 10 cifre

Il quoziente NON è periodico
Il numero di cifre del display è sufficiente

Divisioni con la calcolatrice

Se il risultato è periodico?

ESEMPI

QUOZIENTE PERIODICO

$$5 : 15 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 0,33333\dots$$

$3 = 3 \times 1$

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = 0,77777\dots$$

$9 = 3^2$

Denominatore NON composto solo con 2 o 5

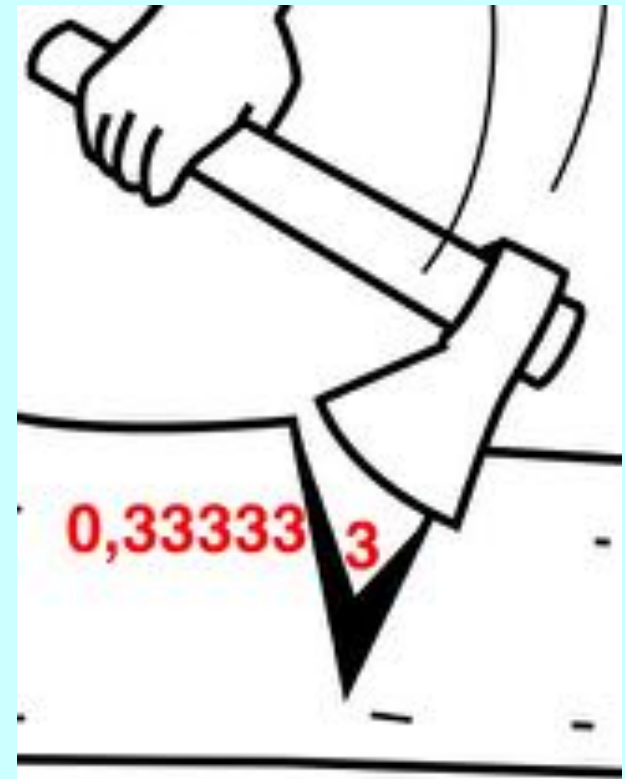
La calcolatrice dà un RISULTATO APPROSSIMATO

Come approssima la calcolatrice?

Troncare

Eseguo con la calcolatrice $1 : 3$ e ottengo **0,3333**

Questo è chiaro: sappiamo che il decimale ha infiniti 3 dopo la virgola, ma la calcolatrice può mostrare solo le prime cifre, perciò arresta la divisione quando le ha ottenute tutte. Le cifre successive non sono visualizzate, come se fossero tagliate via, o meglio **troncate**.



Arrotondare

Eseguo con la calcolatrice $2 : 3$ e ottengo $0,66667$

Questo non è chiaro: sappiamo che il decimale ha infiniti 6 dopo la virgola; non ha nessun 7! **Ecco la spiegazione.**

La calcolatrice ha arrotondato il numero per un motivo facile da capire se **pensiamo di mantenere una sola cifra decimale:**

$0,66$ è più vicino a $0,70$ che a $0,60$, quindi scrivo $0,7$

$0,33$ è più vicino a $0,30$ che a $0,40$, quindi scrivo $0,3$.

Troncare e arrotondare

Procedimento per arrotondare un numero decimale

- se la prima cifra da cancellare è 0, 1, 2, 3 o 4, tronco il numero;
- altrimenti tronco il numero, ma aumento di un'unità l'ultima cifra rimasta.

ESEMPI

Divisione	Risultato dato dal tascabile	Risultato con tre cifre decimali	
		TRONCATO	ARROTONDATO
1 : 3	0.3333333333	0,333	0,333
2 : 3	0.6666666666	0.666	0.667
24 : 17	1.411764706	1.411	1.412

Riflessioni sul lavoro svolto

Divisione e approssimazione

Con la divisione incontri un processo di approssimazione.

Il quoziente si può scrivere in due forme:

- con una frazione;
- con un numero decimale.

Solo con una frazione scrivo sempre il quoziente esatto.

Con un numero decimale finito scrivo in alcuni casi il quoziente approssimato, ma con il calcolo 'a mano' posso decidere a piacere quante cifre dopo la virgola voglio scrivere.