Studio del grafico di un quoziente di polinomi. Attività

Completa il procedimento per tracciare il grafico di $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 2x + 1}$.

1. Prime caratteristiche del grafico
- Qual è il dominio della funzione? ____
- Qual è il grado della funzione? ____
- La funzione è pari o dispari? ____

2. Determina le equazioni degli eventuali asintoti

Ricerca di asintoto verticale

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} = \ldots\ldots \Rightarrow \text{asintoto d'equazione } \ldots\ldots\ldots$$

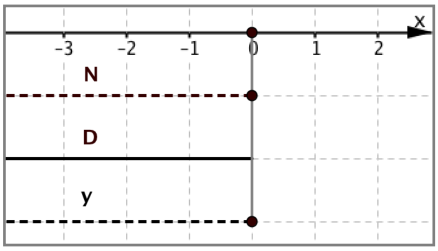
Ricerca di asintoto obliquo d'equazione y = mx + q.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\ldots\ldots\ldots}{x^2 - 2x + 1} = \ldots\ldots \Rightarrow \ m = \ldots..$$

$$\lim_{x \to \infty} \left[f(x) - mx \right] = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} - \ldots\ldots = \lim_{x \to \infty} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots \Rightarrow \ q = \ldots..$$

In conclusione, gli asintoti della curva hanno equazioni: ……………………………………………

2. Completa lo studio del segno di *y,* anche nello schema a fianco.

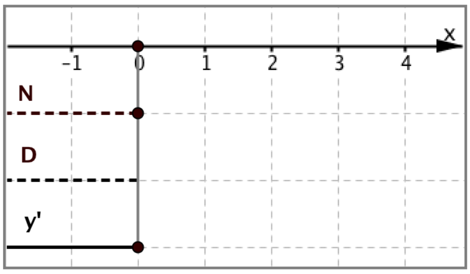


$$y = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}}$$

N ha il segno di ……..

D = (………)^2 è …………. per $x \neq$ …..

3. Calcola *y' = f'(x)* e riassumi il segno nello schema a fianco



$$y' = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{(\ldots\ldots\ldots)^4} = \frac{x^2(\ldots\ldots\ldots)}{(\ldots\ldots\ldots)^3}$$

N ha il segno di ……….. e vale 0 per per $x =$ ….. o $x =$ ….

D ha il segno di …..

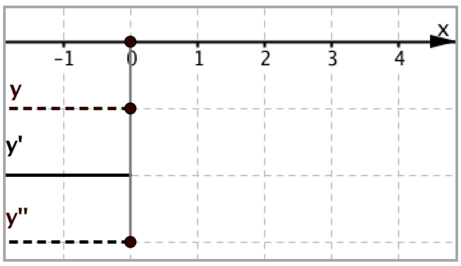
4. Calcola la derivata $y'' = f''(x)$

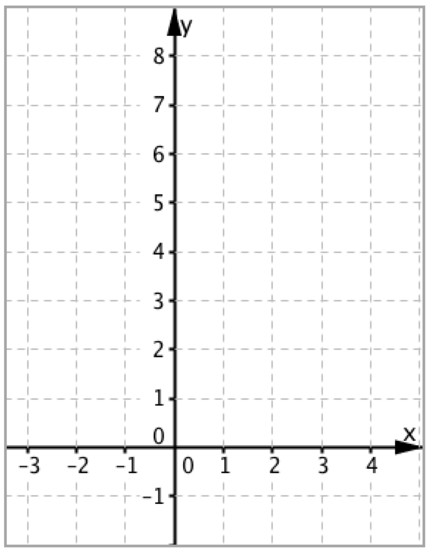
$$y'' = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{(\ldots\ldots\ldots)^6} = \frac{x(\ldots\ldots\ldots)}{(\ldots\ldots\ldots)^4} \ \Rightarrow y'' \text{ ha il segno di } \ldots.$$

5. Riassumi in un unico schema (sotto a sinistra) il segno della funzione e delle sue derivate.

6. Elenca qui sotto i punti notevoli; determinane le ordinate e scrivi l'elenco dei punti sotto lo schema riassuntivo.

7. Nel piano cartesiano a destra traccia il grafico della funzione e dei suoi asintoti, a partire da tutte le informazioni ottenute.





Stefano Volpe, 2023